

<技術論文>

Swaging Autofrettage 의 해석과 원통설계 가공에의 응용(II)

—스웨이징에 의한 원통설계법과 그 내면 가공법의 개발—

孫承堯* · 金世榮*

(1981年 10月 2日 接受)

Fundamentals on the Analysis of the Swaging Autofrettage and its Application to the Design and Manufacturing Process of the Thick Cylinders(II)

—Development of a Computer Program for the Design and the Processing of Thick Cylinders—

Seung Yo Sonn and Se Young Kim

Abstract

Two categories in the design of thick cylinders are suggested and their computer programs are developed; the one termed processing design to ensure the precise inner radius of the cylinder and the other, termed stress compensation design to reduce peak stresses in the cylinder wall.

The processing design seeks suitable interference by the method of linear iteration to determine either the radius of the mandrel R or the inner radius of the cylinder R_1 . On the other hand, the stress compensation design seeks first the suitable m and which satisfies the design criteria $\sigma_{actual} < \sigma_{allowable}$ and then tries to find the suitable interference for given m and ζ .

The design program developed here may be used either in the office at the planning stage of thick cylinders as machine elements or on the processing line to get precise final dimension of inner radius.

1. 서 론

스웨이징에 의한 원통설계는 원통내면 치수확보 및 거칠기 향상을 위한 설계와, 잔류응력 유발에 의하여 내면의 실제응력 감소를 얻으려는 응력보상 설계의 두 가지로 대별할 수 있으며 전자를 가공설계, 후자를 계획설계라 부르기로 한다. 후자는 전자를 포함한다고 할 수 있다.

가공설계는 현장에서 실제가공시에 필요한 설계로서

다음 2가지로 나눌수 있는데(Fig.1 참조) 첫째 최종치수 R_1' 을 얻기 위하여 R_1, R_2 로 초기가공 하였을때 맨드릴치수 R 을 얼마로 하여야 하느냐 하는 경우와 둘째 맨드릴 치수 R 이 주어진 경우 초기내경 R_1 을 얼마로 하여야 소기하는 최종가공치수 R_1' 을 얻을 수 있느냐 하는 경우이다. 여러 실험 결과에 의하면 스웨이징에 의한 거칠기 향상은 두드러진 현상임에 틀림없으나 정량적 함수관계 표시가 곤란하므로 본 가공설계에서는 치수를 기준으로 한 계산 program을 개발하고 실제의 향상 정도는 전보⁽¹⁾의 Fig. 11에 전주는 것으로 생각한다.

한편 계획설계는 요소설계적 입장에서 응력보상에

* 正會員, 亞洲大學校

의해 원통전체의 실제응력이 허용응력(주로 피로한도 기준) 이하가 되도록 소성역을 정하고 이러한 소성역을 주기 위한 점세를 찾아낸다.

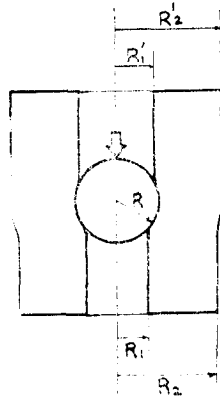


Fig. 1 Swaging model.

2. 스웨이징에 의한 원통설계 Algorithm

2.1. 가공설계

2.1.1. 맨드릴 반경 R 을 구하는 경우

전보⁽¹⁾의 식(6)을 정리하면 아래와 같다.

$$f(\xi, \zeta, m, m', E, \nu, \sigma_y) = 1 - \frac{\sigma_y}{E} \left\{ (1-2\nu) \left[\ln(1+\xi) - \ln \zeta + \frac{\zeta^2}{2n^2} - \frac{1}{2} \right] - \frac{\zeta^2}{n^2} \left\{ \frac{(1-2\nu)(2+\nu)}{2} \frac{\zeta^2}{m^2} + 1.5\nu \right\} \right\} - \frac{m'}{1+\xi} = 0 \quad (1)$$

단, $m' = R_1' / R_1$

이 식은 여러개의 parameter 를 가지고 있으나 재료의 기계적 성질이 주어지면 ξ, ζ, m 및 m' 만이 변수적 성격을 띠게 되나 상호 관련되어 있으므로 근본적으로는 ξ 와 ζ 를 독립변수로 m 을 parameter 로 생각하면 이 식이 성립하는 ξ, ζ, m 을 선형반복법에 의해 수치적으로 정할 수 있다.

