

라인江 流量的 推計學的 水文分析에 關한 研究

(네델란드의 Lobith地點을 中心으로)

The Stochastic Hydrological Analysis for the Discharge of River Rhine at Lobith

(For River Rhine at Lobith in the Netherlands)

崔 禮 煥*
Ye Hwan Choi

Summary

The aim at this study has the stochastic hydrological analysis for the annual mean discharge and monthly discharge which were observed at Lobith of River Rhine in the Netherlands from 1901 to 1972. After this study was analysed by computer IBM 370 and Hewlett Parkard 9800, the results were as follows;

1. When 72 data was divided into two groups of subsample data as 36 data, they do not have their properties to be non-homogeneous and inconsistent due to F -test and t -test.
2. The credit limits of the serial correlation coefficient was fluctuated ± 0.231 which was shown in Fig. 3. at significant level 99% by Anderson's test.
3. The correlogram at short term was shown to be no short-term persistence as Fig. 3.
4. Since the correlogram at long term has displayed that Hurst's coefficient was 0.6144 between 0.6 and 0.7, it was to be no long-term persistence.
5. The stochastic model with annual discharge of this River Rhine was shown with $x_t = 2195 + 483.8\varepsilon_t$, as $x_t = \mu + \sigma\varepsilon_t$, and $\varepsilon_t = \phi\varepsilon_{t-1} + \xi_t$, where $t=1, 2, 3, \dots$, ξ_t is an independent series with mean zero and variance $(1-\phi^2)$, ε_t is the dependent series, and ϕ is the parameter of the model.
6. The serial correlation coefficient of monthly discharge was explained as $x_t = 0.34 \cdot \sin(\frac{\pi}{6}t + \pi)$ as Fig.4. and the River Rhine has no large fluctuation and smoothly changed during that time.

I. 序 論

Rhine江의 크기는全體의 流域面積이 220,000km²이고 流路延長이 1,300km인 방대한 河川이며,

Bazel Tot Lobith地點에서는 流域面積이 124,000 km²이고, 年平均 降水量은 760mm이며 Boven Lobith地點에서는 流域面積이 160,000km²이고 年平均 降水量이 910mm이다. 또한 流出量은 Rijn地方에서는 1,600~2,000m³/sec이고 Lobith地點에서는 72

* 江原大學校 農科大學

라인江 流量的 推計學的 水文分析에 關한 研究

年間の 年平均 流出量이 2,195m³/sec나 되고 있다.

또한 Rhine江은 河床係數가 1:14로서 最大流量과 最小流量의 比가 대단히 작아서 洪水가 잘 일어나지 않고 있으며 河川密度도 0.006이고 平均幅은

170이며 形狀係數는 0.13이다.

