

制御시스템 設計理論과

Linear - Quadratic - Gaussian

權 旭 鉉

서울대학교 計測制御工學科 教授(工博)

I. 서 론

제어시스템 설계이론은 좁은 지면을 통하여 설명하기에는 그 방법이 너무나 많아 그중 중요한 내용만 간단히 고찰하여 보고 현대제어이론의 핵심이라 생각되는 Linear Quadratic Gaussian (LQG) Regulator에 관한 주요결과를 분석하고 현 연구추세 및 LQG regulator의 현재의 위치를 설명하고자 한다.

LQG regulator는 1960년경 Kalman에 의하여 주로 이루어졌다.^[1,2,3] 그 이후 많은 결과가 얻어졌으며 1960~1970년간의 약 10년간의 연구논문이 [6]에 언급되어 있고 중요한 결과가 1971년도 IEEE Trans. Automatic Control 학술잡지의 12月號에 기록되어 있다.^[4]

LQG 원리는 많은 제어공학자에게 하나의 큰 혁신(break-through)로 간주되어 왔으며 일부 사람들은 그 유용성에 관하여 의문을 제시하기도 하였으나(예[15]) 그 문제점이 점차 해소되어 가고 있는 실정이다. 그리하여 그 응용 분야로는 항공시스템의 항법, 유도 및 제어(navigation, guidance, and control)에 많이 이용되어 왔을 뿐 아니라 교통시스템, 전력시스템, 프로세스제어, 통신 및 제수 추정에도 널리 이용되고 있다.

본란에는 LQG regulator에 관한 자료를 전부 기재하지는 않겠으며 그 일부만 소개하기

로 한다. 필요한 자료는 참고문헌속의 내용으로부터 추출할 수 있을 것이다. 이 방면에 관심이 있는 분이나 특히 이 방면의 공학도를 염두에 두고 LQG 문제가 소개 될 것이다. 표시를 간단히 하기 위하여 시불변(time-invariant) 시스템을 주로 다루겠다.

II. 制御시스템 設計절차 및 이론

制御시스템 設計방법은 간단한 것에서부터 복잡한 것 등 매우 다양하며 주어진 문제에 따라 공학적인 판단에 따라 그중 한 방법을 선택하게 된다. 시스템설계 절차는 그림1에서 보는 바와 같이 몇가지 순서를 밝게 된다. 시스템이 간단하면 그중 몇가지 절차를 생략하기도 한다.

(1) 수학적인 모델화

(Mathematical modeling) 및 테스트

그림1에서 보는 바와 같이 실제 시스템의 제어시스템을 설계하기 위한 첫번째의 순서를 실제시스템의 입력과 출력의 관계를 나타내는, 수식으로 표시된 모델을 찾는 것이다. 수학적인 모델없이 직접 제어시스템을 설계한다면 결과가 만족스럽지 못 할때는 하드웨어를 반복 설계해야 하며 이와 같은 시행착오 방법은 많은 노력과 경비가 들기때문에 극히 간단한 시스템을 제외하고는 사용하지 않고 있다. 대부분의 공학시스템의 입력 u , 출력 y , 상태변수 x 및 계수(parameter) α , β 의 관계식은 미분방정식으로 표