전보⁽¹⁾의 스웨이징 오오프셋티지 기본식은

$$l \cdot \zeta = \alpha \xi^4 + \beta \xi^2 + \gamma \quad (2)$$

로 주어지는데 여기서

$$\alpha = \nu / m^2, \quad \beta = \frac{1}{2n^2} + \frac{1-\nu}{1-2\nu} \quad (3)$$

$$\gamma = - \left[\frac{1}{2} + \frac{F}{(1-2\nu)\sigma_y} \xi \right]$$

이다. 이제 근사적으로 식(2)를 만족하는 초기치로서 ξ_0, ζ_0, m_0 을 대입할 경우 식(1)은 f_0 인 나머지를 줄 것이다. 두번째 근사치로서 식(2)를 만족하는 근사치 $\xi_1 = \xi_0 + \Delta\xi$, $\zeta_1 = \zeta_0 + \Delta\zeta$, $m_1 = m_0 + \Delta m$ 을 식(1)에 대

입하여 나머지 f_1 을 계산한다. 이와 마찬가지로 반복 계산하여 나머지를 계산하면 이들 나머지의 부호를 그때 그때 조사하여 식(1)을 만족하는 ξ_i, ζ_i, m_i 를 찾을 수 있다.

이들이 만족하여야 할 조건들은 다음과 같다.

$0 < \xi_i \leq \xi_u$ (조임새상한 : 원통전체에 소성역을 주는 조임새 즉, $\zeta = m$ 인 경우)

$$1 < \zeta_i \leq m_i \quad (4)$$

$$1 < m_i$$

전보⁽¹⁾의 식(A9b)에서 ζ 가 너무 커지는 경우 응력 분포의 내용이 실제 경우에 불합리하게 표시되는 한계를 논하고 있으며 이론상 m 은 매우 커지더라도 ζ 는 어느 한도이상 커질 수 없다.

식(4)로부터 가정할 ξ, ζ, m 의 초기치를 정할 수 있으며 이들이 식(4)의 범위를 넘어서도 식(1)을 만족하지 못하면 재료(E, ν, σ_y)를 다시 선택하여야 한다.

2.1.2. 초기내경 R_1 을 구하는 경우

이 경우에는 R 이 주어진 것으로 생각하며 전보⁽¹⁾의 식(6)을 다음과 같이 정리한다.

$$f(\xi, \zeta, m, E, \nu, \sigma_y) = 1 - \frac{\sigma_y}{E} \left\{ (1-2\nu) \left[\ln(1+\xi) - \ln \zeta + \frac{\zeta^2}{2m^2} - \frac{1}{2} \right] - \frac{\zeta^2}{m^2} \left\{ \frac{(1-2\nu)(2+\nu)}{2} \frac{\zeta^2}{m^2} + 1.5\nu \right\} \right\} - \frac{R_1'}{R} \quad (5)$$

식(5)는 앞절에서와 같이 반복적 방법으로 ξ, ζ, m 등을 정할 수 있으며 이때 이들이 만족하여야 할 범위는 다음과 같다.

$$0 < \xi_i < \xi_u$$

$$1 < \zeta_i < m_i$$

$$1 \leq m_i$$

단, ξ_u 는 점세의 상한

2.2. 계획설계

계획설계는 2 단계로 나눌수 있는데 첫단계는 실제응력이 허용응력 이하로 되도록 ζ 와 m 을 정하는 응력보상 설계이고 두번째 단계는 첫번째 단계의 결과를 기준으로 R 또는 R_1 을 정하는 치수 설계이다. 치수설계가 가공설계와 다른점은 가공설계에서는 최종치수 R_1' 을 얻기 위하여 소성역 ζ 를 임의로 변경할 수 있음에 비하여 치수설계에서는 최종치수 R_1' 과 ζ 가 적절한 응력보상을 위하여 확정된 상태에서 R_1 또는 R 을, 즉, 조임새를 결정하는 것이다.