그러므로 Rhine江은 中上流部인 Swiss나 西獨地方에 林相이 良好하고 水文地質學上으로는 石灰岩層이 風化 堆積되어 水源函養이 우수하며 河床勾配

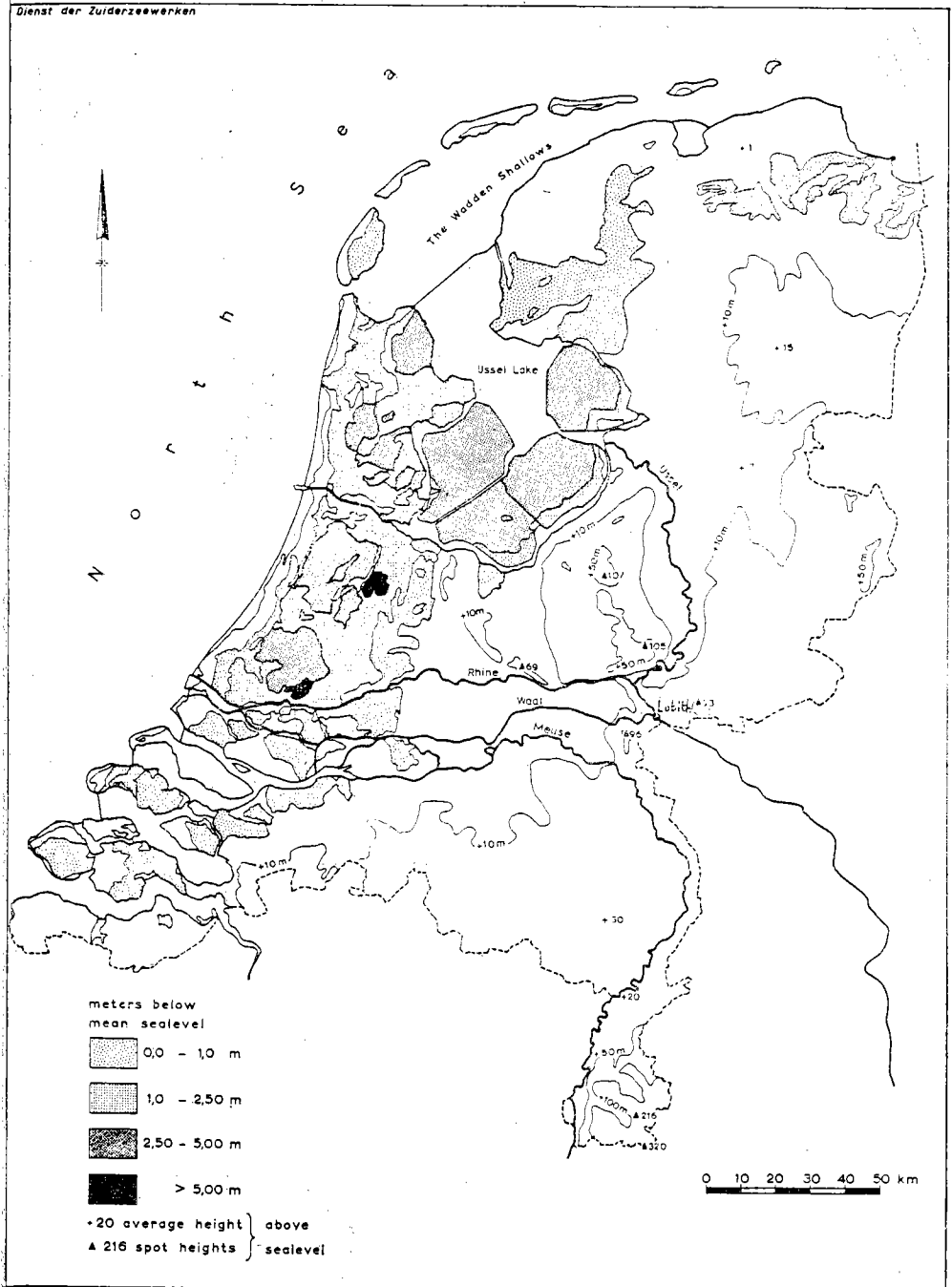


Fig. 1. The map of River Rhine

도 緩慢한 傾斜를 이루고 있다. 下流部는 네델란드의 Lobith에서 Rotterdam 사이는 平野部로서 流速이 느리고 流量이 豊富한 것이 特徵이다.

獨逸이나 네델란드는 Rhine江을 젓줄이라고 일컬을 만큼 文化的으로나 歷史的으로나 기친 영향이 대단히 크며, 아직도 重要한 水資源의 根源이 되고있으며 Rhine江의 河口인 네델란드의 Rotterdam에서 上流인 獨逸地方까지 빈번히 貨物船이 往來하고 있다.

本 研究는 네델란드의 東部에 位置한 Rhine江의 中下流 地點인 Lobith 觀測所에서 얻은 流量 資料를 推計學的 水文分析을 하기 위해서 1901~1972年까지의 年平均 流出量을 標本으로 해서 N次 多變 分布를 水文統計學的으로 分析해서 그 性質을 알아보고 洪水發生의 循環 및 頻度와 影響을 주는 Parameter를 數學的 model로 찾아 내는데 目的이 있다.

II. 研究 資料 및 方法

本 研究는 Rhine江의 中下流部인 네델란드의 Lobith 地方에서 流量을 測定했다. Lobith의 位置와 Rhine江의 略圖는 Fig. 1. 과 같다.

Table-1. 은 1901~1972年까지 72年間 Lobith에서 觀測한 年平均 流出量이다. 그런데 72年間의 年平均 流出量이 $2,195\text{m}^3/\text{sec}$ 이고 每年 觀測한 流量과 72年間의 年平均流出量과의 倍數로 表示하고 있다.