시되며

$$\dot{x} = f(x, u, t, \alpha) \dots\dots\dots(1)$$

$$y = g(x, u, t, \beta) \dots\dots\dots(2)$$

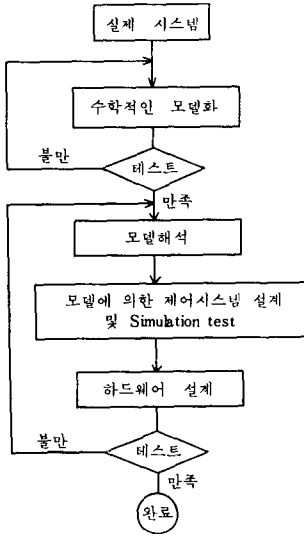


그림 1. 제어시스템 설계절차

실제 측정된 입력과 출력의 관계식이 가능하면 비슷하게 성립하게끔 모델을 선정해야 한다. 많은 경우에 시스템은 선형방정식

$$\dot{x} = Ax + B\mu \dots\dots\dots(3)$$

$$\dot{y} = Cx + (Du) \dots\dots\dots(4)$$

으로 표시된다. 비선형시스템보다는 선형시스템에 관하여 많은 결과가 얻어지며 비록 비선형이 중요하더라도 해석상 어려움이 많아 binear system 정도에 연구가 많이 진행되고 있는 현상이다. 선형시스템의 결과를 최대한으로 이용하기 위하여 비선형시스템 (1)~(2)를 선형시스템으로 선형화(linearization)시키는 방법을 많이 이용하고 있다. 정상상태의 값이나 기준값(nominal value) $\{x_0, y_0, \mu_0\}$ 근방에서 미소한 변화값 $\{x-x_0, y-y_0, \mu-\mu_0\}$ 이 (3)~(4)와 같은 선형방정식을 만족하게끔 선형화시킨다. 모델화에서 가장 중요한 문제는 시스템 차수(order)와 계수(parameter)를 결정하는 방법이

며 후자의 경우는 계수추정(parameter estimation or identification)이라 불리우며 현재도 많은 연구가 진행되고 있는 실정이다.(1979년도 IEEE Automatic Control에 34편, 이하 편수는 상기 논문집내의 숫자임). 중요한 방법으로는 maximum-Likelihood 방법과 least square 방법이 있다. 또 한가지 중요한 연구분야는 dominant pole을 이용한 모델 차수를 감소시키는 문제(order reduction problem)도 복잡한 시스템을 위하여 연구되고 있다. 모델이 실제시스템과 비슷하게 동작하는지 테스트하고 만족하지 못하면 다시 반복하여 모델을 찾아야 한다.

(2) 시스템 모델해석

얻어진 시스템모델에서 여러 가지 성질을 필요에 따라 규명해야 한다. 상태변수의 값을 입력으로 제어할 수 있는 가능성(controllability), 측정된 입력과 출력으로 상태변수의 값을 찾을 수 있는 가능성(observability), 시스템을 안정화시킬 수 있는 가능성(stabilizability)과 근사적으로 상태변수의 값을 찾을 수 있는 가능성(detectability), 입력이 없을 때 시스템의 안정성(stability in Lyapunov sense), 제한된 입력일때 출력도 제한적인가의 여부(BIBO stability)를 해석하여야 한다. 일단 모델의 성질이 충분히 연구된 후에 시스템 설계가 따른다.

(3) 제어시스템설계 및 Simulation 테스트

제어시스템 설계 목적은 측정가능한 입력 및 출력(measured output)으로부터 시스템의 피제어 변수(controlled output)값이 원하는 방향으로 되도록 입력을 찾는 데 목적이 있다. 그 구조를 나타내면 그림 2에 주어져 있다.

제어시스템에는 중요한 두가지 유형이 있으며, 피제어 출력이 기준값을 따라야 하는 제어시스템(tracking 혹은 servomechanism 문제)과

정상상태나 기준값 (nominal value) 근방으로 제어하는 시스템 (regulator)이 그것이다.

margin 등을 계산하여 robustness 성질을 갖도록 설계하고 있다. 주파수영역에서 해석가능한

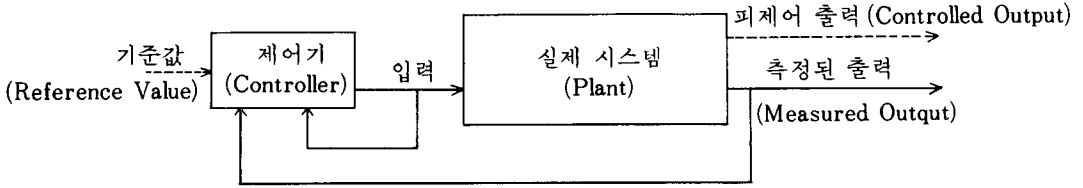


그림 2. 제어시스템 구조

시스템설계에 필요한 일부 필요사항은 다음과 같다.

