

# 圓板型 心臟瓣 周圍의 血液 흐름에 對한 數值 解析

朴 寧 弼 · 李 信 宰

= Abstract =

## A Numerical Study on the Blood Flow through a Disc Type Heart Valve

Young-Pil Park, Sin-Jai Lee

The recirculating flows which occur in the prosthetic heart valve have been known to cause several diseases in the human body. And the recent studies show that the shear stress at the wall of the artery is also very important factor in the formation of thrombus.

And many studies have been devoted in obtaining more information about the blood flow through the prosthetic heart valve.

In this paper, the steady axisymmetric flow through the Disc-Type Heart Valve is studied by using the numerical method.

The geometry of the Disc-Type Heart Valve is simplified, and the flow is assumed to be steady axisymmetric flow.

The vorticity transport equation derived from the Navier-Stoke's equation is used as the governing equation, and the explicit finite difference method is used to obtain the steady state solution.

The results for several Reynolds numbers show that the recirculating flow becomes large as the Reynolds number increases. Furthermore, it can be shown that the magnitudes of the vorticity and the stresses are also increased with the Reynolds number, but there is only a little change in their configurations of distribution and in their positions of maximum values.

### 1. 序 論

生體力學的인 側面에서 血液의 循環活動에는 여러가지 生理的인 副作用이 따르게 된다. 一般의으로 이러한 副作用은 赤血球가 받는 應力(stress)의 크기, 應力을 받는 時間, 血液 흐름의 速度등과 관련을 갖고 있다. 이러한 副作用은 自然狀態의 人體 器管의 속으로 血液이 흐르는 경우에도 發生할 수 있으나, 人工的인 器管을 지날 때에는 더욱 많은 問題를 惹起하게 된다.

특히 人工心臟 瓣膜 周圍로 血液이 흐르는 경우에 가장 큰 問題는 再循環流(recirculating flow)의 發生

(1981. 11. 12. 접수)

연세대학교 기계공학과

Dept. of Mechanical Eng., Yonsei University

으로 因해, 많은 副作用들이 關聯되어 나타나는 것이다(그림 1).

一般의으로 再循環流는 다음과 같은 特徵이 있다(그림 2)<sup>1)</sup>.

첫째, 剝離(separation)나 再接合(reattachment)이 일어나는 點 周圍의 작은 範圍안에서 停滯領域(stagnation region)이 發生한다.

둘째, 再循環流 안에서는 低速의 逆流(reverse flow)의 領域이 發生한다.

셋째, 主流(main flow)와 再循環流 사이에서 매우 큰 速度勾配(velocity gradient)와 강한 剪斷應力(shear stress)이 發生한다.

停滯領域이나 低速 逆流領域에서는 血小板(platelet), 脂質(lipid) 등의 不純物이 沈澱되어 血栓症(thrombo-

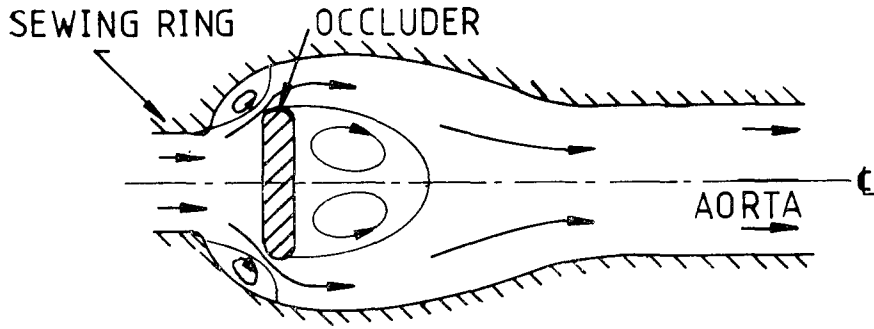


그림 1. 원판형 심장 밸브 주위의 재순환류  
Fig. 1. Recirculating flow in the disc-type prosthetic heart valve

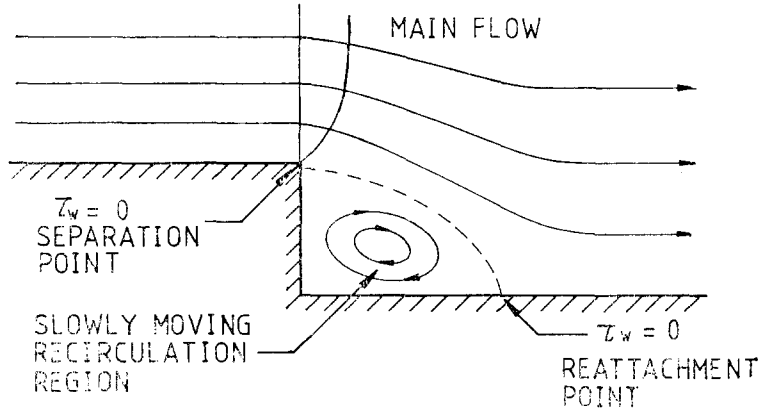


그림 2. 박리의 형태  
Fig. 2. Features of separated flow

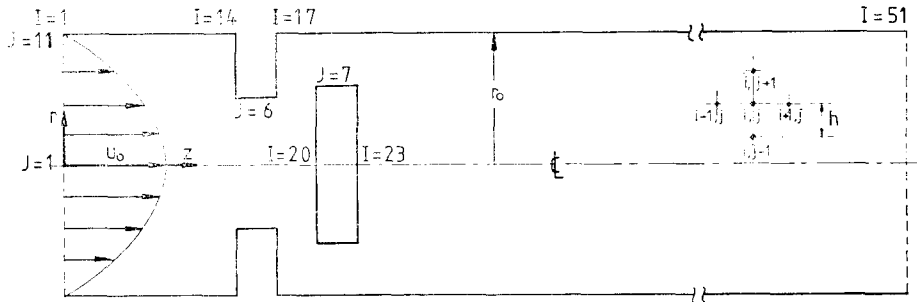


그림 3. 모델 형태와 망의 기호  
Fig. 3. Model geometry and mesh nomenclature

sis)을 誘發할 수 있다. 主流와 再循環流 사이의 강한 剪斷應力은 赤血球을 變形시켜 毛細血管의 通路를 막히게 할 수 있으며, 細胞의 板膜에 損傷을 입히고 赤血球의 變形性을 鈍化시키게 된다. 變形性을 잃어버린 赤血球은 脾臟(spleen)에 의해 걸러지고 循環活動으로부터 脫落하게 됨으로서 貧血(anemia)을 일으킬 憂慮도 있다<sup>2)</sup>. 이 以外에도 血管壁에서의 剪斷應力이 動脈硬化性 斑點(atherosclerotic plaque)의 發生과 成長에

關係한다는 것이 最近의 研究<sup>3,4)</sup>에서 밝혀졌다.

