<研究論文>

Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 6, No. 2, December 1980

三段階 샘플링 檢査方式

Three-stage Sampling Inspection Plans

柳 文 橡*
裵 道 善*

Abstract

A system of conditional sampling plans composed of three stages is developed. In the first stage, the decision to accept or reject the lot is based on the information obtained from the current lot. When a decision is not made in the first stage, a second stage is introduced and the information from the immediately preceding lot as well as the information from the current lot is used for the decision. When a decision is not made in the first stage, a second stage is introduced and the information from the immediately preceding lot as well as the information from the current lot is used for the decision. When a decision is not made in the second stage either, the decision is deferred until the information from the immediately following lot is obtained. Existing tables for constructing double sampling plans with $n_2=2n_1$ can be used to find the parameters of these plans.

These sampling plans can bring sizable savings in the amount of inspection when the process is relatively stable. The response delay to the change in process quality and the deferred events may be considered as shortcomings of these plans. However, these are not serious in practical applications, and the reduction in sample size may more than offset these shortcomings.

I. 序 論

대부분의 롯트별 샘플링 검사방식은 當該롯트에서 얻는 검사결과로써 롯트의 합격·불합격 판정을 하게 된다. 샘플링 검사를 행할 때 試料의 크기는 檢査費用과 직결되는 수가 많다. 특히 파괴해 보아야만 검사결과를 알 수 있는 破壞檢査(destructive testing)나 檢査費가 많이 드는 검사(costly testing)인 경우에는 시료의 크기가 커지면 검사비용의 부담이 커져 바람직하지 못하게 된다.

生產者나 消費者 양측에 대해 만족스러운 品質水準에서 시료의 크기를 줄일 수 있는 방안이 다각도로 연구되어온 바, 이 중 當該롯트의 검사결과 외에 他롯트의 검사결과를 이용함으로써 시료의 크기를 줄일 수 있는 이른바 "條件附 샘플링 檢査方式(Conditional Sampling Inspection Plans)"이 Anscombe, Godwin 및 Plackett[1]의 연구이래 계속 개발되어 왔다.

Dodge[4]의 Chain Sampling Inspection Plans (ChSP-1)는 條件附 샘플링 檢査方式의 대표적인 한 방식이며 ChSP-1의 變型으로서 ChSP-4,

* 韓國科學院

ChSP-4 A 가 있다[8]. 이들 방식은 試料의 크기를 줄이는 데는 효과적이나 判別能力이 낮아도 되는 (less discriminating) 경우에나 사용할 수가 있어 적용범위가 제한되어 있다. 이를 다소 보완한 것이 ChSP-c_1, c_2[5] 및 ChSP(n_1, n_2)-c_1, c_2[13]검사방식이지만 이 방식들은 母數(parameters)의 수가 많기 때문에 生產者 및 消費者 危險이 주어 졌을 때 이를 만족시키는 母數들을 쉽게 구할 수 있는 방법이 아직 제시되지 않고 있고 適用節次도 복잡하여 實用性이 결여되어 있다.

Dependent Sampling Plans[17]나 Deferred State Sampling Plans[10, 15, 16]도 條件附 샘플링 檢査方式의 範疇에 속하는 것으로서 이들 두 방식도 역시 ChSP 검사방식이 갖고 있는 취약점을 해결하지 못하고 있고, Deferred State Sampling Plans는 判定保留狀態의 롯트들을 위한 空間의 확보문제도 아울러 갖고 있다.

Baker와 Brobst[2]는 檢査節次를 대폭 간소화시키고 아울러 既存 샘플링 檢査計劃表로써 용이하게 검사방식의 母數를 구할 수 있는 Conditional Double Sampling Plans를 개발하였다. 本 硏究에서는 Conditional Double Sampling Plans처럼 實用性이 높고 이보다 試料의 크기를 절감시킬 수 있는 "三段階 샘플링 檢査方式 (Three-stage Sampling Inspection Plans)"을 개발하고 이 方式을 既存 샘플링 檢査方式과 比較·評價한다.

三段階 샘플링 檢査方式을 適用할 수 있는 條件, 혹은 이 方式을 이론적으로 전개하기 위한 假定은 다음과 같다.

가) 각 롯트는 제품이 生產되는 順序대로 構成되어져야 한다.

나) 工程의 品質水準이 一定하다고 기대할 수 있어야 한다.

다) 試料의 크기는 롯트마다 一定하다.

Ⅱ. 三段階 샘플링 檢査方式

二回 샘플링검사에서는 一次試料를 검사하여 不良品數가 一次 合格判定個數인 c_1이하이면 롯트를 합격시키고 二次 合格判定個數인 c_2보다 크면 불합격시킨다. 그리고 不良品數가 c_1보다 크고 c_2 이하이면 二次試料를 채취·검사하여 1차시료와 2차시료의 不良品數의 合으로써 합격 불합격의 판정을 한다.

이와 같이 2회 샘플링 검사에서는 2차시료를 當該롯트에서 取하게 되는 바, 이는 多回 샘플링검사나 逐次 샘플링검사에서도 마찬가지이다.

三段階 샘플링 檢査方式은 當該롯트의 試料로써 판정을 하지 못하면 直前·直後의 롯트의 검사결과를 이용하여 판정을 하는 방식이다. 이는 2차시료를 당해롯트에서 뽑지 않는 것을 除外하면 2회 샘플링 검사방식과 판정방법이 유사하다.

三段階 샘플링 檢査方式의 適用節次는 다음과 같다.

① i번째 롯트로 부터 n개의 試料를 채취·검사하여 良好品 혹은 不良品으로 구분한다. (i번째 롯트의 試料중의 不良品數를 d_i라 하기로 한다.)

$d_i \leqslant c_1$이면 i번째 롯트를 합격시키며 $d_i > c_2$이면 불합격시킨다.