a. 입력은 귀환방식 (feedback type) 이어야 하며 출력귀환 (output feedback)이 가장 바람직하다.

b. 변수의 변동이나 외란 (disturbance) 이 다소 일어나더라도 시스템이 안정 (stable) 되어야 하고 원하는 성질의 변화가 적은 특성 (sensitivity) 을 지녀야 한다.

c. 제어기의 이득 (gain) 이 적을수록 좋고, 또 이득을 구하는 계산방법이 쉬워야 하며, 원하는 값으로 빨리 접근하는 것이 바람직하다. 또한 시불변시스템의 귀환이득 (feedback gain) 은 상수인 것이 편리하다.

위의 요구조건은 정량적이 아닌 정성적인 표현이다. 이러한 설계 목적을 달성하기 위한 방법은 현재 여러 가지가 있으며 그것을 대별하면, 재래식 방법 (classical method) 와 현대식 방식 (modern method) 로 구분할 수 있다. 재래식 방식은 귀환방식을 임의로 선택하고 (예 PID type) 귀환이득을 변화시키면서 주파수 영역 (frequency domain) 에서 pole 의 위치를 설정하는 방식 (pole allocation) 을 택하고 있으며 Root Locus 방법, Bode Plot, Nyquist 선도등을 통하여 시스템의 상대안정도 (relative stability) 를 phase margin 및 gain

정상상태의 값이나 간혹 피크값 (overshoot) 을 기준으로 삼아 시스템의 동작을 추정한다. 이러한 방법의 단점은 단일입력, 단일출력 시스템에서 유용하며 시변수 (time-varying) 시스템이나 비선형 시스템에는 적용되지 못하고 있다는 점이다. 현재 다중입력 다중출력 (multi-input multi-output) 시스템에 많은 결과가 나와 있으며 현재도 연구가 진행중에 있다.^[18] 현대식 방법은 시간영역 (time domain) 에서 필요로 하는 변수의 값을 목적함수 (performance index) 에 포함시키고 이 목적함수를 최대 혹은 최소화키는 문제로 취급함으로써 수학적인 엄밀한 해석을 할 수 있게 된다. 목적함수는 일반적으로 다음과 같이 표시된다.

$$J = g(x, (t_1), t_1) + \int_{t_0}^{t_1} L(x, u, t) dt \dots (5)$$

여기에 초기조건과 종단조건이 다르게 되며, 이러한 문제를 보통 최적제어 (optimal control) 문제라 부른다. 이러한 문제의 해결방법으로는 잘 알려진 바와 같이 최대원리 (maximum principle), 동적프로그램 (dynamic programming) 및 변분법 (variational calculus) 등이 있다. DP 방법은 계산상 유리한 반면 최대원리는 일반적인 조건하에서 최적제어의 기하학적인 해석을 가능케 하는 장점이 있다. 이와 같은 현대식 방법의 단점은 앞에서 언급한 몇가지 필요사항을 목

적항수에 포함시킬 수가 없으며, 결과적으로 얻어진 최적시스템에서 그 성질을 확인해야 한다는 점이다. 시변형시스템과 비선형시스템 및 다중입출력시스템에 현대식 방법이 적용될 수 있다는 것은 장점으로 되어 있다. 이와 같이 설계된 시스템은 아나로그 계산기나 디지털계산기에 의하여 그 특성을 확인해야하며 만족하지 못할때는 처음부터 설계절차를 다시 밟는다.

(4) 하드웨어 설계 및 테스트

위에서 구한 시스템을 실제 하드웨어(hardware)로 제작해야하며, 계산기 특히 마이크로프로세서(microprocessor)의 동작에 의하여 복잡한 이론적인 결과가 하드웨어에도 쉽게 적용되므로써 이론과 실제(theory and practice)간의 간격이 좋아지게 되었다. 하드웨어로 구성된 제어기의 만족한 특성 테스트로 시스템설계는 완료된다. 이때 신뢰도(reliability)도 고려되어야 한다.