또한 Table-1. 을 plot하면 Fig. 2. 와 같이 時系列에 따라 流量 Q_t 와 平均流量 \bar{Q} 와의 比로서 보여 주고 있음을 알 수 있다.

또한 月別 流量變動에 대한 推計學的 分析도 考慮했다.

Table-1. Annual flow of River Rhine at Lobith (1901-1972)

1.012	0.987	0.835	0.916	0.879	1.019	0.885	0.909	0.762	1.272
0.935	0.966	1.018	1.327	1.047	1.197	1.065	0.904	1.053	1.199
0.504	1.082	1.161	1.239	0.902	1.238	1.217	0.894	0.744	0.980
1.431	0.908	0.801	0.606	0.988	1.202	1.265	0.810	1.136	1.407
1.301	0.936	0.685	0.797	1.227	0.960	0.701	1.137	0.543	0.694
1.098	0.950	1.067	0.742	1.133	1.000	1.010	1.093	0.812	0.815
1.149	1.039	0.747	0.669	1.258	1.442	1.224	1.303	1.049	1.364
0.737	0.605								

All flows are expressed as multiples of the mean annual flow. Mean annual discharge for 72 years of record was $2195\text{ m}^3/\text{sec}$ at Lobith.

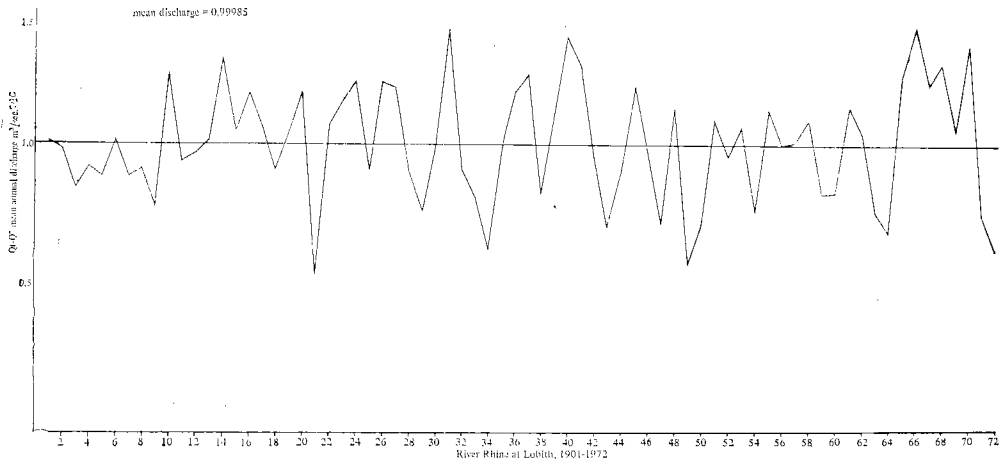


Fig. 2. Discharge of the River Rhine at Lobith (1901-1972)

III. 分 析

1. 同質性 檢定

觀測한 資料는 1901~1936年과 1937~1972年까지 36年間씩 2個의 小母集團으로 分離했다. 全體의 母集團과 두개의 小母集團으로 나누었을 경우에 觀測한 資料는 同質性이 있어야 한다.

그러므로 觀測한 資料가 不一致性인지 아닌지 또는 非同質性을 알아보기 위해서 얻은 資料의 時系列分析은 F -檢定法과 t -檢定法을 使用한다.

따라서 二개의 小母集團으로 나누어 平均値 및 標準偏差를 計算해본 結果 다음 Table-2와 같았다,

(1) F -檢定

$$F_{cal} = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{0.2467^2}{0.1977^2} = 1.5571 \quad (S_1^2 > S_2^2)$$

自由度는 $\nu_1 = \nu_2 = n - 1 = 36 - 1 = 35$

$\alpha = 2.5\%$ ($\alpha = 5\%$ 를 two tail test로 함)

일 때

$$F_{cr}(\nu_1 = \nu_2 = 35, \alpha = 0.025) = 1.886$$

$$\therefore F_{cal} > F_{cr}$$

이므로 二 分散은 有意差가 同質性이라고 볼 수 있다.