② $c_1 < d_i \leqslant c_2$이면 i-1번째 롯트의 검사결과를 이용하게 된다. 즉 $d_{i-1}+d_i > c_2$이면 i번째 롯트를 불합격시키고, $d_{i-1}+d_i \leqslant c_2$이면 i번째 롯트의 判定은 保留하고 i+1번째 롯트의 檢査를 行한다.

③ 保留된 롯트에 대해서는 다음과 같이 判定한다. 즉 $d_{i-1}+d_i+d_{i+1} \leqslant c_2$이면 i번째 롯트를 합격시키고, $d_{i-1}+d_i+d_{i+1} > c_2$이면 불합격시킨다.

이와 같이 三段階 샘플링 檢査方式의 適用節次는 d_i로써 판정을 하는 第一段階, $d_{i-1}+d_i$로써 판정을 하는 第二段階, 判定保留後 $d_{i-1}+d_i+d_{i+1}$로써 판정을 하게 되는 第三段階의 三段階로써 구성된다. 그림 1은 적용절차를 흐름도 (Flow Chart)로 나타낸 것이다.

三段階 샘플링 檢査方式에서는 合格判定個數가 c_1, c_2 두개 뿐이어서 第一段階에서 판정을 하지 못하여 第二段階로 가면 第二段階에서는 不合格判定만이 가능하며 따라서 合格判定은 第一段階와 第三段階에서만 가능하다.

위의 적용절차에 의해 롯트의 合格確率 $L(p)$

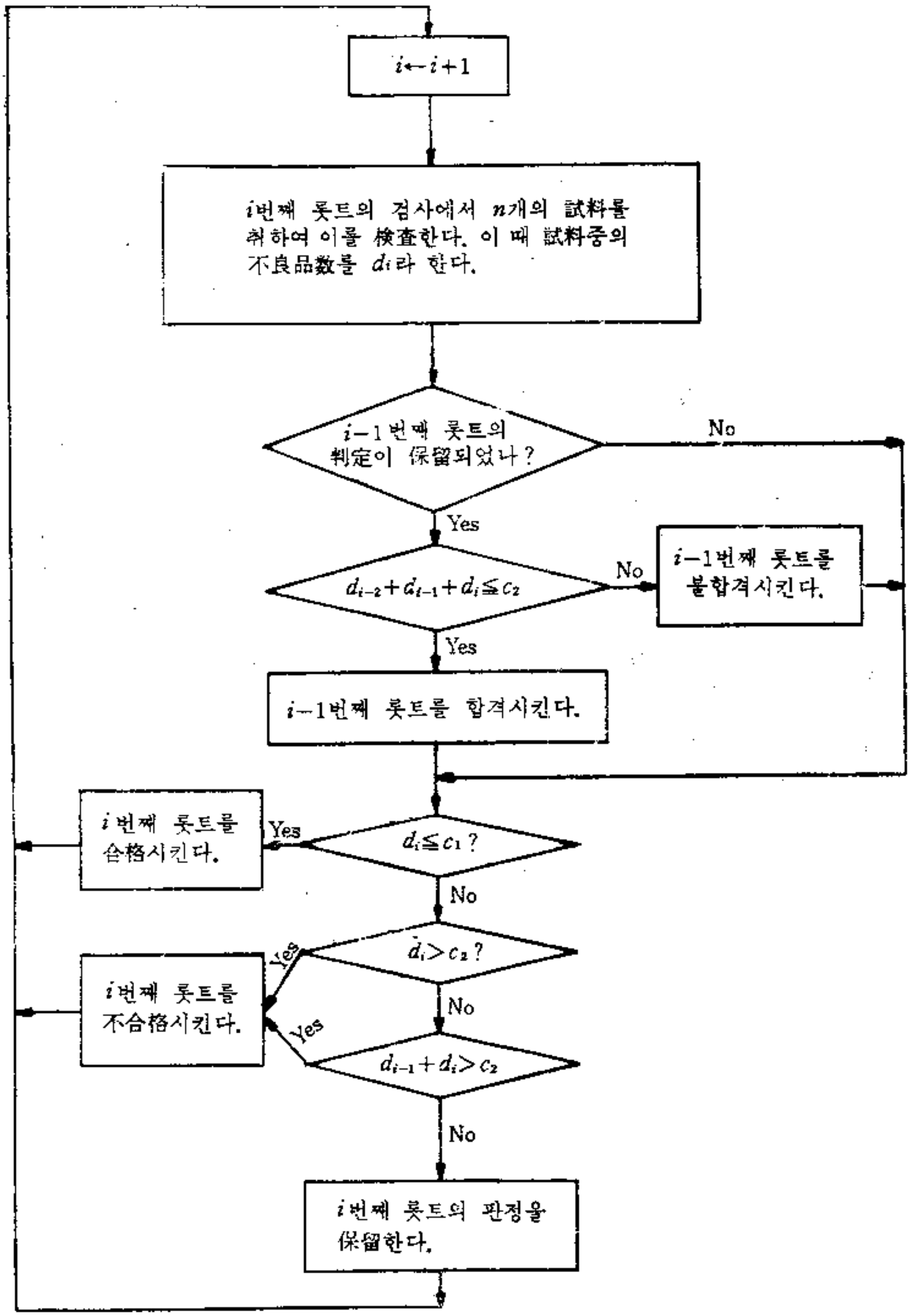

그림 I. 三段階 샘플링 檢査方式의 適用節次의 흐름도

는 다음과 같이 된다.

$$L(p)=\sum_{r=0}^{c_1} P_{n:r}+\sum_{r=c_1+1}^{c_2} P_{n:r}\sum_{s=0}^{c_2-r} P_{n:s}\sum_{t=0}^{c_2-r-s} P_{n:t} \qquad \cdots\cdots (1)$$

단 여기서 $P_{n:i}$는 n개의 試料중 i개의 不良品이 나올 확률이다. (1)식을 변형하면 다음과 같다.