그러나 이러한 流體의 흐름의 現狀에 對해 實驗的으로 研究하는 데에는 많은 어려움이 뒤따른다. 따라서 數值解析을 통한 研究가 1970年 頃부터 시작되어, 1972年에는 많은 文獻들이 發表되었다.

1972年 Greenfield와 Kolff<sup>5)</sup>는 Disc-Valve와 Ball-Valve를 지닌 大動脈의 形態를 單純化시켜 平面흐름(planar flow)로 假定하여 研究하였다. 같은 해에

Schuessler와 Hung<sup>9)</sup>은 軸對稱인 Leaflet Heart Valve에 對한 Euler 方程式의 解를 구했으며, Skaland와 Moskowitz<sup>7)</sup>는 八角形의 valve에 對해 平面 脈動流(planar pulsatile flow)를 假定하여 Navier-Stokes 方程式의 解를 구했다. 또한 Mueller와 Underwood<sup>8,9)</sup>는 直線 形態의 境界面을 지닌 圓板型 心臟瓣(Disc-type Heart Valve)에 軸對稱의 흐름을 假定하여 定常 狀態에 있어서의 解를 구했으나 좋은 結果를 얻지 못하였다. 그들은 1974年 自身들의 computer program에 錯誤를 發見하고 修正하여 實驗値와 比較的 一致하는 結果를 얻을 수 있었다<sup>10~12)</sup>. 그들은 다시 1979年 曲線 形態의 境界面을 지닌 모델에 對한 結果와 크게 다르지 않다는 것을 알 수 있었다<sup>13)</sup>. 이러한 結果

로 圓板型 心臟瓣에 對한 研究에 있어서 直線 形態의 境界面을 지닌 모델로서 研究할 수 있고, 따라서 問題를 보다 簡便하게 할 수 있게 되었다.

本 論文에서는 그림 3에 나타난 모델에 對해 有限差等法(finite difference method)를 適用하여 再循環流와 應力의 分布에 對한 數值解를 구한다. 여기에서는, 血液에 對한 流體力學의 性質을 Newtonian, homogeneous로 假定하고, 血液의 흐름에 對해서는 軸對稱 非壓縮性的 層流(laminar flow)로 假定한다.

## 2. 支配 方程式

Newtonian homogeneous fluid의 軸對稱, 非壓縮

그림 4. 흐름함수

Fig. 4. Stream function plot ( $Re=20, 50, 100, 200, 500, 1000, 1500$ )

### PLOTTED VALUES OF STREAMFUNCTION

-0.0120, -0.0105, -0.0090, -0.0078, -0.0070, -0.0056, -0.0048, -0.0036,  
 0.0020, 0.0004, 0.0, 0.0010, 0.0050, 0.0200, 0.0400, 0.0800,  
 0.1200, 0.1600, 0.2000, 0.2400, 0.2500, 0.2508, 0.2530, 0.2580,  
 0.2670, 0.2700, 0.2730,

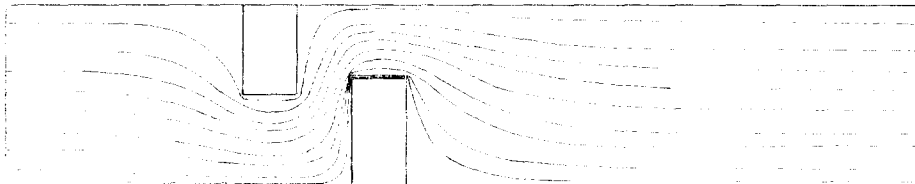


그림 4-1. ( $Re=20$ )

Fig. 4-1 ( $Re=20$ )

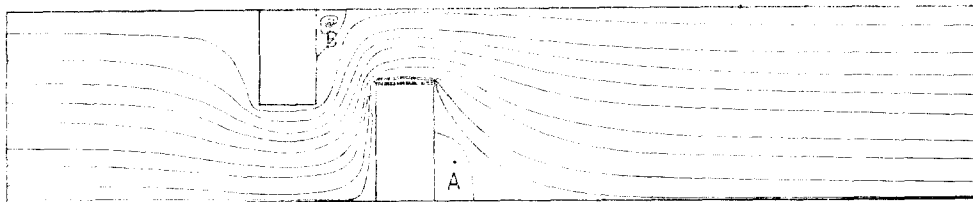


그림 4-2. 흐름함수 ( $Re=50$ )

Fig. 4-2. ( $Re=50$ ) Stream function values of points  $A=-0.0002$   $B=+0.2522$

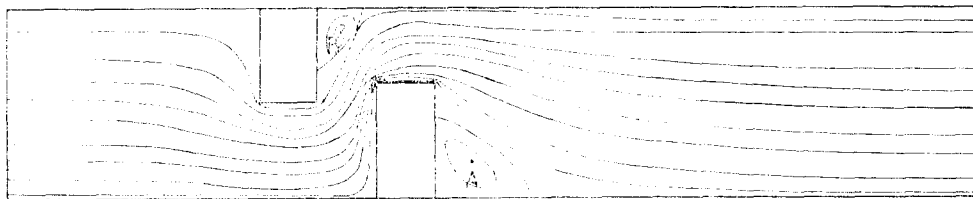


그림 4-3. 흐름함수 ( $Re=100$ )

Fig. 4-3. ( $Re=100$ ) Stream function values of points  $A=-0.0011$   $B=+0.2576$

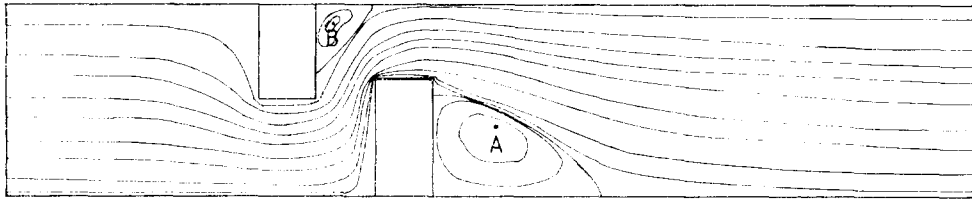


그림 4-4. 흐름함수 ( $Re=200$ )

Fig. 4-4. ( $Re=200$ ) Stream function values of points  $A=-0.0036$   $B=+0.2617$

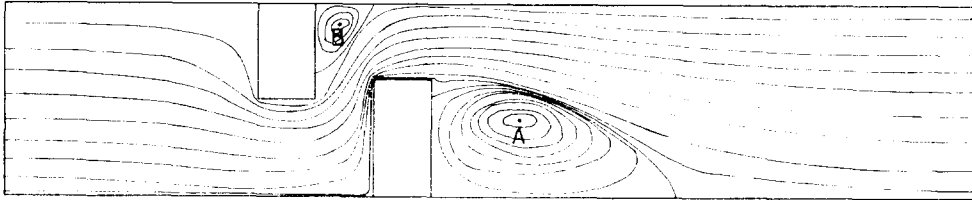


그림 4-5. 흐름함수 ( $Re=500$ )