III. 확률시스템

많은 시스템은 위에서 언급한 확정시스템(deterministic system)으로 설계했을 때 만족한 결과를 얻지만 여러가지 이유로 인하여 확률모델로 취급할 때 더욱 만족스러운 결과를 얻게 될 때도 많다. 실제 시스템내에 잡음(noise)이나 외란이 존재하며 측정된 출력에는 측정오차가 존재하게 된다. 그 뿐만 아니라 비선형시스템을 선형화시켰을때도 오차가 존재하게 된다. 이러한 이유로 인하여 시스템 (1)-(2)에 잡음(noise)를 추가해야 한다. 해석상 편리한점을 고려하여 백색잡음(white noise) W , v 을 가정하며 선형시스템의 경우는 다음과 같이 표시한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + W(t) \dots\dots\dots(6)$$

$$y = Cx + v(t) \dots\dots\dots(7)$$

상태변수도 확률변수(random variable)로 취

급하며 목적항수도 확률변수이므로 (5)의 평균치(expectation)로 대치한다. 확률시스템의 설계절차는 확정시스템의 경우와 대동소이하다.

IV. LQG regulator

많은 실제시스템이 선형시스템으로 모델화 될 뿐 아니라 비선형시스템도 선형화시킬 수 있기 때문에 선형시스템은 매우 중요한 역할을 하게 된다. 현대적인 방법으로 설계할 때 목적함수의 형태는 공학적인 판단에 의하여 선택해야 하며 수학적으로 쉽게 해답을 얻을 수 있는 것도 고려해야 한다. 확정시스템으로 모델화하느냐 혹은 확률시스템으로 하느냐는 공학적인 판단에 속하며 최후의 결정요인은 최후 테스트에서 어느 것이 만족스러운가에 좌우된다. tracking 문제는 regulator 문제와 유사하며 본판에는 regulator 문제만을 다룬다.

(1) LQ Regulator

선형시스템 (3)-(4)에서 목적함수 (5)는 이차 목적함수(quadratic cost)로 취할 때 여러가지 편리한 점이 있기때문에 다음과 같이 취한다.

$$J = x^1(t_f) K_0 x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} x^1(t) Q_1 x(t) + V^1(t) R_1 u(t) dt \dots\dots\dots(8)$$

LQ regulator의 입력은 목적함수 (8)을 최소로 하는 입력을 찾아야하며 잘 알려져 있는 바와 같이^[1] 입력은 다음과 같이 주어진다.

$$u(t) = -R^{-1} B^T K(t) X(t) \dots\dots\dots(9)$$

여기에서 $K(t)$ 는 matrix riccati equation

$$\begin{aligned} -\dot{K} &= A^T K + KA - KBR^{-1}B^T K + Q, K(t_f) \\ &= K_0 \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

로부터 구한다. 윗 식 (10)이 LQ regulator의 성질을 좌우하는 중추가 되기 때문에 해의 특성 존

재성 유일성과 더불어 쉬운 계산방법도 연구가 아직도 진행중이다(8편). 여기서 얻은 제어는 규환형식이며 주파수 영역에서 robustness 가 있는 것이 알려져 있다.^[19] 시불변시스템에서는 $t_f = \infty$ 를 간주함으로써 상수 K (즉 $\dot{K}=0$)을 얻기 위한 algebraic Riccati equation에 관한 연구도 많이 연구되어 왔다.^[3, 10]

또한 제어시스템의 pole이 원하는 위치가 되도록 설계계수 $\{Q_1, R_1, K_0\}$ 를 선택하는 연구도 진행되고 있다.^[20]