$$L(p)=\sum_{r=0}^{c_1} P_{n:r}+\sum_{r=c_1+1}^{c_2} P_{n:r}\sum_{s=0}^{c_2-r}\sum_{t=0}^{c_2-r-s}\binom{n}{s}\binom{n}{t}p^{s+t}$$

$$\cdot (1-p)^{2n-s-t}$$

$$=\sum_{r=0}^{c_1} P_{n:r}+\sum_{r=c_1+1}^{c_2} P_{n:r}\sum_{v=0}^{c_2-r}\sum_{u=0}^{v}\binom{n}{u}\binom{n}{v-u}\cdot$$

$$p^v(1-p)^{2n-v}$$

$$=\sum_{r=0}^{c_1} P_{n:r}+\sum_{r=c_1+1}^{c_2} P_{n:r}\sum_{v=0}^{c_2-r}\binom{2n}{v}p^v(1-p)^{2n-v}$$

$$=\sum_{r=0}^{c_1} P_{n:r}+\sum_{r=c_3+1}^{c_2} P_{n:r} \sum_{v=0}^{c_2-r} P_{2n:v} \cdots(2)$$

(2)식은 $n_2=2n_1$인 2회 샘플링검사의 OC函數와 一致한다. 즉 工程品質이 一定하다는 假定下에서, 三段階 샘플링 檢査方式의 OC曲線은 이에 대응하는 $n_2=2n_1$인 2회 샘플링 검사방식의 OC曲線과 일치하는 바, 이는 3단계 샘플링 檢査方式의 母數를 구하는 데 $n_2=2n_1$인 2회 샘플링 검사방식의 設計表를 이용할 수 있는 근거를 제공하는 것이다.

表 1은 $n_2=2n_1$인 2회 샘플링 검사방식의 設計表이다. 이를 이용하여 주어진 p_1, p_2, α, β에 대응하는 n, c_1, c_2를 구할 수 있다.

一例로써, $p_1=0.01$, $p_2=0.08$, $\alpha=0.05$, $\beta=0.10$인 경우 $R=0.08/0.01=8$이므로 表 1을 보면 R값이 8.0에 가장 가까운 檢査方式은 2번 검사방식으로서 $c_1=0$, $c_2=2$가 되며, $(p_1, 1-\alpha)$점을 기준으로 하면

$n=(pn_1)_{0.95}/p_1=0.30/0.01=30$

이 되어 $n=30$, $c_1=0$, $c_2=2$이다.

表 1. 二回 샘플링 檢査方式의 設計表[1]

($n_2=2n_1$, $\alpha=0.05$, $\beta=0.10$)

檢査方式 番號	R[2]	合格判定個數		$p\,n_1$의 槪算値			$P_a=0.95$가 되는 點에서의 (ASN)/n_1의 槪算値[3]
		c_1	c_2	$P_a=0.95$	0.50	0.10	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	14.50	0	1	0.16	0.84	2.32	1.273
2	8.07	0	2	0.30	1.07	2.42	1.511
3	6.48	1	3	0.60	1.80	3.89	1.238
4	5.39	0	3	0.49	1.35	2.64	1.771
5	5.09	1	4	0.77	1.97	3.92	1.359
6	4.31	0	4	0.68	1.64	2.93	1.985
7	4.19	1	5	0.96	2.18	4.02	1.498
8	3.60	1	6	1.16	2.44	4.17	1.646
9	3.26	2	8	1.68	3.28	5.47	1.476
10	2.96	3	10	2.27	4.13	6.72	1.388
11	2.77	3	11	2.46	4.36	6.82	1.468
12	2.62	4	13	3.07	5.21	8.05	1.394
13	2.46	4	14	3.29	5.40	8.11	1.472
14	2.21	3	15	3.41	5.40	7.55	1.888
15	1.97	4	20	4.75	7.02	9.35	2.029
16	1.74	6	30	7.45	10.31	12.96	2.230

Ⅲ. 平均試料數(ASN)

샘플링 검사방식의 평가척도로써 가장 일반적인 것이 OC曲線이다. OC曲線이 동일한 경우라면 ASN (Average Sample Number)이 評價를 위한 중요한 尺度가 될 것이다.

表 2는 비슷한 OC曲線을 갖는 검사방식간의 ASN을 보여 주고 있다. 3단계 샘플링 검사방식의 試料의 크기는 1회 및 2회 샘플링 검사방식의 그것에 비해 상당히 작으며 그밖의 다른 검사방식보다도 대체로 작은 값을 갖는다는 것을 表 2로 부터 알 수 있다.

三段階 샘플링 檢査方式은 $n_2=2n_1$인 2회 샘플링 검사방식과 OC曲線이 동일하다. 2회 샘플링검사에서는 1차시료로써 판정을 하지 못하면 2차 시료를 취하게 되지만 3단계 샘플링검

1) Duncan[6], p. 188.

2) $R=p_2/p_1$

3) ASN은 短縮檢査를 하지 않는 것을 기준으로 한 것임.

表 2. ASN의 比較[4]

檢査方式 \ 種類 $(p_1,p_2;\alpha,\beta)$ 母數 및 ASN		A (0.007, 0.10 ; 0.05, 0.10) 母數	ASN(p_1)[5]	B (0.01, 0.08 ; 0.05, 0.10) 母數	ASN(p_1)
一回 샘플링 檢査		$c=1$	51	$c=2$	67
二回 샘플링 檢査	$n_2=n_1$ 인 경우	$c_1=0, c_2=1$	35	$c_1=1, c_2=2$	54
	$n_2=2n_1$ 인 경우	$c_1=0, c_2=1$	30	$c_1=0, c_2=2$	45
逐次 샘플링 檢査		—	24	—	38
ChSP-1 檢査		$i=3$	23	—	—
條件附 二回 샘플링 檢査[6]		$a_1=0,\ a_2=1$ $r_1=r_2=2$	30	$a_1=1,\ a_2=2$ $r_1=r_2=3$	50
三段階 샘플링 檢査		$c_1=0,\ c_2=1$	23	$c_1=0,\ c_2=2$	30