Table-2. Mean and standard deviation

group	years	No. of samples n	mean \bar{X}	standard deviation s	skewness	kurtosis
1	1906-36	36	1.0023	0.1977	-0.1533	-0.0269
2	1937-72	36	0.9974	0.2467	2.9354	1.8091

(2) t -檢定

$$S_c^2 = \frac{S_1^2(n_1 - 1) + S_2^2(n_2 - 1)}{(n_1 + n_2 - 2)}$$

$$= \frac{(0.1977)^2(36 - 1) + (0.2467)^2(36 - 1)}{(36 + 36 - 2)}$$

$$= 0.04997$$

標準偏差의 差는

$$S_d = \sqrt{\frac{S_c^2}{n_1} + \frac{S_c^2}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.1977^2}{36} + \frac{0.2467^2}{36}}$$

$$= 0.05269$$

$$t_{cal} = \left| \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_d} \right| = \left| \frac{1.0023 - 0.9974}{0.05269} \right|$$

$$= 0.09299$$

自由度는 $\nu = 72 - 2 = 70$

$\alpha = 0.05$

$t_{cr} = 2.00$

$t_{cal} < t_{cr}$

따라서 이 資料는 不一致性이 아니고 同質性이다

(3) 自己相關函數圖表 (correlogram)

72年間の 觀測을 小型 Computer Hewlett Packard 9800 Model 20을 利用해서 系列相關係數를 求한 結果 다음 Table-3과 Table-4와 같다.

Table-3. Hurst's estimator H

No. of sample	mean	variance	std. dev.	Hurst's est. H
72	0.9998	0.0486	0.2204	0.6144

Table-4. Serial correlation coefficient ser. cor. coefs.-incr. Lags

0.1225

-0.1929

-0.0992

0.1537

0.0155

-0.1986

-0.2333

-0.0168

0.0706

0.0474

-0.1180

-0.0317

0.1066

0.1017

0.0395

-0.0433

0.1211

-0.1874

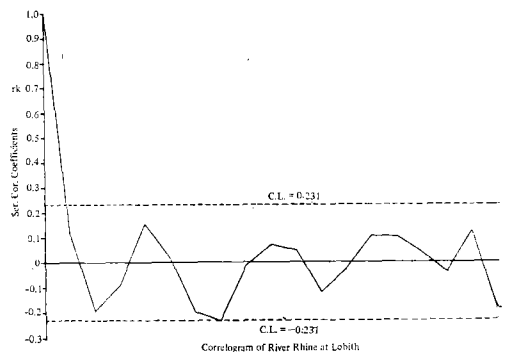


Fig. 3. Correlogram of River Rhine at Lobith

Table-4.를 時間 Lags에 따라 Plot하던 Fig. 3과 같다.

IV. 結果 및 考察

(1) non-homogeneous 檢定結果

위에서 分析한 結果 72年間 流量을 小母集團으로 分離해서 inconsistent나 non-homogeneous를 알기 위해 F-test를 한 結果 計算值 F값이 1.5571이고 自由度 $\nu_1=\nu_2=35$ 와 有意水準 95%에서 $\alpha=0.025$ ($\alpha=5\%$ 를 two tail test로 했을 경우)로 臨界點에서 F값은 1.886이므로 $F_{ca1} > F_{cr}$ 이다 따라서 두 分散은 有意差가 同質性임을 알 수 있다.

또한 t-檢定에서도 計算值 t_{ca1} 는 0.09299이고 自由度 $\nu=70$ 과 $\alpha=0.05$ 에서 臨界值 $t_{cr}=2.00$ 이므로 $t_{ca1} < t_{cr}$ 이다. 따라서 이 資料는 不一致性이 없다고 본다. 即 一致性이 存在한다고 할 수 있다.

또 獨立系列에서 母集團의 自己相關函數圖表는 $K \approx 0$ 일때 0과 같다. 그러나 獨立時系列의 標本은 標本の 變化度때문에 Fig. 3과 같이 0근처에서 요동한다. 그러나 絶對로 0과 같지는 않다.

(2) Anderson의 檢定

Anderson의 檢定法은 위와 같은 경우에 獨立系列의 自己自關函數圖表의 確率의 信賴限界를 決定하는데 便利하다.