(2) Kalman-Bucy filter

LQ regulator의 단점중의 하나는 출력귀환이 아닌 상태변수귀환이란 점이다. 일반적으로 입력과 출력만이 측정가능하여 상태변수의 값은 측정이 불가능하므로 위의 LQ regulator의 문제점은 심각한 것이다. 그리하여 측정된 입력과 출력으로부터 상태변수를 추정하는 문제(state estimation)가 대두된다. 확정시스템에는 Luenberger Observer가 있으며 이것은 다음에 설명할 Kalman-Bucy filter의 형태에서 모방했으므로 차후에 설명하기로 한다. 확률시스템(6)-(7)에서 초기상태변수 x_0 , 상태잡음 w , 측정잡음 v 가 독립적이고 다음과 같은 확률값

$$E x(t) = x_0, E (x(t_0) - x_0) (x(t_0) - x_0)' = \Sigma_0, E w(t) w'(t) = Q_2, E v(t) v'(t) = R_2, E w(t) = 0, E v(t) = 0 \dots\dots\dots(11)$$

을 가질 때 측정된 입력 $\{u(\tau), t_0 \leq \tau \leq t\}$ 과 출력 $\{y(\tau), t_0 \leq \tau \leq t\}$ 으로부터 $x(t)$ 의 값을 예측하는 문제가 Kalman-Bucy filter이며 선형시스템 구조에 의하여 대부분의 알려진 방법으로도 동일한 결과를 얻게 되며 상태변수의 예측자 $\hat{x}(t)$ 는 다음과 같이 구하여진다. 는

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \Sigma(t) c'R_2^{-1} (y - c\hat{x}) \dots\dots\dots(12)$$

여기서 $\hat{x}(t_0) = x_0$ 이며 마트릭스 $\Sigma(t)$ 는 $\dot{\Sigma} = A\Sigma + \Sigma A' - \Sigma c'R_2^{-1} c\Sigma + Q_2, \Sigma(t_0) = \Sigma_0 \dots\dots\dots(13)$

로부터 구한다. 또한 $\Sigma(t)$ 는 추정오차 $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 의 covariance임이 알려져 있다. 식(10)과(13)을 고찰하여 보면 LQ regulator와 Kalman-Bucy filter는 dual성질이 있다. 즉 식(10)의 $\{A, B, C\}$ 를 $\{A', C', B'\}$ 로 대치하고 시간축을 반대로하면 식(13)을 얻게 된다. Regulator에서와 마찬가지로 식(13)의 여러 가지 성질이 많이 연구되어 왔으며^[17] 한쪽에서의 연구결과는 다른 곳에서 응용될 수가 있다. 측정된 자료로부터 확률값 Σ_0, R_2 및 Q_2 를 찾는 방법도 연구되고 있으며 이것을 Adaptive filtering^[21]이라 부르며 중요한 연구대상이기도 하다. 확정시스템에서의 상태변수의 예측은 식(12)에서 $\Sigma(t) c'R_2^{-1}$ 를 일반 마트릭스 F 로 바꾼 Luenberger Observer가 많이 이용되고 있으며^[16] 그 내부구조가 많이 연구되어 왔었다. 전술한 바와 같이 측정오차를 가정함으로써 식(12)와 같은 filter를 사용할지 혹은 시스템이 인정되는 F 를 적당히 사용한 Luenberger Observer를 사용할지는 공학적인 판단에 의존한다. LQ regulator의 귀환입력 ($u = -R^{-1} B' x$)의 x 대신 filter나 observer의 \hat{x} 을 대신하면 출력 feedback이 되므로 우리가 요구한 설계조건인 출력귀환조건을 만족하게 되지만 과연 그것이 전반적으로 최적상태인지는 아직 미지수이다. 그러나 다음에 설명할 결과로 과연 그것이 최적상태임을 알게 된다.