사에서는 2차시료를 취할 필요가 없기 때문에 2회 샘플링 검사에 비해 ASN이 항상 작다. 表 2의 A,B 두 例에서와 같이 3단계 샘플링 검사방식이 逐次 샘플링 檢査方式보다 ASN이 더 작을 수 있는 것은, 逐次 샘플링 檢査方式과는 달리 3단계 샘플링 검사방식에서는 當該롯트 外의 他롯트의 情報를 이용하기 때문이다. ChSP-1 검사방식과 같은 條件附 샘플링 檢査方式에서는 當該롯트의 判定을 위한 他롯트의 검사결과의 이용정도에 따라 試料의 크기가 달라질 것이다. B例에서 ChSP-1이 비교대상에 포함되어 있지 않은 것은 $\alpha=0.05$, $\beta=0.10$인 경우에는 OR (Operating Ratio;$=p_2/p_1$) 값이 10보다 작은 값에서는 이에 합당한 ChSP-1의 母數를 구할 수 없기 때문이다[12]. 따라서 ChSP-1은 p_1과 p_2의 값의 차이가 많이 나는경우, 換言하면 判別能力이 작아도 될 때나 사용할 수 있는 검사방식이라고 할 수 있겠다. 條件附 二回 샘플링 檢査方式은 $n_2=n_1$인 2회 샘플링 검사계획표를 이용하여 母數를 구한다. 그런데 일반적으로 $n_2=2n_1$인 2회 샘플링검사가 $n_2=n_1$인 2회 샘플링검사보다도 n_1값은 작으므로[9] 조건부 2회 샘플링 검사방식에 비해 3단계 샘플링 검사방식이 試料의 크기面에서 效率的이다.

또한 샘플링은 一回에 限하기 때문에 검사시간에 있어서도 多回 샘플링검사 및 逐次 샘플링 검사에 비해 다소 유리할 것이다.

Ⅳ. 反應 特性

三段階 샘플링 檢査方式에서는 當該롯트의 판정에 他롯트의 검사결과를 이용함으로써 試料의 크기를 줄일 수 있게 되나, 이에 대한 相殺效果로서 工程品質의 변화가 발생했을 때 이 변화를 感知하는 데 遲延이 있게 된다. 1회 샘플링 검사나 2회 샘플링검사와 같은 非條件附 샘플링 檢査方式에서는 品質의 변화가 발생하는 경우에 이 변화에 대한 反應度를 OC 曲線만으로 把握할 수 있다. 그러나 條件附 샘플링검사에서는 OC 曲線만으로는 工程品質의 변화에 대한 反應度가 當該롯트 外의 判定에 이용하는 롯트의 수 및 檢査方式의 母數값에 따라 달라지는 바, 이를 ARL(Average Run Length)을 이용하여 他檢査方式과 비교·평가한다.

工程品質의 變化에 있어서 실제로 문제가 되는 것은 不良率이 증가할 때의 反應度이므로 本硏究에서는 p^0의 不良率로 일정하게 유지되어 오다가 어느 순간에 p^1보다 나쁜 품질인 $p^1(p^0<p^1)$

4) 各 검사방식의 母數는 다음과 같은 文獻을 參考하여 구하였다. Cameron[3]; Duncan[6], pp. 188-189; Wald[14], pp. 51-53; Soundararajan [12].

5) 二回 샘플링 檢査方式과 逐次샘플링 檢査方式의 ASN은 不良率이 p_1일 때이며, 그외 方式에서는 不良率에 關係없이 一定하다.

6) 條件附 二回 샘플링 檢査方式에는 Dependent double sampling과 Deferred double sampling의 두 方式이 있으며, a_1,a_2는 一次 및 二次 合格判定個數이며 r_1,r_2는 一次 및 二次 不合格 判定個數이다.

의 不良率로 변하여 이 水準으로 계속 유지되어 갈 때의 反應度에 대해서 考察한다.

Page[11]나 Ewan 과 Kemp[7]는 거의 유사한 개념으로 ARL 을 定義하고, 있는 바,[7] 本硏究에서는 ARL 을, 品質의 變化가 발생하였을 때 변화가 발생한 때 부터 맨 처음 不合格된 롯트가 나타날 때 까지 검사한 롯트수의 期待値로써 定義한다.

샘플링 검사과정에서 일어날 수 있는 事象을 롯트의 合格과 不合格으로 二分할 수 있다. i 번째 롯트의 合格및 不合格事象을 각각 A_i, R_i 라 하면 ARL 은

$$\mathrm{ARL}=\sum_{i=1}^{\infty} i\ P_r\{A_0,\cdots,A_{i-1},\ R_i\}$$

이 된다. 단 여기서 $P_r\{A_0\}=1$ 로 定義한다. 그런데

$$P_r\{A_0,\cdots,A_{i-1},\ R_i\}=P_r\{A_0,\cdots,A_{i-1}\}-P_r\{A_0,\cdots,A_{i-1},\ A_i\},\qquad i=1,2,\cdots$$

이므로

$$\mathrm{ARL}=\sum_{i=1}^{\infty} i\left[P_r\{A_0,\cdots,A_{i-1}\}-P_r\{A_0,\cdots,A_i\}\right]$$

가 되어 이를 전개하여 정리하면

$$\mathrm{ARL}=1+\sum_{i=1}^{\infty}P_r\{A_1,\cdots,A_i\}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

여기서 A_i, $i=1,2,\cdots$ 가 모두 獨立事象이며 $P_r\{A_i\}=P_r\{A_1\}$, $i=1,2,\cdots$이면

$$P_r\{A_1,\cdots,A_i\}=[P_r\{A_1\}]^i$$

이 되어 ARL 은 幾何級數의 형태가 되므로 $P_r\{A_1\}=P_a$ 라고 두면 (3)식은 다음과 같이 표시 된다.

$$\mathrm{ARL}=\frac{1}{1-P_a}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

즉 當該롯트의 검사결과만 이용하는 非條件附 샘플링 檢査方式에서는 ARL 은 (4)식과 같이 롯트가 不合格될 確率의 逆數로 표시된다. 따라서 이런 경우는 어떤 불량률에 대한 롯트의 合格確率 P_a(즉 OC 曲線)를 알 수 있다면 (4)식에 의해 바로 ARL 을 구할 수가 있다.