2.2.1. 응력보상 설계

전보⁽⁴⁾의 해석에 따르면 반경방향의 실제응력 σ_{ra} 는 탄성역이나 소성역에서 모두 원주방향 실제응력 $\sigma_{\theta a}$ 에 비하여 매우 작음(10의 차수정도)알 수 있다. 따라서 강도를 기준으로 하는 응력보상설계에서는 원주방향의 최대응력이 허용 응력 이하로 되도록 하면 좋을 것이다. 전보의 식(A6), (A11), (A12)를 정리하면 다음과 같다.

$$\sigma_{\theta a}^* = \sigma_s \left[1 + \frac{m^2}{(r/R_1)^2} \right] \left[\frac{\zeta^2}{2m^2} + \frac{1}{m^2-1} \left(\frac{\zeta_2}{2m^2} - \ln\zeta - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{\dot{P}}{m^2-1} \left[1 + \frac{m'^2}{(r/R_1')^2} \right] \quad (7)$$

$$\sigma_{\theta a}^* = \sigma_s \left[1 + \ln\left(\frac{r}{R_1}\right) + \frac{m^2}{m^2-1} \left(\frac{\zeta^2}{2m^2} - \ln\zeta - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{(r/R_1)^2} \right) \right] + \frac{\dot{P}}{m^2-1} \left[1 + \frac{m'^2}{(r/R_1')^2} \right]$$

스웨이징 오토프리티지는 Contained plastic flow 이므로 취급하므로 R, R_1 , 및 R_1' 의 차는 대개 μ 단위로 표시되는 크기이므로 설계단계에서는 다음과 같이 근사치로 계산한다.

$$\frac{m'^2}{(r/R_1')^2} \approx \frac{m^2}{(r/R_1)^2} \quad (8)$$

한편 설계하는 원통의 내압이 충격적(반복적)이나 아니면 정력학적이거나에 따라 설계강도를 피로한도나 비례한도로 잡는 것이 적합하겠으나 어느 경우건 안전계수를 달리 하므로서 일정한 기준으로부터 잡을 수 있다. 본 설계에서는 단순인장 시험시 비교적 측정이 용이한 항복강도하한 σ_s 를 기준으로 어떤 안전계수 S 를 도입하여 허용응력 σ_a 를 다음과 같이 표시한다.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_s}{S} \quad (9)$$

실제로 원통에 작용하는 내압 P 은 원통요소가 쓰이는 목적에 따라 다르겠으나 편의상 항복응력 σ_s 의 fraction으로 표시한다. 즉,

$$P = F\sigma_s \quad (10)$$

단 F 는 P/σ_s 이고 성질상 1보다 작아야 한다.

식 (8)과 (10)을 (7)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\sigma_{\theta a}^* \approx \sigma_s \left[1 + \frac{m^2}{(r/R_1)^2} \right] \left[\frac{\zeta^2}{2m^2} + \frac{1}{m^2-1} \left(\frac{\zeta^2}{2m^2} - \ln\zeta - \frac{1}{2} \right) + \frac{F}{m^2-1} \right]$$

$$\sigma_{\theta a}^* \approx \sigma_s \left[1 + \ln\left(\frac{r}{R_1}\right) + \frac{m^2}{m^2-1} \left(\frac{\zeta^2}{2m^2} - \ln\zeta - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{(r/R_1)^2} \right) + \frac{F}{m^2-1} \left(1 + \frac{m^2}{(r/R_1)^2} \right) \right]$$

이들 두 응력은 허용응력보다 작아야 하므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_{\theta a}^* \leq \sigma_a = \frac{\sigma_s}{S} \quad (11)$$

식 (11)을 정리하면 다음과 같은 2가지 응력구속조건을 얻는다.