Fig. 4-5. ( $Re=500$ ) Stream function values of points  $A=-0.0085$   $B=+0.2672$

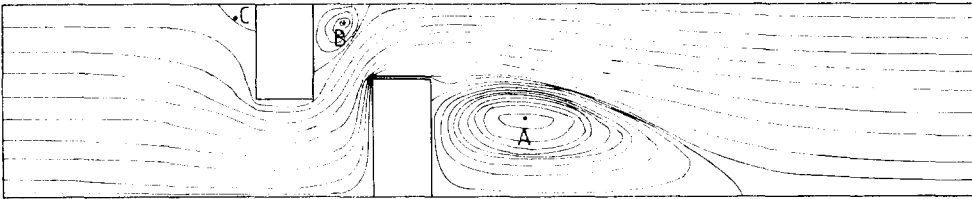


그림 4-6. 흐름함수 ( $Re=1000$ )

Fig. 4-6. ( $Re=1000$ ) Stream function values of points  $A=-0.0115$   $B=+0.2706$   $C=+0.2500$

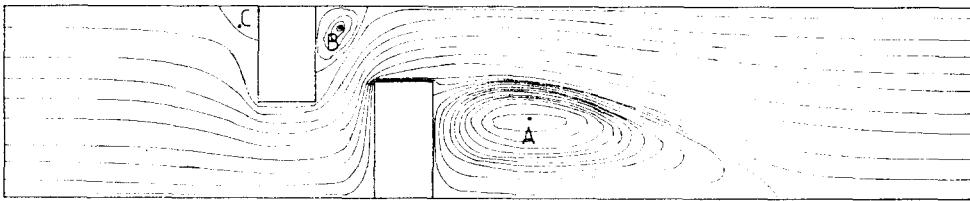


그림 4-7. 흐름함수 ( $Re=1500$ )

Fig. 4-7. ( $Re=1500$ ) Stream function values of points  $A=-0.0132$   $B=+0.2718$   $C=+0.2503$

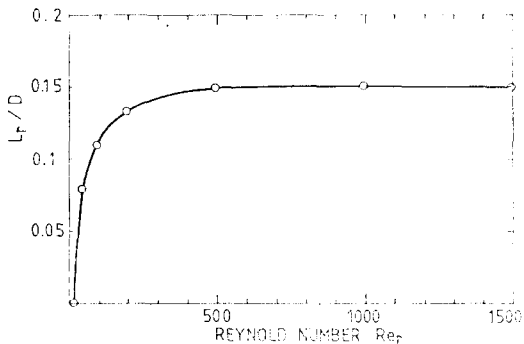


그림 5-1. 링 후위의 재순환류의 길이

Fig. 5-1. Length of recirculation flow after the ring

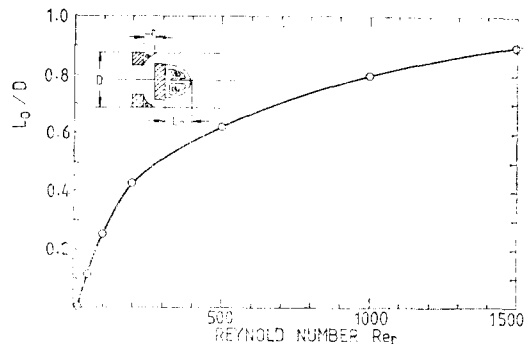


그림 5-2. Occluder 후위의 재순환류의 길이

Fig. 5-2. Length of recirculating flow after the occluder

性層流 흐름에 對한 支配方程式으로 Navier Stokes 方程式 (1), (2)와 連續方程式 (3)을 使用할 수있다<sup>14)</sup>.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial r} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r^2} v \right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

式(1)과 式(2)를  $r$ 과  $z$ 로 각각 微分하여 壓力에 對한 項을 削除하고, 式(3)과 式(4)을 使用하면 渦流度 方程式(vorticity transport equation) (5)가 얻어진다.

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial r} \cdot \xi + v \cdot \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \xi + u \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} = \nu \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial r} - \frac{\xi}{r^2} \right) \quad (5)$$

式(3)에 式(6)을 代入하고, 式(4)을 使用하면 式

PLOTTED VALUES OF VORTICITY  $\Omega$

-30.0,	-20.0,	-10.0,	-8.0,	-6.0,	-4.0,	-2.0,	-0.8,
-0.1,	0.0,	0.1,	0.4,	0.8,	2.0,	4.0,	6.0,
8.0,	10.0,	20.0,	30.0,	40.0,	45.0		



THE VALUES OF POINTS A = -33.8386  
B = +47.3445

그림 6. 와류도 분포 ( $Re=500$ )

Fig. 6. Vorticity distribution ( $Re=500$ )

그림 7. 응력분포 ( $Re=500$ )

Fig 7. Stress distribution ( $Re=500$ )

Plotted Values of Nondimensional Stress

-0.0400,	-0.0100,	-0.0050,	-0.0010,	-0.0005,	-0.0002,
0.0002,	0.0005,	0.0010,	0.0050,	0.0100,	0.0400

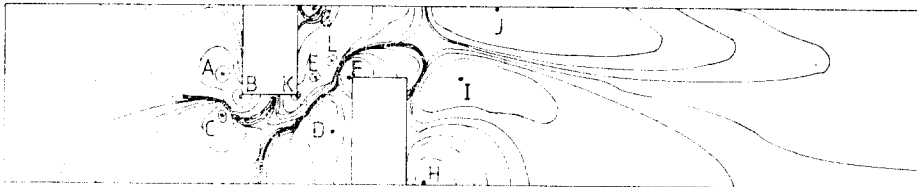


그림 7-1. 수직응력  $\tau_{rr}/\rho U_0^2$

Fig. 7-1. Normal stress  $\tau_{rr}/\rho U_0^2$

The Values of Points

A = -0.01428,	B = -0.01784,
C = +0.01163,	D = -0.01627,
E = +0.02218,	F = -0.04235,
G = -0.00382,	H = -0.00158,
I = +0.00237,	J = -0.00295,
K = +0.02461	L = +0.02594

(7)이 얻어진다.

$$u = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot \frac{1}{r} \quad (6)$$

$$-r\xi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (7)$$

따라서 式 (4), (5), (6), (7)을 사용하면 定常狀態 (steady state)에서의 速度를 구할 수 있고, 式 (8)에 이 값들을 代入하면 應力을 計算할 수 있다<sup>15)</sup>.