(3)식은 어떠한 샘플링 검사방식에나 적용될 수 있는 一般式이다. 그런데 ARL 을 구하기 위해서는 먼저 結合確率(joint probability) $P_r\{A_1,\cdots,A_i\}$를 알아야 한다. $P_r\{A_1,\cdots,A_i\}$를 구하기 위하여 우선 벡타 π 와 行列 A 를 다음과 같이 定義한다.

π: 품질의 변화가 발생한 후 첫번째 롯트의, 검사할 때의 狀態確率벡타(state probability vector). 不合格狀態를 除外한 각 狀態別로 그 狀態에 있을 확률이 π 벡타의 元素이다.

A: 不完全 轉移行列(incomplete transition matrix). 不合格狀態가 除外되었기 때문에 $A=\{a_{ij}\}$라 할 때 $\sum_j a_{ij}<1$ 인 行(row)이 반드시 하나 이상은 있기 때문에 "不完全"이란 말을 사용하였다.

狀態의 數가 m 이라고 하면 π 는 $1\times m$, A 는 $m\times m$ 이다. π 의 각 元素는 品質變化以後 첫번째 롯트가 합격될 확률이다. A 는 不合格狀態가 除外된 行列이므로, πA 는 品質의 변화가 발생한 후부터 두번째 롯트까지 합격될 확률로 구성된 벡타이며, πA^{i-1}, $i=1,2,\cdots$는 i 번째 롯트까지 連續 합격될 확률로 구성된 벡타이다. 따라서 $\pi A^{i-1}\mathbb{1}$[8], $i=1,2,\cdots$는 품질변화 이후 첫번째 롯트에서 i 번째 롯트까지의 모든 롯트가 합격될 확률을 나타낸다. 그러므로 結合確率 $P_r\{A_1,\cdots,A_i\}$는

$$P_r\{A_1,\cdots,A_i\}=\pi A^{i-1}\mathbb{1}$$

가 되어 이를 (3)식에 代入하면 ARL 은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathrm{ARL}=1+\pi\sum_{i=1}^{\infty}A^{i-1}\mathbb{1}.\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

$\bar{A}$를 不合格狀態까지 포함된 完全한 형태의 轉移行列이라고 한다면 $\bar{A}$ 는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\bar{A}=\left[\begin{array}{c:c} A & B \\ \hdashline O & I \end{array}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

여기서 B 는 합격상태에서 불합격상태로 가게 될 확률로 구성되는 $m\times 1$ 벡타, O 은 $1\times m$ 零벡타이며, I 는 스칼라量으로 1이다.

A 에 속한 狀態들은 모두 一時狀態(transient states)로서, 여기서는 일단 이 상태를 벗어 나면(즉 불합격상태로 되면) 다시는 이 상태로 돌아올 수가 없으며, I 에 속한 불합격 상태는, 일단 이 상태에 進入하면 다시는 벗어 날 수가 없게 되는 吸收狀態(absorbing state)이다. 롯트의 不合格事象이 발생하면 一聯의 事象이 여기서 終結되는 것이다.

轉移行列이 (6)과 같을 때, 이를 absorbing

7) Ewan 과 Kemp 는 品質이 一定한 水準으로 유지될 때 措處(action)를 취하기 전까지 검사한 試料(sample)數의 期待値로, Page 는 검사를 통과한 製品(item)數의 期待値로 定義하였다.

8) $\mathbb{1}=(1,1,\cdots,1)^T$

chain이라 하며 이 때 A에 대해서는 다음과 같은 關係式이 성립한다.

$I+A+A^2+\cdots=(I-A)^{-1}$.

이를 이용하면 (5)식은 다음과 같이 표시된다.

$\mathrm{ARL}=1+\pi(I-A)^{-1}1$.……………………(7)

여기서 π와 A는 검사방식의 母數 c_1, c_2에 따라 각기 다른 형태를 갖게 되는 바, 三段階 샘플링 檢査方式에서의 π와 A를 構成하는 방법을 記述하면 다음과 같다.

(1) 合格狀態의 定義

k번째 롯트의 검사를 행할 때, k번째 롯트의 試料 중의 불량품수가 c_1 이하면 $k-1$번째 또는 $k+1$번째 롯트의 검사내용과는 무관하게 k번째 롯트는 合格된다. 이러한 경우에는 0부터 c_1까지의 整數값으로 狀態를 표시하고 이러한 狀態의 集合을 S_u라고 定義한다. 이 때 S_u의 元素의 수는 c_1+1이 된다.

k번째 롯트의 試料중의 불량품수가 c_1보다 크고 c_2이하이면 $k-1$번째, $k+1$번째 롯트의 검사결과를 고려하여야 한다. $k-1$번째 검사결과를 이용하는 단계에서는 不合格判定은 가능하나 合格判定은 불가능하므로 $k+1$번째 롯트가 포함될 수 있도록 合格狀態가 정의되어야 한다. 그러므로 이 때는 $k-1$, k, $k+1$번째 롯트의 試料중의 不良品數를 차례대로 표시하여 狀態를 나타낸다. 이러한 狀態의 集合을 S_c라 定義한다. 合格狀態의 全體集合을 S라 하면 $S=S_u\cup S_c$가 된다.