(3) LQG Regulator

LQ regulator에서와 달리 확률모델(6)-(7)에서는 목적함수가 확률변수임으로 그 평균치(expectation)를 취하게 된다. 그리고 허용되는 입력(admissible control)은 측정된 출력 $\{y(\tau), t_0 \leq \tau \leq t\}$ 만의 함수이어야 한다. 이와 같은 조건하에서 최적제어는 앞에서 언급한 LQ regulator와 Kalman-Bucy filter의 합으로 표시되며 이것을 소위 분리원칙(separa-

tion principle)이라고 한다.^[4] 그것을 요약하면 그림 3과 같다. LQG regulator의 특성은 분리 해석이 가능하므로 LQ regulator나 Kalman-Bucy filter에서 주로 행하여진다. Kalman-Bucy filter는 항공시스템, 전력시스템, 통신 등에 단독으로 이용되기도 하며 LQG regulator의 복합적인 형태로 이용되기도 한다.

하여 목적함수를 취할 때 이것을 LQG regulator with moving horizon [LQGMH]이라고 부른다. 현재 순간 t에서 보았을 때 [t-T₂, t]간의 측정값에서 [t, t+T₁]간의 목적함수를 최소로 하는 최적입력을 찾는 데 있다. 이 문제도 LQ regulator에서 t_f 대신 t+T₁을 대신한 LQ regulator with receding horizon [LQRH]과

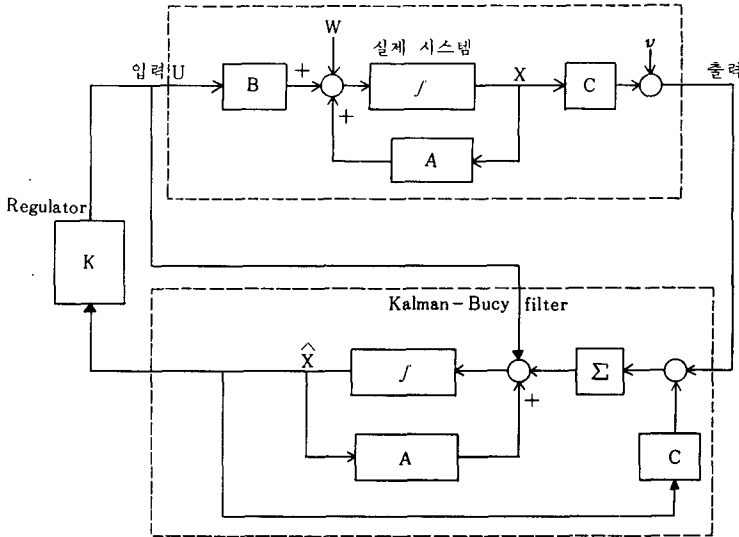


그림 3. LQG regulator

V. LQG regulator with moving horizon

위에서 언급한 LQG regulator의 목적함수를 폐루프형태 (closed-loop)로 바꾸면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$J = E \left\{ x^T(t_f) K_0 x(t_f) + \int_t^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt \mid y(\tau), t_0 \leq \tau \leq t \right\} \dots\dots\dots(14)$$

시불변시스템에서 안정한 제어와 필터를 얻기 위하여 t_f=∞, t₀=-∞를 취하여 왔다. 그때 대수 리카티방정식의 해는 계산하기가 다소 어렵다. 많은 경우에 목적함수가 간편한 입력을 얻기 위한 한가지 수단으로 사용되기 때문에 상기 목적함수 (14)에서 t_f=t+T₁, t₀=t-T₂라고 가정

Kalman-Bucy filter에서 t₀ 대신 t-T₂를 대신한 Kalman filter with approaching horizon [KFAH]으로 분리된다. 이때의 장점은 시불변시스템의 경우 귀환이득이나 필터이득이 모두 상수가 되며 리카티식으로부터 간단히 얻어진다는 사실이다. 설계계수 K₀를 다음과 같이 충분히 크게 잡으면, 즉

$$\dot{K}_0 + A^T K_0 + K_0 A - K_0 B R_1^{-1} B^T K_0 + Q_1 \leq 0 \dots\dots\dots(15)$$