탄성역 :

$$S \left[1 + \left(\frac{m}{r/R_1} \right)^2 \left[\frac{\zeta^2}{2m^2} + \frac{1}{m^2-1} \left(\frac{\zeta^2}{2m^2} - \ln\zeta - \frac{1}{2} \right) + \frac{F}{m^2-1} \right] \right] \leq 1 \quad (12a)$$

소성역 :

$$S \left[1 + \ln\left(\frac{r}{R_1}\right) + \frac{m^2}{m^2-1} \left(\frac{\zeta^2}{2m^2} - \ln\zeta - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{(r/R_1)^2} \right) + \frac{F}{m^2-1} \left(1 + \frac{m^2}{(r/R_1)^2} \right) \right] \leq 1 \quad (12b)$$

설계에서의 관심은 최대응력이므로 위의 식의 좌변이 최대되는 위치(r/R_1)에서 두 조건이 만족되면 충분하다. 먼저 식 (12a)를 잘 관찰하면 (r/R_1)이 최소인점 즉 $r=\rho$ 에서 최대가 되며 이 값을 대입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S \left[1 + \frac{m^2}{\zeta^2} \left[\frac{\zeta^2}{2m^2} + \frac{1}{m^2-1} \left(\frac{\zeta^2}{2m^2} - \ln\zeta - \frac{1}{2} \right) + \frac{F}{m^2-1} \right] \right] \leq 1 \quad (13)$$

한편 식 (12b)에서 좌변의 최대치는 좌변을 (r/R_1)으로 미분하여 최대값이 일어나는 점을 찾으면 다음과 같다.

$$\frac{r}{R_1} = \sqrt{\frac{2m^2}{m^2-1} \left(\frac{\zeta^2}{2m^2} - \ln\zeta + \frac{1}{2} \right)} = \alpha \quad (14)$$

식 (14)를 (12b)에 대입하면 다음과 같다.

$$S \left[1 + \ln\alpha + \frac{m^2}{m^2-1} \left(\frac{\zeta^2}{2m^2} - \ln\zeta - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) + \frac{F}{m^2-1} \left(1 + \frac{m^2}{\alpha^2} \right) \right] \leq 1 \quad (15)$$

식 (13)과 (15)는 응력보상 설계시 탄·소성역 모두가 허용응력 이하로 되어야 하는 응력구속조건을 표시하며 스웨이징 오토프리티지의 기본식인 식(2)나 칫수설계를 위한 식 (1)과 (5)를 선형 반복법에 의하여 풀 때 m, ζ 에 추가하여 S 와 F 로서 만족되어야 할 Constraints이다. 따라서 순진히 응력보상조건만 만족하기 위하여는 식 (13)과 (15)를 만족하는 ζ 의 범위를 특정 m 에 대하여 구할 수 있으며 만일 주어진 m 에 대하여 이 두식을 만족하는 ζ 가 발견되지 않을 경우 m 을 증가시켜 응력보상을 얻을수 있는 두께비 m 을 결정하고 이때 ζ 의 범위를 구한다. 실제 설계프로그램

에서는 ζ 의 범위중 중앙값으로 제시한다. ζ 의 범위를 구하기 위하여는 선형반복법으로서 ζ 가 다음 조건을 만족하도록 초기치를 설정하고 그 범위내에서 증가시켜 가면서 찾는다. 즉,

$$1 < \zeta_i < m$$

이때 재료의 성질이나 작용압력이 같이 주어져야 하므로 ζ 는 이들의 함수라 할 수 있다. 따라서 F 와 S 에 따라서도 m 의 변경이 필요하다. 이들의 거동에 대한 도표를 Fig. 2~6에 표시하였다.