例] $c_1=1$, $c_2=3$인 경우

$S_u=\{0,1\}$이며 $S_c=\{020, 021, 120, 030\}$이므로 $S=\{0,1,020,021,120,030\}$이 된다.

(2) π 벡타의 構成

π는 품질의 변화가 발생한 직후 첫번째 롯트가 합격될 확률로써 구성되는 바 j번째 元素 π_j는 (1)에서 定義된 合格狀態 集合의 j번째 元素와 對應하게 된다. P_i^*, P_i를 각각 품질의 변화 이전의 롯트 및 변화 이후의 롯트의 試料중에서 i개의 不良品이 나올 확률이라고 定義하고 P_i^*, P_i로써 π_j값을 나타내기로 한다.

例) $c_1=1$, $c_2=3$인 경우

合格狀態 集合 S는

$S=\{0,1,020,021,120,030\}$

이므로 이에 따른 π는 다음과 같다.

$\pi=$

$\{P_0,\ P_1,\ P_0^*P_2\ P_0,\ P_0^*P_2\ P_1,\ P_1^*P_2P_0,\ P_0^*P_3P_0\}$.

狀態 021은 當該롯트의 검사결과가 2일때, 直前 및 直後의 검사결과가 각각 0,1인 경우를 말한다. 그런데 여기서 直前의 롯트는 品質의 變化가 발생하기 전의 롯트이므로 021에 대응하는 π_4 값은 $P_0^*P_2P_1$이 되는 것이다.

(3) A 行列의 構成

狀態 i에서 狀態 j로의 轉移確率(transition probability) a_{ij}는 다음의 두 경우로 나누어서 구한다.

(3.1) $i\in S_c$일 경우

임의의 $k(k\geqslant1)$번째 段階[9]에서, 狀態 i의 第二位數, 第三位數는 각각 k번째, $k+1$번째 롯트의 검사결과를 나타낸다. 즉 이 경우는 k번째 롯트가 合格되기 위해서는 $k+1$번째 롯트의 검사결과가 狀態 i의 第三位數처럼 나와야 하는 것을 의미한다. 따라서 $i\in S_c$인 경우에는, i의 第二位, 第三位數가 j의 第一位, 第二位數와 연관되어야 하는 바 (j의 時點이 i의 時點보다 一段階後이기 때문이다.) 이 때의 轉移確率은 다음과 같이 된다.

① $j\in S_c$일 때

j의 第一位, 第二位數가 각각 i의 第二位, 第三位數와 같으면 $a_{ij}=P_r$이 된다. 여기서 r은 j의 第三位數이다. 그 외의 경우에는 $a_{ij}=0$이 된다.

② ①에서 $a_{ij}>0$인 j가 하나도 없으면 i의 第三位數와 같은 값을 갖는 j가 반드시 S_u속에 있게 된다. 이 때는 $a_{ij}=1$이 된다.

(3.2) $i\in S_u$일 경우

이 경우는 狀態 i가 $k+1$번째 로트의 검사결과와는 무관하므로 (3.1)의 경우처럼 복잡하지

9) k번째 롯트의 檢査時點을 말한다.

는 않다.

① $j \in S_x$ 이면 $a_{ij}=P_j$ 가 된다.

② $j \in S_c$ 이면, j 의 第一位數가 i 와 같은 값일 때는 $a_{ij}=P_r P_s$ 가 된다. 여기서 r,s 는 각각 j 의 第二位, 第三位數이다. j 의 第一位數가 i 와 다른 값일 때는 $a_{ij}=0$ 이 된다.

例) $c_1=1$, $c_2=3$ 일 경우

$$\begin{array}{r} \\ 0 \\ 1 \\ A=020 \\ 021 \\ 120 \\ 030 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 020 & 021 & 120 & 030 \end{array} \\
\begin{pmatrix} P_0 & P_1 & P_2P_0 & P_2P_1 & 0 & P_3P_0 \\ P_0 & P_1 & 0 & 0 & P_2P_0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

(7)식을 이용한 각 검사방식의 ARL 의 계산

表 3. ARL 의 比較 ($p^0=0.0025$)[10]

檢査方式 / 母數 / 不良率 p^1	三段階 샘플링 檢査	ChSP$-c_1$, c_2	條件附 從屬 二回 샘플링 檢査	條件附 保留 二回 샘플링 檢査
	$n=40$ $c_1=0$, $c_2=1$	$n=50$ $(k_1, k_2; c_1, c_2)$ $=(1,2;0,1)$	$n=50$ $(a_1, r_1; a_2, r_2)$ $=(0,2;1,2)$	$n=50$ $(a_1, r_1; a_2, r_2)$ $=(0,2;1,2)$
0.003	57.91	39.68	39.54	39.44
0.005	23.63	16.87	16.84	16.55
0.008	10.88	8.24	8.25	7.87
0.010	7.68	6.04	6.05	5.65
0.020	2.91	2.65	2.67	2.29
0.030	1.84	1.83	1.84	1.53
0.040	1.43	1.48	1.50	1.25
0.050	1.24	1.29	1.31	1.13
0.060	1.14	1.18	1.20	1.07

결과가 表 3 이다. 여기서 三段階 샘플링 檢査方式과의 비교대상은 모두 條件附 샘플링 檢査方式들로서, 각 방식들은 유사한 OC 曲線을 갖는다. ChSP-0,1 方式과 DEP(0,2 ; 1,2)方式간의 ARL 은 거의 차이가 없으며, DEF(0,2 ; 1,2)方式의 ARL 은 위의 두 방식보다 약간씩 작은 값을 갖는다. 不良率이 낮을 때에는 三段階 檢査方式이 他檢査方式에 비해 ARL 값이 높은 편이며 不良率이 높아짐에 따라서 값에 있어서 큰 차이를 보이고 있지 않다. 表 3 의 경우 三段階 샘플링 檢査方式의 試料의 크기가 他方式에 비해 작은 값을 가지며, 실제로 품질이 低下되었을 때 感知의 遲延으로 야기되는 損失은 變化의 幅이 클 때이므로 試料크기의 節減은 反應의 遲延에 의한 損失을 相殺할 수 있을 것이다.

