韓國數學敎育學會誌 <數學敎育>
1980. 12. Vol. XIX. No. 1

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Dec. 1980. Vol. XIX No. 1

抛物線의 꼭지점을 求하는 한 方法

서울大學校 朴 漢 植

整係數를 갖는 二次函數

$$y=ax^2+bx+c \quad (\text{단, } a \neq 0)$$

는 中學校 3學年 敎材에서 取扱된다.

이 二次函數의 그래프의 꼭지점의 좌표는, 右邊을 完全제곱꼴로 變形해서

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

이것에서

$$\left(-\frac{b}{2a},\ -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$$

와 같이 구한다.

또 이 二次函數의 그래프를 그릴 때는, 이 꼭지점의 좌표와

$$ax^2+bx+c=0$$

의 두 根을 구해서 x축과의 交點을 찾는다.

주어진 二次函數가 x축과 만나지 않을 때는 또 다른 方法을 사용하기도 한다.

그런데 여기에서는 이와 다른 方法으로 二次函數로 나타내어지는 抛物線의 꼭지점의 座標를 구하는 일, 나아가서는 抛物線의 槪形을 그리는 일을 생각해 보기로 한다.

여기서 記述하려고 하는 方法은 事前知識으로 抛物線

$$y=ax^2+bx+c \quad (a \neq 0)$$

이 y축에 平行인 對稱軸을 갖고 있다는 것을 前提로 한다.

二次函數

$$y=ax^2+bx+c \quad (a \neq 0) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

를 생각하자.

이 抛物線과 直線

$$y=c \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

와의 交點을 먼저 생각한다.

②를 ①에 代入하면

$$c=ax^2+bx+c$$

$$\therefore\ ax^2+bx=0$$

$$\therefore\ x=0 \text{ 또는 } x=-\frac{b}{a}$$

抛物線의 線對稱性에 의하여 對稱軸을

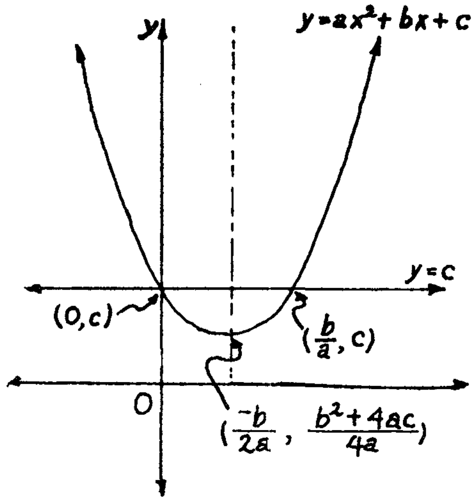

그림.1

$x=0$과 $x=-\dfrac{b}{a}$의 中點을 지나는

$$x=-\frac{b}{2a}$$

임을 알 수 있다.

그러므로 抛物線의 꼭지점은 $x_0=-\frac{b}{2a}$에 존재하며, y의 값은

$$y_0=a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2+b\left(\frac{-b}{2a}\right)+c$$
$$=\frac{b^2}{4a}-\frac{2b^2}{4a}+\frac{4ac}{4a}$$
$$=\frac{-b^2+4ac}{4a}$$

임을 알 수 있다.

抛物線의 槪形은 이 꼭지점

$$\left(-\frac{b}{2a},\ \frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$$

과 直線 $y=c$ 와 抛物線이 만나는 點, 卽

$$(0, c),\ \left(-\frac{b}{a},\ c\right)$$

로서 구할 수 있다.

〔例〕 二次函數 $y=-2x^2+3x+4$ 의 꼭지점의 座標와 槪形을 그려라.

〔解〕 $y=4$ 로 놓으면

$4=-2x^2+3x+4$

$\therefore\ -2x^2+3x=0$

$x(-2x+3)=0$

$\therefore\ x=\frac{3}{2},\ 0$

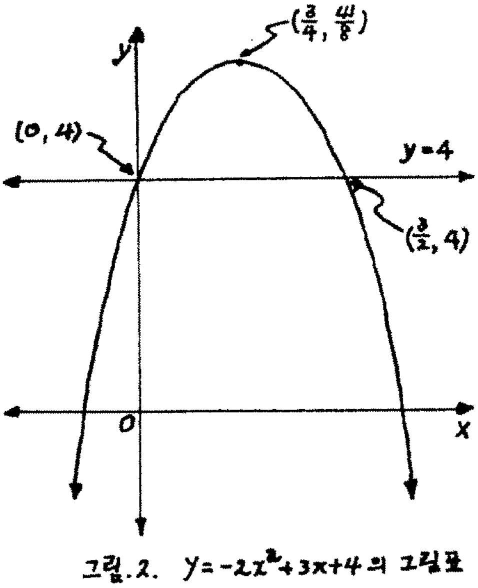

그림.2. $y=-2x^2+3x+4$ 의 그림표

여기서 對稱軸은 $x=\frac{3}{4}$ 이며, 꼭지점은

$$\left(\frac{3}{4},\ -2\left(\frac{3}{4}\right)^2+3\left(\frac{3}{4}\right)+4\right)$$
$$\therefore\ \left(\frac{3}{4},\ \frac{41}{8}\right)$$

그리고 抛物線은 두 點

$$(0, 4),\ \left(\frac{3}{2},\ 4\right)$$

를 지난다.

이 글을 쓰는데 다음을 參考하였음을 밝혀 둔다,

C. K. McKnight. Finding the Vertex of a Parabola. *The mathematics teacher* Vol. 73 No. 3 p. p. 197—199 N. C. T. M. Mar. 1980