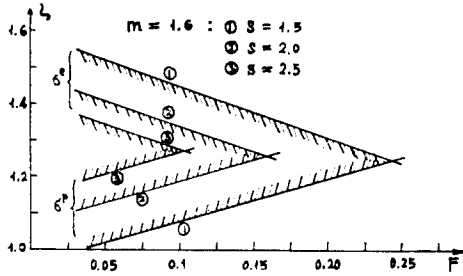


Fig. 2 Nondimensional plastic radius ζ vs. Pressure coefficient F with safety factor S as parameter for $m=1.6$.

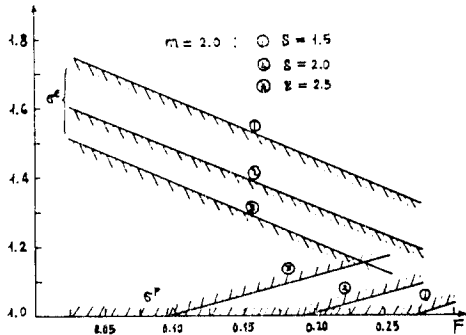


Fig. 3 Nondimensional plastic radius ζ vs. Pressure coefficient F with safety factor S as parameter for $m=2.0$.

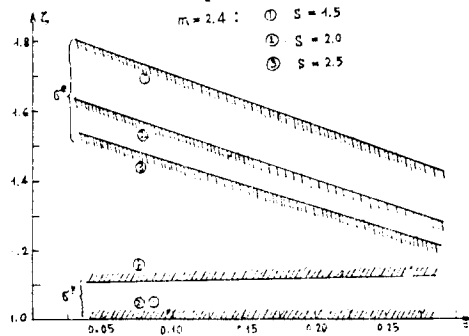


Fig. 4 Nondimensional plastic radius ζ vs. Pressure coefficient F with safety factor S as parameter for $m=2.4$

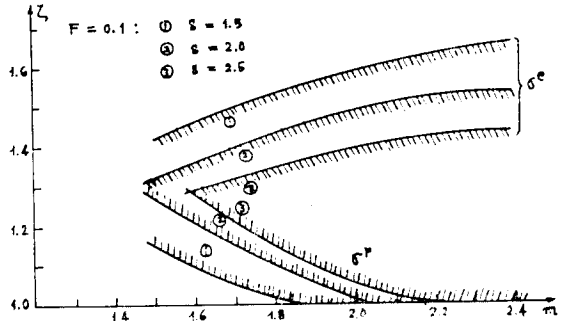


Fig. 5 Nondimensional plastic radius ζ vs. Radius ratio m with safety factor S as parameter for $F=0.1$.

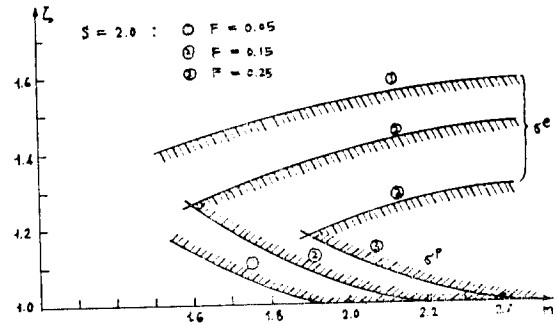


Fig. 6 Nondimensional plastic radius ζ vs. Radius ratio m with pressure coefficient F as parameter for $S=2.0$.

Fig. 2, 3, 4는 반경비 m 을 고정시키고 안전계수 S 를 parameter로 하여 식 (13)과 (15)를 만족하는 범위의 소성역 ζ 와 하중계수 F 에 대하여 plot한 것으로 안전계수 S 가 커질수록 두식의 만족범위(사선부분)가 현저히 제한됨을 볼 수 있다.