V. 判定保留確率

三段階 샘플링 檢査方式에서는 條件附保留 샘플링 檢査方式에서와 같이 當該롯트의 판정에 次後의 롯트의 檢査結果를 이용하게 됨에 따라 次後의 롯트의 檢査結果가 나올 때 까지 當該롯트의 판정이 保留되는 경우가 있다. 判定의 保留事象은 保留된 롯트를 위한 空間의 確保등 適用上의 문제점이 될 수도 있다. 餘他의 保留檢査方式에서는 母數값에 따라 判定保留된 롯트의 queue 의 길이가 결정되지만 三段階 檢査方式이나 條件附 保留 二回 檢査方式에서는 queue 의 길이가 1보다 클 수는 없다. 따라서 이 경우는 判定保留確率이 queue 의 길이의 期待値가 된다.

三段階 샘플링 檢査方式에서 判定保留事象이 발생하는 것은, 當該롯트의 검사결과로써 판정을 하지 못하고 直前의 롯트의 검사결과로써도 判定을 하지 못할 때이다. 즉 i 번째 롯트의 검사를 행할 때 i 번째 롯트의 試料중의 不良品數 d_i 가 $c_1 < d_i \leqq c_2$ 이며, $i-1$ 번째 롯트의 試料중의 不良品數 d_{i-1} 과 d_i 의 合 $d_{i-1}+d_i$ 가 c_2 를 超過하지 않을 때 판정의 保留事象이 발생하게 되는 것이다. 따라서 判定保留確率 P_d 는 一般的

10) $p^0=0.0025$ 는 품질이 변화하기 이전의 工程品質水準이며, 이 값에서 p^1 의 여러 값으로 변화하였을 때의 ARL이 표시되어 있다.

表 4. 不良率이 $p_{0.95}$일 때의 判定保留確率

c_1	c_2	$np_{0.95}$	P_d
0	1	.16	.116
0	2	.30	.239
1	3	.60	.098
0	3	.49	.371
1	4	.77	.163
0	4	.68	.481
1	5	.96	.237
1	6	1.16	.314
2	8	1.68	.230
3	10	2.27	.188
3	11	2.46	.229
4	13	3.07	.193
4	14	3.29	.232
3	15	3.41	.442
4	20	4.75	.514
6	30	7.45	.615

으로

$$P_d=\sum_{i=c_1+1}^{c_2} P_{n:i} \sum_{j=0}^{c_2-i} P_{n:j} \cdots\cdots(8)$$

이 된다. 表 4는 不良率이 $p_{0.95}$일 때 여러 c_1, c_2값에 대한 P_d값을 보여 준다. c_1값에 비해 c_2값이 상대적으로 클 때 P_d값이 크다는 것을 表 4를 통해 알 수 있다. 當該롯트의 檢査結果로써 判定을 하지 못할 때 다음 段階에서는 直前의 롯트의 檢査結果를 이용하게 되나 이 때는 不合格判定만이 가능하다. 그런데 c_1값에 비해 c_2값이 상대적으로 크면 直前의 롯트의 檢査結果를 이용하는 第二段階는 직접 判定에 기여하는 바는 적을 것이다. 第一段階, 第二段階에서의 不合格 判定個數를 도입함으로써 이와 같은 문제점은 改善될 수 있을 것이며 따라서 判定保留確率을 감소시킬 수가 있을 것이다.

그림 2는 비슷한 OC 曲線을 갖는 條件附保留

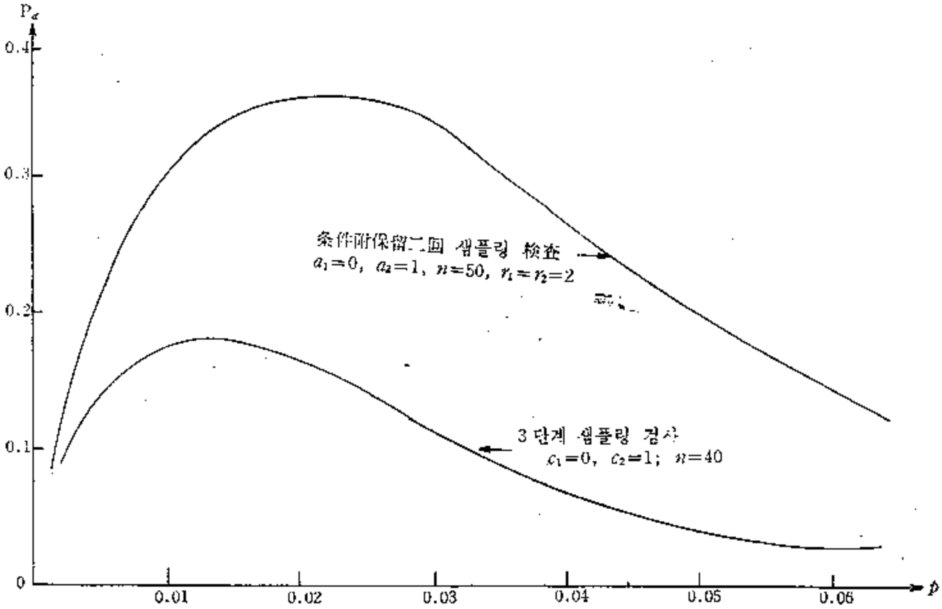

그림 2. 保留二回 및 三段階 샘플링 檢査方式의 判定保留確率

二回샘플링 檢査方式과 三段階 샘플링 檢査方式의 判定保留確率을 보여 준다. 이를 보면 三段階 샘플링 檢査方式의 判定保留確率이 더 작음을 알 수 있다. 三段階 샘플링 檢査方式에서는 判定을 保留하기 전에 直前의 롯트의 檢査結果를 이용하는 段階가 있는 바 이러한 效果가 다소 반영되었을 것으로 思料된다.