$$\tau_{rr} = -2\mu \cdot \frac{\partial v}{\partial r}$$

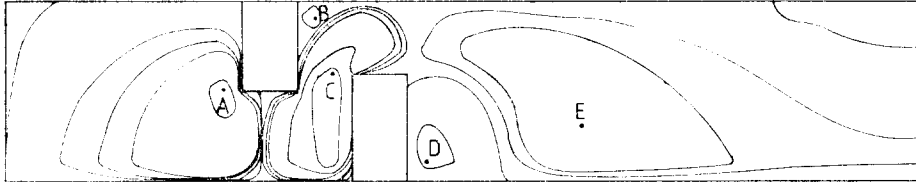


그림 7-2. 수직응력  $\tau_{\theta\theta}/\rho U_0^2$

Fig. 7-2. Normal stress  $\tau_{\theta\theta}/\rho U_0^2$

A = +0.00742, B = +0.00042, C = -0.01456,  
D = -0.00158, E = +0.00094

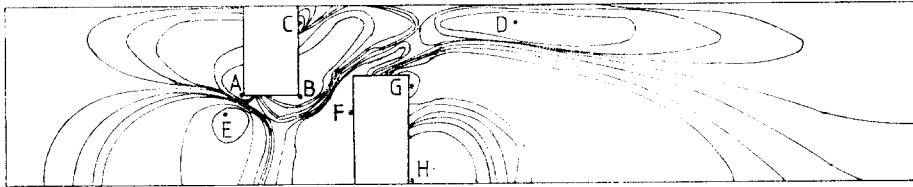


그림 7-3. 수직응력  $\tau_{zz}/\rho U_0^2$

Fig. 7-3. Normal stress  $\tau_{zz}/\rho U_0^2$

A = +0.03467, B = -0.04179, C = +0.00308, D = +0.00224,  
E = -0.01800, F = -0.03455, G = -0.00727, H = +0.00327

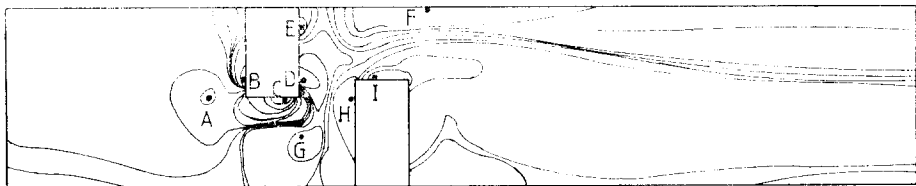


그림 7-4. 전단응력  $\tau_{rz}/\rho U_0^2$

Fig. 7-4. Shear stress  $\tau_{rz}/\rho U_0^2$

A = +0.01257, B = -0.00944, C = +0.04008, D = -0.01799,  
E = +0.00191, F = -0.01828, G = -0.00916, H = +0.03640,  
I = -0.01830

$$\begin{aligned} \tau_{\theta\theta} &= -2\mu \cdot \frac{v}{r} \\ \tau_{zz} &= -2\mu \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \\ \tau_{zr} = \tau_{rz} &= -\mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

앞에서 얻어진 식들을 간단히 하기 위해, 半徑  $r_0$ 와 入口 中心에서의  $Z$  方向 速度  $u_0$ 를 사용한 식(9)와 같은 無次元 變數를 사용하여 無次元 方程式으로 바꾸면 식(10)~(17)들로 된다.

$$\begin{aligned} R &= \frac{r}{r_0}, \quad Z = \frac{z}{r_0}, \quad U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0} \\ T &= \frac{t}{r_0/u_0}, \quad \Psi = \frac{\psi}{r_0^2/u_0}, \quad \Omega = \frac{-\xi}{u_0/r_0} \\ T_{rr} &= \frac{\tau_{rr}}{\rho u_0^2}, \quad T_{\theta\theta} = \frac{\tau_{\theta\theta}}{\rho u_0^2}, \quad T_{zz} = \frac{\tau_{zz}}{\rho u_0^2} \\ T_{rz} &= \frac{\tau_{rz}}{\rho u_0^2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial T} = -\frac{\partial(V\Omega)}{\partial R} - \frac{\partial(U\Omega)}{\partial Z} + \frac{1}{Re_r} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial R} - \frac{\Omega}{R^2} \right) \quad (10)$$

$$R\Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial R} \quad (11)$$

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \quad (12)$$

$$V = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (13)$$

$$T_{rr} = -\frac{2}{Re_r} \cdot \frac{\partial V}{\partial R} \quad (14)$$

$$T_{\theta\theta} = -\frac{2}{Re_r} \cdot \frac{V}{R} \quad (15)$$

$$T_{zz} = -\frac{2}{Re_r} \cdot \frac{\partial U}{\partial Z} \quad (16)$$

$$T_{rz} = T_{zr} = \frac{1}{Re_r} \left( \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (17)$$

여기에서  $Re_r$ 은 半徑을 基準으로 한 Reynolds 數이며 다음과 같이 定義된다.

$$Re_r = \frac{r_0 \cdot u_0}{\nu} \quad (18)$$

### 3. 數值 解析 方法

式(10)의 解를 구하기 위해 式(19)에서 볼 수 있듯이 時間에 대한 項에는 forward difference를, convective term에 대해서는 2nd upwind differencing method를, diffusion term에 대해서는 space centered difference를 適用했다.

$$\begin{aligned} \Omega_{i,j} &= \Omega_{i,j} - \frac{\Delta T}{2h} [ (U_f - |U_f|)\Omega_{i+1,j} \\ &\quad + (U_f + |U_f| - U_b + |U_b|)\Omega_{i,j} \\ &\quad - (U_b + |U_b|)\Omega_{i-1,j} ] + [ (V_f - |V_f|)\Omega_{i,j+1} \\ &\quad + (V_f + |V_f| - V_b + |V_b|)\Omega_{i,j} \\ &\quad - (V_b + |V_b|)\Omega_{i,j-1} ] \\ &\quad + \frac{\Delta T}{Re_r h^2} \left\{ \Omega_{i+1,j} + \Omega_{i,j+1} + \Omega_{i,j-1} \right. \\ &\quad \left. - \left( 4 + \frac{h^2}{R_j^2} \right) \Omega_{i,j} \right\} \\ &\quad + \frac{\Delta T}{2h} \cdot \frac{1}{Re_r R_j} (\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j-1}) \end{aligned} \quad (19)$$

여기에서

$$\begin{aligned} U_f &= \frac{U_{i+1,j} - U_{i,j}}{2}, \quad U_b = \frac{U_{i,j} - U_{i-1,j}}{2} \\ V_f &= \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j}}{2}, \quad V_b = \frac{V_{i,j} - V_{i-1,j}}{2} \end{aligned}$$

이며,  $\Omega'_{i,j}$ 은  $\Omega_{i,j}$ 보다  $\Delta T$  만큼 時間이 지났을 때의 渦流度(vorticity)를 나타낸다. 여기에서 時間의 増分  $\Delta T$ 는 線形安定解析(linear stability analysis)에 의하여 다음과 같은 式으로 주어진다<sup>1,12,16</sup>.

$$\Delta T = \frac{1}{\frac{2}{Re_r} \left( \frac{1}{\Delta Z^2} + \frac{1}{\Delta R^2} \right) + \frac{|U|_{\max}}{\Delta Z} + \frac{|V|_{\max}}{\Delta R}} \quad (20)$$

實際로는  $\Delta T$ 의 90%를 사용하여 動的 不安定(dynamic instability)를 防止하도록 하였다. 그리고 靜的 不安定(static instability)은 upwind differencing method에 의해 防止될 수 있다<sup>1,16</sup>.