信賴限界가 95%의 水準에서는

$$C.L. \{r_k\} = \frac{-1 \pm 1.96 \sqrt{N-k-1}}{N-k} \\ = \frac{-1 \pm 1.96 \sqrt{72-1-1}}{72-1} \\ = -0.2450 \sim +0.2169$$

또한 信賴限界 99%의 水準에서는

$$C.L. \{r_k\} = \pm \frac{1.96}{\sqrt{N}} \\ = \pm \frac{1.96}{\sqrt{72}} \\ = -0.231 \sim +0.231$$

이다. 이 값은 Fig. 3에서도 볼 수 있는 바와 같이 r_k 값이 99%의 信賴限界에서 요동하고 있음을 알 수 있다.

Hurst係數는 Table-3과 같이 Hewlett Packard 9800 Mode 20에서 얻었다. 即 $H=0.6144$ 이므로 0.6과 0.7사이에 存在하므로 이 流量系列은 長期間(1901~1972年)을 볼때 no long-term persistence이고 短期間을 볼때 Fig. 3과 같이 no short-term persistence임을 알 수 있다.

(3) 推計學的 model

一般的으로 時系列 model 또는 推計學的 model은 數學的인 形이나 構造 및 變數의 集合이라고 할 수 있다. 그래서 간단한 時系는 $f(X; \theta)$ 와 같은 確率分布函數로 나타낸다. 變數는 $t=1, 2, 3, \dots$ 모든 位置와 X_1, X_2, X_3, \dots 사이에 從屬없이 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots\}$ 는 有效하다.

萬若 變數 X가 平均 μ 와 分散 σ^2 가지는 正常分布라면, 時系列 model은

$$X_t = \mu + \sigma \epsilon_t, \quad t=1, 2, 3, \dots$$

라 할 수 있고 여기서 ϵ_t 는 平均 0와 分散 하나를 가지는 正常值이며, $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ 는 獨立變數이다. 그러나 이 model이 變數 μ 와 σ 를 가지나 이 들은 時間에 따라 變하지 않는다.

다음의 變數 ϵ_t 는

$$\epsilon_t = \phi \epsilon_{t-1} + \xi_t$$

여기서 ξ_t 는 平均이 0이고 分散이 $(1-\phi^2)$ 을 가지는 從屬系列이며 ϕ 는 이 model의 變數이다.

따라서 Rhine의 경우는

$$\bar{X}_t = 2195 + 483.8 \xi_t$$

의 model를 가지며 ξ_t 는 위에 表示한 바와 같이 다시 $\xi_t = \phi \epsilon_{t-1} + \xi_t$ 로 表示할 수 있어 函數의 函數라 할 수 있다.

(4) 月變動

一般的으로 流量의 月流量은 任意的 記錄值를 抽出해 내서 program에 依해서 IBM 370을 利用해서 系列相關係數를 分析했다. $N-L$ 에서 $L=0.25N$ 로 잡고 計算한 後 Lag time을 168까지 取했을 경우에 結果를 얻었다.

그 結果는 Fig. 4와 같았다.

이것을 sin曲線式으로 表示하면

$$X_t = C \sin(2\pi f_0 t + \theta) \\ = C \sin(\lambda_0 t + \theta)$$

여기서 C=振幅 $\lambda_0=2\pi$ 마다의 cycle 週期 $\lambda_0=2\pi \cdot f_0$, f_0 는 單位길이당 cycle頻度이다. 따라서 Fig. 4에서는

$$C = \pm 0.33 \sim 0.35$$

$$f_0 = \frac{1}{\omega_0} = \frac{1}{12}$$

$$\lambda_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times \frac{1}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$\theta = \pi$ 이다.

$$\therefore X_t = C \sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + \pi\right)$$

를 誘導해 낼 수 있다. 그러므로 Rhine의 月流量의 系列相關係數는 sin曲線이

$$X_t = 0.34 \sin\left(\frac{\pi}{6} t + \pi\right)$$

와 같이 變動함을 알 수 있다.