Fig. 5와 6은 안전계수 S 를 고정시켰을때 하중계수 F 를 parameter로 하여 식 (13)과 (15)를 만족하는 소성역의 범위 ζ 를 반경비 m 에 대하여 plot하였다. 여기에서도 하중계수가 적을수록 그리고 반경비가 클수록 만족하는 범위(사선부분)가 크게 확장됨을 알 수 있다. 이들 도표들은 응력보상설계를 하고자 할 때 하중과 안전율 및 직경비(또는 원통두께)를 어느 정도로 잡을 것이냐 하는 기본적 수치선정의 기초자료로서 중요한 역할을 할 수 있을 것이다.

2.2.2. 칫수설계

칫수설계는 가공설계와 유사하지만 가공설계에서는 S, F 에 관계없이 ζ 와 m 을 결정하는데 반하여 칫수설

계에서는 m, ζ, S, F 가 주어지고 이러한 ζ 를 얻기위한 조임새비 $\xi(R$ 또는 $R_1)$ 를 정하는데 이때에는 재료 즉 σ_s (및 E, ν)를 바꾸는 것이 가능하다. 따라서 전보⁽¹⁾의 식 (6)을 사용하되 m, ζ 를 고정하고 ξ 를 선형반복법으로 구하되 σ_s, E, ν 를 parameter로 변화시킬 수 있다.

2.3. 프로그램 Flow

본 설계프로그램은 각종 재료의 실험 데이터가 빈약한 관계로 설계시 그때 사용하는 재료의 기계적 성질(E, ν, σ_s)을 입력데이터로 주도록 쓰여졌으나 이는 KS 규격에 따라 항복강도가 통계적 처리를 할 수 있을 만큼 일정한 범위내에서 각종 원통재료가 생산 공급될 경우 일정한 code로서 통계치를 얻을 수 있는 subroutine의 개발이 가능하다. 또한 본 프로그램의 기준은 TRESCA의 항복조건을 기준으로 하였으나 Von Mises의 항복조건에 의한 경우도 전혀 동일한 방법으로 처리할 수 있다. 따라서 이들을 후에 보완 삽입하므로써 보다 폭넓은 재료에 대하여 설계할 수 있도록 하기 위하여 각 설계종류를 module화하여 프로그램의 융통성을 극대화하였는데 프로그램조직은 Fig. 7과 같다.

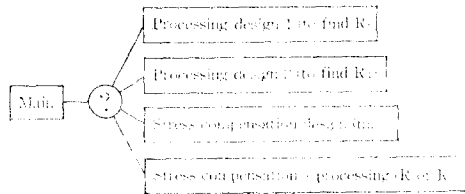


Fig. 7 Program organization.

3. 설계에 및 실험치와의 대비

3.1. 가공설계예

	계산결과	실험
$E=2100 \text{ kgf/mm}^2$		(mm)
$\nu=0.3 \sigma_s=48.7 \text{ kgf/mm}^2$	(mm)	(mm)
① $R_1=12.659$	$R=12.679$	$R=12.685$
$R_2=37.495$	$\Delta=20 \mu$	$\epsilon=6 \mu$
$R_1'=12.667$		
② $R_1=12.613$	$R=12.654$	$R=12.676$
$R_2=37.489$	$\Delta=41 \mu$	$\epsilon=22 \mu$
$R_1'=12.647$		
③ $R_1=12.642$	$R=12.663$	$R=12.671$
$R_2=22.497$	$\Delta=21 \mu$	$\epsilon=8 \mu$
$R_1'=12.647$		

④ $R_1=12.633$	$R=12.665$	$R=12.686$
$R_2=19.993$	$\Delta=32 \mu$	$\epsilon=21 \mu$
$R_1'=12.654$		
⑤ $R_1=12.643$	$R=12.675$	$R=12.683$
$R_2=17.495$	$\Delta=32 \mu$	$\epsilon=8 \mu$
$R_1'=12.662$		