式(19)에 依해 얻어진 새로운 時間의 渦流度에 對應하는 흐름函數(stream function)는 式(1)에 依해 얻어지며 이 式에 대하여는 式(21)과 같이 S.O.R. method를 사용하였다.

$$\begin{aligned} \Psi'_{i,j} &= \Psi_{i,j} + R_f \left[ \frac{1}{4} \left\{ \Psi_{i+1,j} + \Psi_{i-1,j} + \Psi_{i,j+1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \Psi'_{i,j-1} - \frac{h}{2R_j} (\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j-1}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - R_j \cdot h^2 \Omega_{i,j} \right\} - \Psi_{i,j} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

이 式을 사용하는 데 있어서 收斂할 수 있는 relaxation factor ( $R_f$ 의 값은  $1 < R_f < 2$ )이며, 本論文에서는 1.5를 사용하였다<sup>1,16,17</sup>. 速度에 대한 式(12), (13)에는 centered difference를 사용하였으며, 應力에 대한 式(14)~(17) 또한 같은 方法을 사용하였다.

### 4. 境界 條件

#### 4-1. 入口에서의 境界條件

入口에서의 흐름函數는 拋物流(parabolic flow)로 假

定하였다.

$$\Psi = 0.5R^2 - 0.25R^4 \quad (22)$$

半徑方向 速度  $V$  는 one-sided difference 를, 軸方向 速度  $U$  는 centered difference 를 사용하였으며, 渦流度  $\Omega$  는 (11)式을 사용하여 軸方向으로는 one sided difference 를, 半徑方向으로는 centered difference 를 適用하였다.

#### 4-2. 出口에서의 境界條件

出口에서의 速度  $U, V$  는 入口에서와 같은 方法을 사용하였으나, 出口에서의 흐름을 보다 一般化하기 爲하여 흐름 函數와 渦流도에 대해 式(23), (24)와 같이 線形 外插法(linear extrapolation method)을 사용하였다<sup>16)</sup>.

$$\Psi_{i,j} = 2\Psi_{i-1,j} - \Psi_{j-2,j} \quad (23)$$

$$\Omega_{i,j} = 2\Omega_{i-1,j} - \Omega_{i-2,j} \quad (24)$$

#### 4-3. 中心軸에서의 境界條件

中心軸에서의 軸方向 速度  $U$  는, 軸으로부터 半徑  $h$  以內의 領域에서는 速度가 一定하다고 假定하고, 方程式(12)를 積分한 다음의 式(25)을 이용한다.

$$U_{i,1} = \frac{2\Psi_{i,2}}{h^2} \quad (25)$$

中心軸에서의 渦流도와 흐름函數는 0가 되며, 圓板(disc)의 壁面에서의 흐름函數도 0가 된다.

#### 4-4. 壁面에서의 境界條件

壁面에서는 no-slip 條件을 사용하던  $U=0, V=0, \Psi = \text{const.}$ 가 된다. 渦流도에 대해서는 二次 微分項에 대한 Taylor 級數로부터 직접 誘導한 公式을 사용한 式(26), (27)을 사용한다.

$$\Omega_{i,j} = \frac{2}{R_j \cdot h^2} (\Psi_{i,t \pm 1} - \Psi_{i,j}) \quad (26)$$

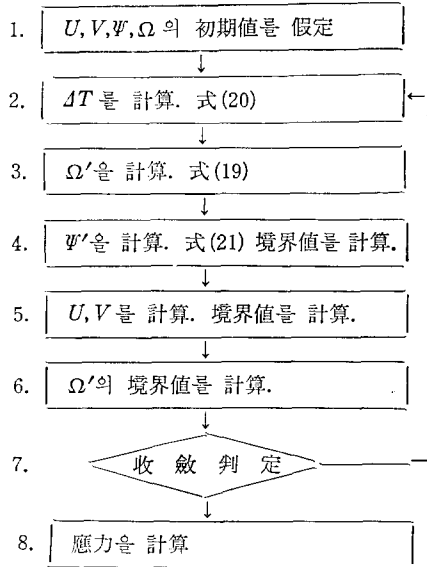
$$\Omega_{i,j} = \frac{2}{R_j \cdot h^2} (\Psi_{i \pm 1,t} - \Psi_{i,j}) \quad (27)$$

#### 4-5. 모서리에서의 境界條件

이 境遇에서는 各 方向의 壁面이 交叉하므로 2개의 渦流度 값이 나타나게 되며, 그 點에 이웃하는 두 點의 渦流도를 計算하는데 있어서는 現在 計算하는 點의 方向으로 計算된 값을 各各 사용하였다<sup>15,16)</sup>.

### 5. 計算 過程

式(10)~(17)의 數值解를 구하는 데 있어서, 다음과 같은 計算 過程을 基礎로 하여 computer program 을 作成했다.



4번 過程에서는 S.O.R. method 를 사용했으며, 各 node 에서의  $(\Psi'_{i,j} - \Psi_{i,j})$ 의 값이 모두 0.0001 以下인 境遇에 收斂한 것으로 判定했다. 7번 過程에 있어서는  $(\Omega'_{i,j} - \Omega_{i,j})$  값의 전체 node 에 대한 合計가 0.1 以下인 境遇에 定常狀態에 到達한 것으로 보고 收斂을 判定했다. 그리고  $h$ 의 값은 0.1을 사용했다.

### 6. 數值 結果 및 解析

數值解를 구하는 과정에서 初期值는 두가지 方法을 사용할 수 있다. 첫번째 計算에서는 入口에서의 흐름 函數을 값을 全體 領域에 확대하는 方法이고, 둘째로는 任意의 Reynolds 數에 대해 收斂된 값을 다음의 Reynolds 數에 대한 計算에서 初期值로 사용한다는 方法이다.

數值解는 Reynolds 數가 20, 50, 100, 200, 1000, 1500인 境遇에 대해 各各 計算하였으며, HP-3000을 사용하여 計算해 본 結果, 한 Reynolds 數에 對해 500 抄부터 1000抄 사이의 C.P.U. time 이 사용되었다.

各 Reynolds 數에 대한 流線(stream line)은 그림



4-1부터 그림 4-7에 나타냈으며, 再循環流의 크기의 變化를 그림 5-1과 그림 5-2에 나타냈다.