VI. 結 論

工程의 品質이 비교적 일정한 수준을 유지하는 경우에는 當該롯트의 判定에 他롯트의 검사결과를 이용함으로써 試料의 크기를 줄일 수가 있다. 이러한 概念下에서 一聯의 條件附 샘플링 檢査方式이 개발되어 왔다. 그렇지만 대부분의 旣存 條件附 샘플링 檢査方式들은 몇가지 문제

점을 各己 안고 있어 實用性이 缺如되어 있다고 할 수 있다.

本 硏究에서 提示한 三段階 샘플링 檢査方式은 既存의 $n_2=2n_1$인 二回 샘플링 檢査方式의 設計表를 직접 이용할 수 있는 方式으로서, 이는 理解하기가 쉽고 適用節次가 간단할 뿐 아니라 既存 二回 샘플링 檢査方式에 비해 試料의 크기를 크게 줄일 수 있는 방식이다.

工程品質의 변화에 대한 反應의 遲延 및 判定의 保留事象등이 三段階 샘플링 檢査方式의 문제점으로 指摘될 수 있으나 이러한 문제들은 실제로 심각한 정도는 아니며, 이 검사방식의 적용으로 얻게 되는 試料 크기의 節減은 위와 같은 문제점을 充分히 相殺할 수 있을 것이다.

參考文獻

〔1〕 Anscombe, E. J., Godwin, H. J., and Plackett, R. L., "Methods of Deferred Sentencing in Testing the Fraction Defective of a Continuous Output," *Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 9, Nos. 1-2, 1947, 198-217.

〔2〕 Baker, R. C., and Brobst, R.W., "Conditional Double Sampling," *Journal of Quality Techno logy*, Vol. 10, No. 4, October 1978, 150-154.

〔3〕 Cameron, J. M., "Tables for Constructing and for Computing the Operating Characteristics of Single Sampling Plans," *Industrial Quality Control*, Vol. 9, No. 1, Part I, July 1952, 37-39.

〔4〕 Dodge, H. F., "Chain Sampling Inspection Plan," *Industrial Quality Control*, Vol. 11, No. 4, January 1955, 10-13.

〔5〕 Dodge, H. F., and Stephens, K. S., "Some New Chain Sampling Inspection Plans," *Industrial Quality Control*, Vol. 23, No. 2, August 1966, 61-67.

〔6〕 Duncan, A. J., *Quality Control and Industrial Statistics*, Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Ill., 4 th Edition, 1974.

〔7〕 Ewan, W. D., and Kemp, K. W., "Sampling Inspection of Continuous Process with No Autocorrelation between Successive Results," *Biometrika*, Vol. 47, Nos. 3-4, December 1960, 363-380.

〔8〕 Frishman, F., "An Extended Chain Sampling Inspection Plan," *Industrial Quality Control*, Vol. 17, No. 1, July 1960, 10-12.

〔9〕 Hamaker, H. C., and Van Strik, R., "The Efficiency of Double Sampling for Attributes," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 50, No. 271, September 1955, 830-849.

〔10〕 Hill, I. D., Horsnell, G., and Warner, B. T., "Deferred Sentencing Schemes, "*Applied Statistics*, Vol. 8, 1959, 76-91.

〔11〕 Page, E. S., "Continuous Inspection Schemes," *Biometrika*, Vol. 41, Nos. 1-2, June 1954, 100-115.

〔12〕 Soundararajan, V., "Procedures and Tables for Construction and Selection of Chain Sampling Plans (ChSP-1), Part II," *Journal of Quality Technology*, Vol. 10, No. 3, July 1978, 99-103.

〔13〕 Stephens, K.S., and Dodge, H.F, "Two-stage Chain Sampling Inspection Plans with Different Sample Sizes in the Two Stages," *Journal of Quality Technology*, Vol. 8, No. 4, October 1976, 209-224.

〔14〕 Wald, A., *Sequential Analysis*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1947.

〔15〕 Wortham, A.W., and Baker, R.C., "Deferred State Sampling Procedures," *Annals of Assurance Sciences* 1971 *Annual Symposium on Reliability*, 64-70.

〔16〕 Wortham, A.W., and Baker, R.C., "Multiple Deferred State Sampling Inspection," *International Journal of Production Research*, Vol. 14, No. 6, November 1976, 719-731.

〔17〕 Wortham, A.W., and Baker, R.C., and Mogg, J. M., "Dependent Stage Sampling Inspection," *International Journal of Production Research*, Vol. 8, No. 4, 1970, 385-395.

要 約

本 硏究는 條件附 샘플링 檢査方式의 일종인 三段階 샘플링 檢査方式을 提示하고 있다. 第一段階에서는 當該롯트에서 얻어진 檢査結果에 의해서 判定을 하며, 第一段階에서 判定을 하지 못하면, 第二段階로서, 當該롯트 및 直前의 롯트의 檢査結果로써 判定을 하게 된다. 第二段階에서도 判定을 하지 못하면 直後의 롯트의 檢査結果가 나올 때까지 判定을 保留한다. 檢査方式의 母數를 구하는데는 旣存의 $n_2=2n_1$인 二回 샘플링 檢査計劃表를 利用할 수 있다.

本 硏究에서 提示한 三段階 샘플링 檢査方式은 工程의 品質이 비교적 一定한 水準인 경우에 적용함으로써 試料의 크기를 크게 節減시킬 수 있는 방식이다. 工程品質의 變化에 대한 反應의 遲延 및 判定의 保留事象이 三段階 샘플링 檢査方式의 問題點으로 指摘될 수 있으나 이러한 문제들은 실제로 심각한 정도는 아니며 試料의 크기의 節減은 위와 같은 문제점들을 充分히 相殺할 수 있을 것이다.