一般的으로 Thomas-Fiering model을 가지는 自

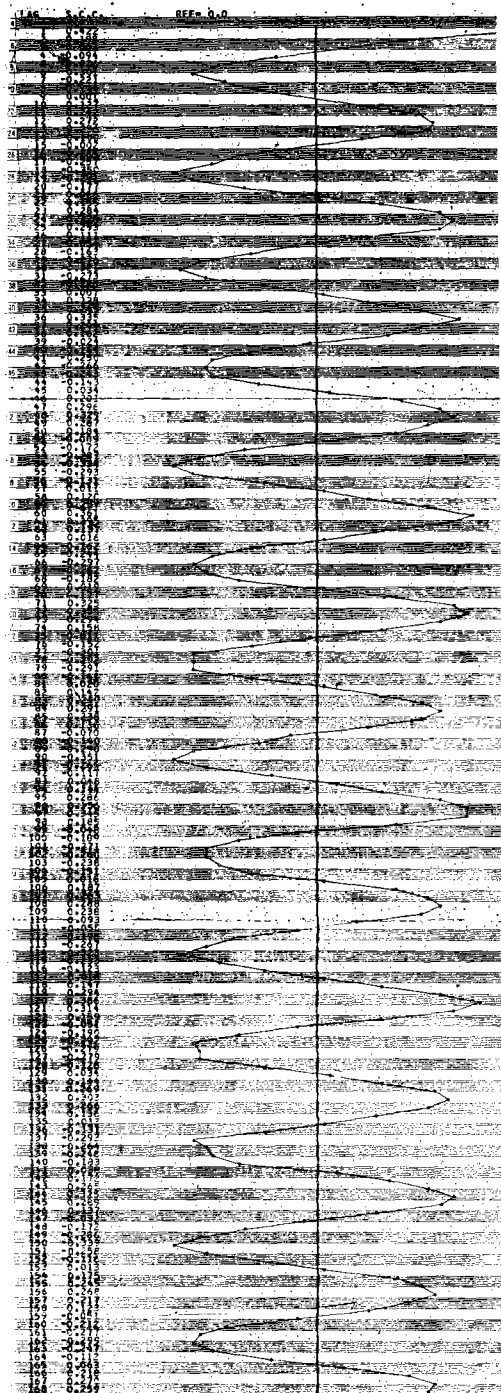


Fig. 4. Monthly discharge of serial correlation coefficient

然資料인 경우 Synthetic資料를 Ristorical data와 比較하면 Simulation의 偏奇系數가 負值를 갖고 있는 경우 適合한 model이라고 할 수 없다.

여기서는 Thomas-Fiering model이 適合하다고 할 수 있다.

V. 結 論

本 研究는 1901~1972年사이의 72年間에 네델란 드의 東部地方에 位置한 Rhine江의 Lobith에서 觀測한 年流量과 月流量을 推計學的으로 分析했다. Computer는 Hewlett Packard 9800과 IBM 370을 利用했다. 그 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 72年間의 觀測한 年流量을 36年씩 小母集團으로 했을 경우 두 小母集團사이의 非同質性이나不一致性은 F -檢定과 t -檢定の 結果 나타나지 않았다

2. 系列相關係數의 信賴限界는 Anderson 檢定에서 99%의 有意水準에 Fig. 3과 같이 ± 0.231 사이 에 變動하고 있다.

3. 短期에 自己相關函數는 Fig. 3과 같이 no short-term persistence였다.

4. 長期에 自己相關函數는 Hurst 系數가 $H=0.6144$ 로 $0.6 \sim 0.7$ 사이 에 있으므로 no long-term persistence라고 할 수 있다.

5. Rhine江의 年流量의 推計學的 model은 $X_t = 2195 + 483.8\epsilon_t$, 이고 $\epsilon_t = \phi\epsilon_{t-1} + \xi_t$, $t=1, 2, 3, \dots$, 이고 ξ_t 는 平均이 0과 分散이 $(1-\phi^2)$ 을 가지는 獨立系列이다.

6. 月流量 變動는 任意的 資料時에 系列相關係數는 $X_t = 0.34 \sin(\frac{\pi}{6}t + \pi)$ 로 變化하므로 큰 變動이 없는 河川임을 알 수 있다.