그림 4에 나타난 바와 같이 再循環流는  $Re=50$ 인 境遇에 發生하여 Reynolds 數가 增加할수록 渦流(vortex)의 強度가 弱해진다. 그리고 Reynolds 數가 1000以上인 境遇에는 ring의 앞부분에서도 再循環流가 發生하기 시작한다. 그림 5에 나타난 바와 같이, Occluder 뒷면의 再循環流의 크기는 Reynolds 數의 增加에 따라 계속 增加하나, ring의 뒷면에서 發生하는 再循環流는 Reynolds 數가 500以上이 되면 전혀 增加하지 않는다. 이것은 occluder 뒷면의 再循環流의 擴大 때문인 것으로 생각된다.

그림 6에서는 Reynolds 數가 500인 境遇의 渦流度의 分布를 나타내고 있다.

渦流度의 分布 狀態를 通해서 剪斷 應力이 ring의 아래 部分(point A)과 occluder의 모서리(point B)

近處에서 强하게 나타날 것이라고 豫測할 수 있다.

그림 7-1부터 그림 7-4에는 Reynolds 數가 500인 境遇의 應力의 分布를 나타내었다.

그림 8.부터 그림 16까지에는 Reynolds 數가 20, 500, 1500인 境遇의 壁面에서의 應力의 分布를 나타내었다. 여기에서 나타낸 應力의 크기를 各 Reynolds 數에 대해 比較하기 위해서는 Reynolds 數의 比를 逆數의 계곱으로 하여, 各 應力에 곱하여 相對的으로 比較하여야 한다. 應力의 分布는 各 Reynolds 數에 따라 若干의 差異는 있으나, 이는 再循環流의 發生有無에 關係하는 것이고, 별로 큰 差異는 없다. 그리고 一般的으로 node의 크기를 작게 하면 흐름의 좀더 微細한 變化까지도 計算에 包含되므로, 各 部分에서의 應力과 渦流度의 最大值와 그 位置까지도 node의 크기에 따라 變할 수 있다.

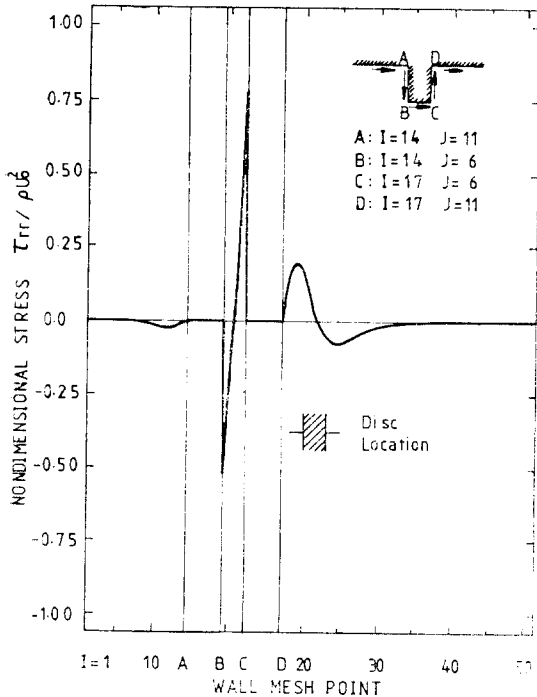


그림 8. 벽에 있어서의 수직응력의 분포 ( $Re=20$ ).  
Fig. 8. Normal stress distribution  $\tau_{rr}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=20$ ).

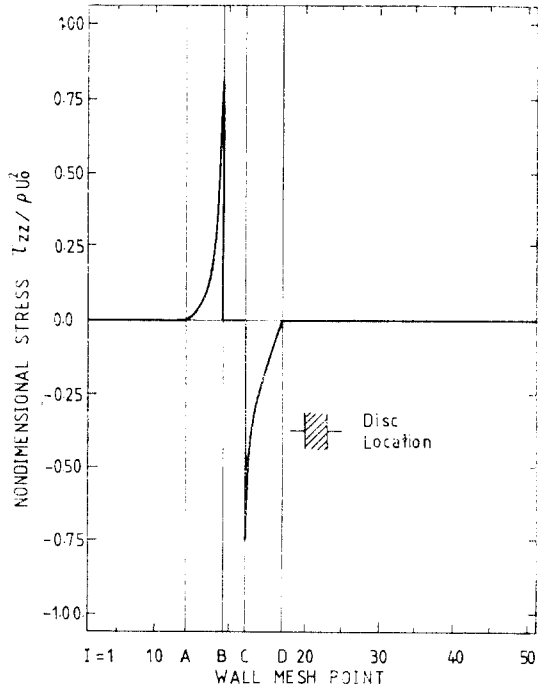


그림 9. 벽에 있어서의 수직응력의 분포  
Fig. 9. Normal stress distribution  $\tau_{zz}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=20$ ).

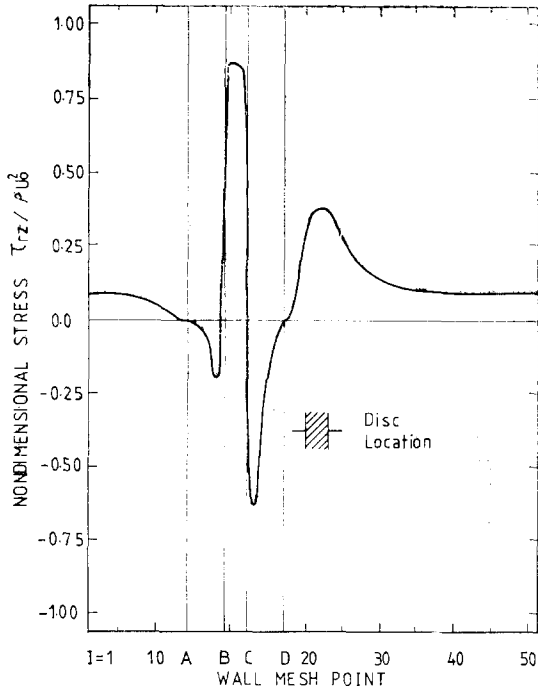


그림 10. 벽에 있어서의 전단응력의 분포 ( $Re=20$ )  
 Fig. 10. Shear stress distribution  $\tau_{rz}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=20$ ).

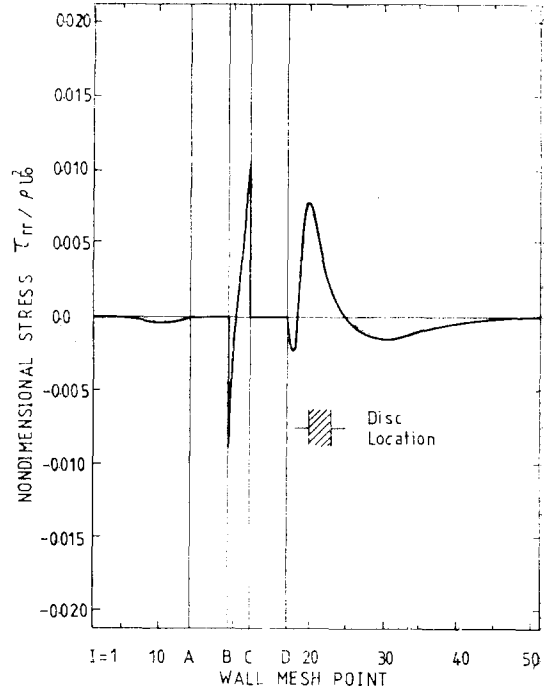


그림 11. 벽에 있어서의 수직응력 분포 ( $Re=500$ )  
 Fig. 11. Normal stress distribution  $\tau_{rr}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=500$ ).