일때 LQRH regulator는 안정하다.^[13] 마찬가지로 초기 상태변수의 미정으로 인하여 Σ₀를 크게 잡으면, 즉

$$-\dot{\Sigma}_0 + A \Sigma_0 + \Sigma_0 A^T - \Sigma_0 C^T R_2^{-1} C \Sigma_0 + Q_2 \leq 0 \dots\dots\dots(16)$$

일때 KFAH도 안정함을 보여줄 수 있다.^[13] 위에서 K_0 와 Σ_0 을 구하기는 다소 어려운 점이 있다. 극단적으로 $K_0 = \infty$, $\Sigma_0 = \infty$ 일때도 안정된 LQGMH regulator을 얻게 되며, 이때 시불변시스템에서 입력과 필터는 다음과 같이 주어진다.

$$u = -R^{-1} B' P^{-1} (T_1) \hat{x} \dots\dots\dots(17)$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \Gamma^{-1} (T_2) (\gamma - C\hat{x}) \dots\dots\dots(18)$$

여기에서 $p(T_1)$ 과 $\Gamma(T_2)$ 는 다음의 리카티식에서 쉽게 구한다.

$$-\dot{P} = AP + PA' - PQ_1P + BR_1^{-1} B', P(0) = 0 \dots\dots\dots(19)$$

$$\dot{\Gamma} = -A'\Gamma - [A - \Gamma Q_2 \Gamma + C'R_1^{-1}C]', \Gamma(0) = 0 \dots\dots\dots(20)$$

시변형시스템도 가능하나 표기의 복잡성으로 생략한다. K_0 가 ∞ 인 경우의 LQRH regulator의 특성은 [7, 8, 14]에 주어져 있다. K_0 는 설계계수이므로 ∞ 로 취할 수 있다. 원래 상태함수는 측정이 불가능하므로 $x(t_0)$ 값이 미정이라고 생각하는 것이 보다 합리적이다. 다시 말하면 X_0 은 미정이고 $\Sigma_0 = \infty$ 인 것이 보다 합리적이다. $T_1 = \infty$, $T_2 = \infty$ 일때 LQGMH regulator는 정상상태의 LQG regulator로 변하기 때문에 시불변시스템에 보통 많이 사용되고 있는 정상상태 LQG regulator는 LQGMH regulator의 특수한 것으로 간주할 수 있다. LQGMH regulator는 표준 LQG regulator가 응용가능한 모든 문제에 적용될 수 있다.

VI. 결 론

지금까지 제어시스템 설계절차 및 여러 방법에 대하여 기본적인 것만 간단히 언급하였으며 선형시스템의 중요성도 언급하였다. 현대식방법으로 시스템을 설계할 때 LQG regulator의 중요성을 강조하였고 중요한 기본결과와 그에 관련된 연구분야를 간단히 조사하여 보았다. LQG regulator에 관련된 문제는 더욱 복잡한 시

스템인 지연시스템^[22, 12, 11] 및 분산제어시스템 (distributed systems)에도 확장되어 왔다. 그리고 약간 변형된 LQG regulator에서 robustness를 증가시키기 위한 연구도 있으며^[23, 9], 주파수영역에서 선형시스템이론과의 관계도 규명되고 있다. 앞으로의 연구동향을 보면 adaptive and learning 제어문제와 대형시스템 (large scale or decentralized system) 등에 많은 노력이 경주될 것이다. 모델화 과정에서 언급한 바와 같이 시스템계수는 불확실하기 때문에 시스템을 제어하면서 동시에 계수를 교정하여 나아가거나 혹은 불확실한 실제 시스템이 내부의 불확실성에 관계없이 원하는 방향으로 동작하게끔 하는 것이 adaptive나 learning control이며, 아직 만족한 결과가 많지 않다.^[24] (11편) 시스템설계방법의 발달과 계산기의 등장으로 인하여 보다 복잡한 시스템인 전력시스템, 계산기 회로, 교통시스템, 경제시스템, 통신시스템 등의 대형시스템에 제어이론이 적용되기 시작하였으며 decomposition, aggregation, hierarchical 방법등이 적용되고 있으나 극히 일부의 결과만이 존재한다.^[25] (14편). 어느 시스템이건 선형시스템에서 최적제어를 구할때는 LQG regulator의 성질이 연고저하는 최상의 상태이므로 보다 복잡한 시스템설계를 위하여 철저히 연구해 두어야할 필요성이 생긴다. 과거 20여년간 LQG 문제에 관하여 많은 연구가 이루어져 거의 완성단계에까지 이르게 되었으나 그 중요성으로 인하여 아직도 연구가 진행되고 있는 실정이다.