參 考 文 獻

1. Boes, D.C. and J.D. Salas, Nonstationarity in the mean and the Hurst phenomenon, Jour. Water Resources Research, Vol. 14, No.1, pp. 135-143, (1978).
2. Box, G.E.P. and G. Jenkins, Time Series Analysis, Forecasting and Control, San Francisco, Holden-Day, pp. 1-198, (1970)
3. Carlson, R.F., A.J.A. MacCormick and D.G. Watts, Application of linear models to four annual streamflow series. Jour. Water Reso-

- urces Research Vol. 6, No.4, pp. 1070-1078, (1970).
4. Chiu, C.L., Stochastic methods in hydraulics and hydrology of streamflow, Geophysical Surveys, Vol. 1, pp. 61-84, (1972).
 5. Chow, V.T., Stochastic Hydrologic Systems, Systems approach to hydrology, Water Resources Publication, Fort Collins, pp. 1.1-1.23 (1971).
 6. Fiering, M.B., Streamflow Synthesis, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, (1967).
 7. Hurst, H.E., Long term storage capacity of reservoirs, *Tras. Amer. Soc. Civil Engrs.*, Vol. 116, pp. 770-799, (1951).
 8. Jackson, B.B., The use of streamflow models in planning, *Jour. Water Resour. Res.*, Vol. 11, No.1, pp. 54-63, (1974a).
 9. Kelman, J., Stochastic modelling of hydrologic intermittent daily process, Hydrology Paper No.89, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, (1977).
 10. Klemes, V., The Hurst phenomenon-a puzzle, *Jour. Water Resour. Res.*, Vol. 10, No.4, pp. 675-688, (1974).
 11. Lawrance, A.J., A reconsideration of the Fiering two-station model, *Jour. Hydrology*, Vol. 29, pp. 77-85, (1976).
 12. Lawrance, A.J. and N.T. Kottegoda, Stochastic modeling of riverflow time series, *Jour. Royal Stat. Soc.*, Vol. 140, pp.1-47, (1977).
 13. Lettenmaier, D.P. and S.J. Burges, Operational assessment of hydrologic models of long-term persistence, *Jour. Water Resour. Res.*, Vol. 13, No.1, pp. 113-124, (1977).
 14. O'Connell, P.E., A simple stochastic modeling of Hurst's law, In *Mathematical Models in Hydrology*, Warsaw Symposium, (IAHS Publ. 100, 1974), Vol. 1, pp. 169-187, (1971).
 15. O'Connor, K.M., A discrete linear cascade model for hydrology, *Jour. Hydrology*, Vol. 29, pp. 203-242, (1976).
 16. Panu, U.S. and T.E. Unny, Stochastic synthesis of hydrologic data based on concepts of pattern recognition, III. Performance evaluation of the methodology, *Jour. Hydrology*, Vol. 46, No.3/4, pp. 219-237, (1980).
 17. Quimpo, R., Structural relation between parametric and stochastic hydrology models, In *Mathematical Models in Hydrology*, Warsaw Symposium, (IAHS Publ. 100, 1974) Vol. 1, pp. 151-157, (1971).
 18. Salas, J.D., C.D. Boes, V. Yevjevich and G.G.S. Pegram, Hurst phenomenon as a pre-asymptotic behavior, *Jour. Hydrology*, Vol. 44, pp. 1-15, (1979).
 19. Salas, J.D., J.W. Delleur, V. Yevjevich and W.L. Lane, Applied modeling of hydrologic time series, 1st Edited, Water Resources Publications, pp. 1-413, (1980).
 20. Salas, J.D. and R.A. Smith, Physical basis of stochastic models of annual flows, Paper accepted for publication in the *Jour. Water Resour. Res.*, (1980a).
 21. Sen, Z., Adaptive Fourier analysis of periodic-stochastic hydrologic sequences, *Jour. Hydrology*, Vol. 46, No. 3/4, pp. 239-249, (1980).
 22. Thomas, H.A. and M.B. Fiering, Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation, In *Design of Water Resources Systems*, Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press, pp. 459-493, (1962).
 23. Yakowitz, S.J., A stochastic model for daily riverflow in an arid region, *Jour. Water Resour. Res.*, Vol.9, No.5, pp. 1271-1285, (1973).
 24. Yevjevich V., Stochastic Processes in Hydrology, Water Resources Publi., Fort Collins, Colorado, pp. 10-82, (1972)
 25. _____, Probability and Statistics in Hydrology Second Edited, pp. 68-117, (1978).
 26. _____, The application of surplus, deficit and range in hydrology, Hydrology, Paper 10, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, (1965).