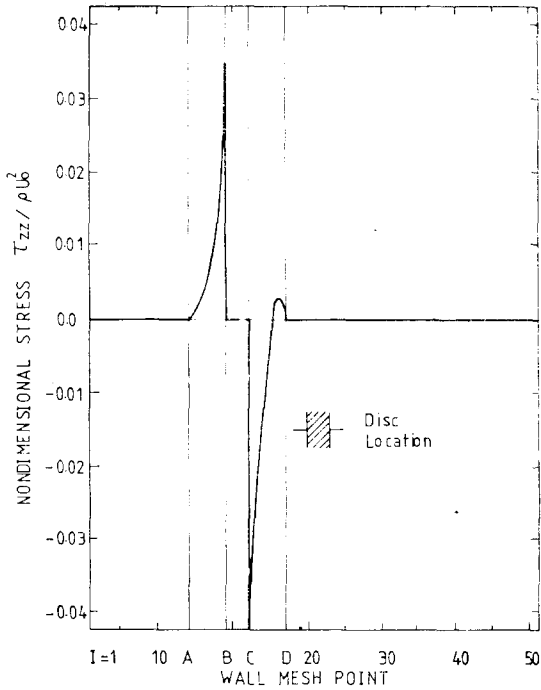


그림 12. 벽에 있어서의 수직응력분포 ( $Re=500$ ).  
 Fig. 12. Normal stress distribution  $\tau_{zz}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=500$ ).

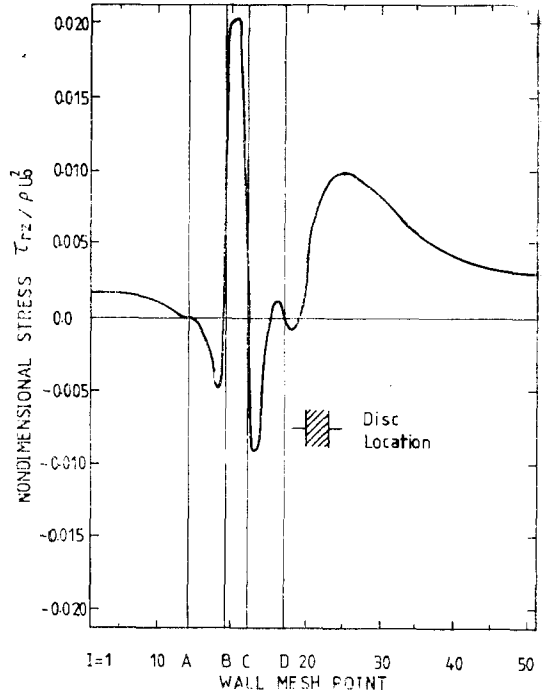


그림 13. 벽에 있어서의 전단응력분포 ( $Re=500$ ).  
 Fig. 13. Shear stress distribution  $\tau_{rz}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=500$ ).

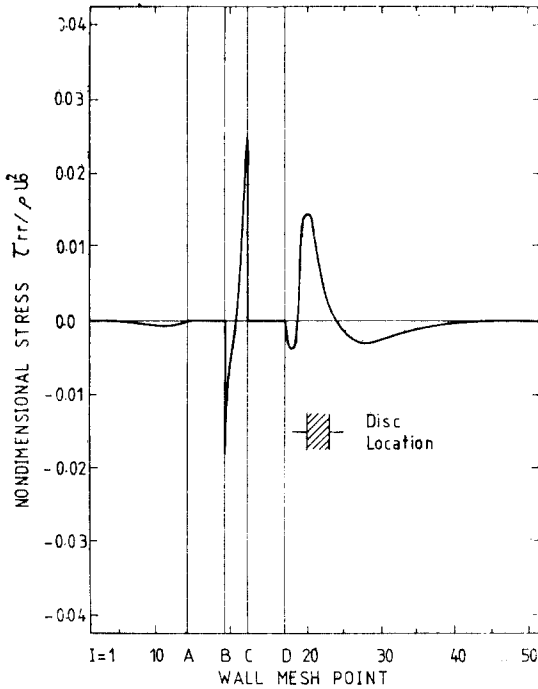


그림 14. 벽에 있어서의 수직응력분포 ( $Re=1,500$ ).  
Fig. 14. Normal stress distribution  $\tau_{rr}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=1,500$ ).

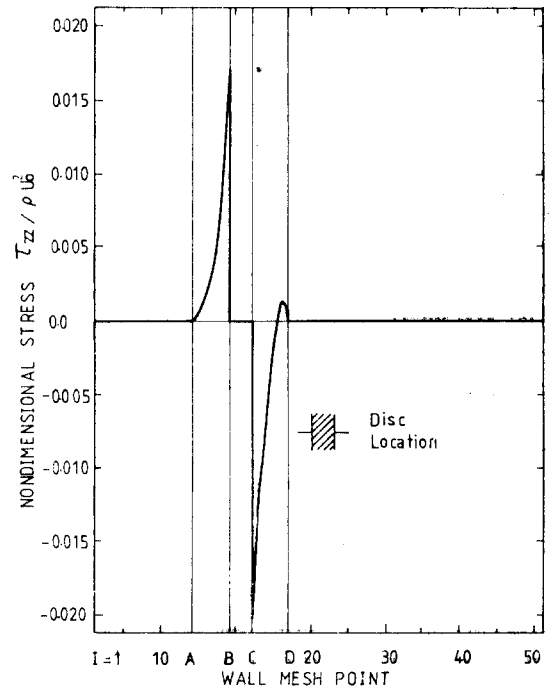


그림 15. 벽에 있어서의 수직응력분포 ( $Re=1,500$ ).  
Fig. 15. Normal stress distribution  $\tau_{zz}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=1,500$ ).

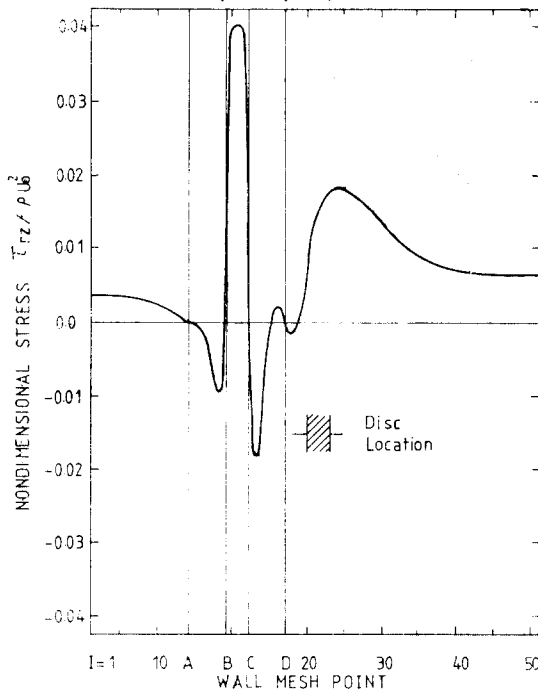


그림 16. 벽에 있어서의 전단응력분포 ( $Re=1,500$ ).  
Fig. 16. Shear stress distribution  $\tau_{rz}/\rho U_0^2$  along the wall ( $Re=1,500$ ).