참 고 문 헌

1. R. E. Kalman, "Contributions of the theory of optimal Control," Bol. Soc. Mat. Mex., vol. 5, pp. 102-119, 1960
2. R. E. Kalman and R. Bucy, "New results in linear filtering and prediction theory," Trans. ASME, J. Basic Erg.,

- ser. D, vol. 83, pp. 95-108, 1961.
3. R. E. Kalman, "When is a linear control system optimal?" Trans. ASME, J. Basic Eng., ser. D, vol. 86, pp. 51-60, 1964.
 4. IEEE Special Issue, Trans. Automatic Control, Dec. 1971.
 5. M. Athans, "The role and use of the stochastic linear-quadratic-Gaussian problem in control system design," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-16, Dec. 1971.
 6. J. M. Mendel and D. L. Gieseking, "Bibliography on the linear-quadratic-Gaussian problem," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-16, Dec. 1971.
 7. W. H. Kwon and A. E. Pearson, "A modified quadratic cost problem and feedback stabilization of a linear system" IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-22, Oct. 1977.
 8. W. H. Kwon and A. E. Pearson, "On feedback stabilization of time-varying discrete linear systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-23, June 1978.
 9. W. H. Kwon and A. E. Pearson, "A double integral quadratic cost and tolerance of feedback nonlinearities," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-24, June 1979.
 10. W. H. Kwon and A. E. Pearson, "A note on algebraic matrix Riccati equation," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-22, April 1977.
 11. W. H. Kwon, A. E. Pearson, "A note on feedback stabilization of a differential-difference systems" IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-22, June 1977.
 12. W. H. Kwon and A. E. Pearson, "Feedback stabilization of linear systems With delayed control," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-25, April 1980.
 13. W. H. Kwon, A. E. Pearson and K. H. Park, "Linear quadratic Gaussian regulator with moving horizon," Will appear.
 14. W. H. Kwon and A. E. Pearson, "On the stabilization of a discrete constant linear systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-20, Dec. 1975.
 15. H. H. Rosenbrock and P. D. McMorran, "Good, bad, or optimal," IEEE Trans. Automatic Contr., vol. Ac-16, Dec. 1971.
 16. D. G. Luenberger, "An introduction to Observability," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-16, Dec. 1971.
 17. J. M. Mendel, "Computational Requirements for a discrete Kalman filters," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-16, Dec. 1971.
 18. A. G. J. MacFarlane, "The development of frequency-response methods in automatic control," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-24, April 1979.
 19. M. G. Safanov and M. Athans, "Gain and phase margin for multiloop LQG regulators," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-22, pp. 173-179, 1977.
 20. G. Stein, "Generalized quadratic weights for asymptotic regulator properties," IEEE Trans. Automat. Contr.,

- vol. Ac-24, Aug. 1979.
21. R. K. Mehra, "On the identification of variances and adaptive Kaman filtering," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-15, April 1970.
 22. Y. Alekal, P. Brunovsky, D. H. Chung, and E. B. Lee, "The quadratic problem for systems with time delays," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-16, Dec. 1971.
 23. B. D. O. Anderson and J. B. Moore, Linear Optimal control, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1971.
 24. B. Egardt, "Unification of some continuous-time adaptive control schemes," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. Ac-24, Aug. 1979.
 25. IEEE Special issue, Trans. Automat. Contr., April, 1978.