3.2. 계획설계예

$E=21,000, \nu=0.3, \sigma_s=48.7$

① 초기자료	계산결과
$R_1'=12.634$	$m=2.472$
$R_2=31.233$	$\xi=1.221(\sigma=15.425\text{mm})$
$S=2$	
$F=0.2$	
② $R_1'=12.633$	$m=2.963$
$R_2=37.492$	$\xi=1.157(\sigma=15.119\text{mm})$
$S=2$	
$F=0.2$	
③ $R_1'=12.646$	$m=1.979$
$R_2=24.999$	$\xi=1.196(\sigma=19.356)$
$S=0.2$	
$F=0.2$	

4. 고찰 및 결론

가공설계에는 실험치와의 비교를 위하여 설계 원통이 제작된 치수를 입력자료로 하여 사용할 맨드릴의 지름을 계산토록 하였으며 맨드릴은 스웨이정시 사용한 베어링볼의 지름을 마이크로 메타로 측정된 값을 실험치로 하였다.

계산결과는 실험치와 비교적 잘 일치하나 짐새가 크면 오차도 커짐을 알 수 있다. 따라서 초기치 설정시 가급적 짐새가 그하한보다 큰 범위내에서 적은쪽이 되도록 함이 바람직하다.

계획설계에는 응력보상을 기준으로 반경비와 적절한 소성역을 찾는 경우로서 식 (13)과 (15)를 동시에 만족하는 여러값중 중앙값을 택한 것이다. 이의 적정여부는 잔류응력을 측정하는 실험으로 대비할 수 있을 것이나 본 연구의 범위를 벗어남으로 제외하였다.

위에서 살펴본 바와 같이 본 연구의 결과는 기계요소로서 원통을 경제적 또는 기술적으로 유효하게 설계하고자 할때 직접 사용할 수 있으며 특히 생산공정에서 활용하므로써 품질의 향상에 기여할 수 있을 것이다.

응력보상에 의한 경우는 여러 parameter에 의해 비교적 사용범위(Fig.2~6)가 제한되어 있으나 허용응력에 대하여 약간의 용통성을 주므로서 프로그램 자체의 적용범위를 확대하였다.

후 기

본 연구(II)는 산학협동재단의 연구비지원에 의하여 이루어졌으며 본 과제를 채택하여 주신 배려와 후회에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. 孫承堯, 辛根夏, 金世榮, "Swaging Autofrettage의 해석과 원통 설계 가공에의 응용(I) 大韓機械學會論文集 第4卷 第2號 pp. 54~62, 1980.
2. K.S. Yuck and B.H. Lee, "A Theory of Burnishing Mechanics", J. of KSME, Vol.14, 1974.
3. A.H. Van Der Krogt, "Mathematical and Experimental Investigation into the Autofrettage of High-Pressure Mudpump Fluid Ends", J. of Pressure Vessel Technology, Feb., 1978.
4. 谷口和雄, "ベニシ仕上の基礎的研究", 精密機械 XVI-1, 2, 3, 1950.
5. T.E. Davidson, D.P. Kendall, and A.N. Reiner, "Residual Stresses in Thick-Walled Cylinders Resulting From Mechanically Induced Overstrain", Experimental Mechanics, Nov. 1963.
6. T.E. Davidson, C.S. Barton, A.N. Reiner and D.P. Kendall, "New Approach to the Autofrettage of High-strength Cylinders", Exp. Mech. Feb. 1962.
7. 陸宏修, "버니싱에 의한 구멍내면의 정밀가공에 관한 연구", 대한기계학회지 4호, 1974.
8. A.N. Palazutteand N.F. Morris, "An Elastic-Plastic Plane Strain Solution Using the Incremental Theory", Int. J. Mech, Sci, Pergamon Press, Ltd., Vol.13, 1971.
9. Burroughs, "B1800/B1700 Systems FORTRAN Reference Manual, 1978.