## 7. 結 論

人工心臟 밸브 주위의 血液 흐름에 대한 數值解析의 研究에 있어서 다음과 같은 結論을 얻을 수 있다.

1. 再循環流은 Reynolds 數가 50以上인 境遇에 나타나며, occluder 뒷면의 再循環流은 Reynolds 數의 增加에 따라 커진다. ring 뒷면의 再循環流은 Reynolds 數가 500以上이 되면 增加하지 않는다.
2. 渦流度는 ring 의 아랫면의 뒷쪽 모서리에 가까운 部分과, 앞면의 앞쪽 모서리에서 가장 強하게 나타난다.
3. r 方向 垂直 應力은 occluder 의 앞쪽 모서리에서 가장 強하고, ring 의 뒷쪽 모서리에서는 壁面의 應力中에서 가장 強하게 나타난다. 그리고 ring 과 occluder 사이에서도 強하게 나타난다.
4.  $\theta$  方向 垂直 應力은 별로 큰 값은 없으나, ring 과 occluder 사이에서 比較的 크게 나타난다.
5. z 方向 垂直 應力은 ring 의 兩모서리와 occluder 의 앞면에서 가장 強하게 나타난다.
6. 剪斷 應力은 ring 의 아랫면에서, occluder 의 앞면의 앞쪽 모서리에 가까운 部分에서 強하게 나타난다.

기 호

$u$ ; axial velocity  
 $v$ ; radial velocity  
 $\varphi$ ; stream function  
 $\xi$ ; vorticity  
 $r, z$ ; coordinate  
 $r_0$ ; radius of the tube  
 $\rho$ ; density  
 $\mu$ ; viscosity  
 $\tau_{rr}, \tau_{zz}, \tau_{\theta\theta}, \tau_{rz}$ ; stress  
 $R, Z$ ; nondimensionalized coordinates  
 $U, V_{i,j}$ ; nondimensionalized velocity  
 $\Omega_{i,j}$ ; nondimensionalized vorticity  
 $T$ ; nondimensionalized time  
 $T_{rr}, T_{zz}, T_{\theta\theta}, T_{rz}$ ; nondimensionalized stress  
 $Re_r$ ; Reynolds number based on the radius  $r_0$   
 $\Omega'_{i,j}$ ; nondimensionalized vorticity in the new time  
 $\Psi'_{i,j}$ ; nondimensionalized stream function in the new time  
 $R_j$ ; relaxation factor  
 $h$ ; the length of the mesh  
 $\Delta T$ ; time increment

참 고 문 헌

- 1) T.J. Mueller.: *Application of Numerical Methods to Physiological Flows*, in H.J. Wirz, and J.J. Smolderen (eds.), "Numerical Methods in Fluid Dynamics," pp.89-154, Hemisphere Publishing co., Washington, London, 1978.
- 2) Surgenor, D. MacN.: "The Red Blood Cell." 2nd ed., parts I and II, Academic, New York, 1975.
- 3) Caro, C.G., and R.M. Nerem.: "Transport of C- $\alpha$ -Cholesterol Between Serum and Wall in the Perfused Dog Common Carotid Artery," *Circ. Res.*, 32:187-205, 1973.
- 4) Lutz, R.J., J.N. Cannon, J.E. Fletcher, and D.L. Fly. "The Measurement of Wall Shear Stress in Model Arteries by an Electrochemical Technique," *Proc. 27th ACEMB, Philadelphia*

- Pa.*, October 6-10, 1974, p.279.
- 5) Greenfield, H., and W. Kolff.: "The Prosthetic Heart Valves and Computer Graphics," *J. Am. Med. Assoc.*, 219(1):69-74, Jan. 3, 1972.
- 6) Schuessler, G.C., and T.K. Hung.: "Hemodynamics during the Opening of a Heart Valve," *A Computational Analysis, Proc. 25th ACEMB, 1972, p. 271.*
- 7) Skaland, E., and G. Moskowitz.: *Plane Flow through a Prosthetic Aortic Valve.* *Proc. 25th ACEMB, 1972, p. 272.*
- 8) Underwood, F.N.: "Numerical and Experimental Studies of the Steady, Axisymmetric Flow through a Disc-type Prosthetic Heart Valve," M.S. thesis, Department of Aerospace and Medical Engineering, University of Notre Dame, August, 1972.
- 9) Underwood, F.N., and T.J. Mueller.: *Numerical Studies of the Steady, Axisymmetric Flow through a Disc-Type Prosthetic Heart Valve,* *Proc. 25th ACEMB. 1972, p.273.*
- 10) T.J. Mueller.: *On the Fluid Dynamics of Prosthetic Heart Valve Flow-A Preliminary Numerical and Experimental Study,* Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Technical Note 101, June, 1974.
- 11) F.N. Underwood, Jr.: *A Numerical Study of the Steady, Axisymmetric Flow through a Disc-Type Prosthetic Heart Valve,* Ph. D. dissertation, Department of Aerospace and Mechanical Engineering University of Notre Dame. Ind., 1975.
- 12) F.N. Underwood, and T.J. Muller.: "Numerical Study of the Steady Axisymmetric Flow Through a Disc Type Prosthetic Heart Valve in a Constant Diameter Chamber," *ASME, Journal of Biomechanical Engineering, Vol. 99, May, 1977, pp. 91-98.*
- 13) F.N. Underwood, and T.J. Mueller.: *Numerical Study of the Steady Axisymmetric Flow through a Disc-type Prosthetic Heart Valve in an Aortic-shaped Chamber,* *ASME, Journal of Biomechanical Engineering, Vol. 101, August, 1979, pp. 198-204.*

- 14) D.J. Tritton.: *Physical Fluid Dynamics*," Van Nostrand Reinhold Co., 1979, pp. 48-53.
- 15) S.W. Yuan.: "*Foundations of Fluid Mechanics*," Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1967, pp.118-119.
- 16) P.J. Roach.: *Computational Fluid Dynamics*," Hermosa Publishers, Albuquerque, New Mexico, 1972, pp. 15-208.
- 17) Chuen-Yen Chow.: "*An Introduction to Computational Fluid Dynamics*," John Wiley & Sons, New York, 1979, pp. 331-355.