垂直平板에서 層流膜狀 凝縮熱傳達에 關한 解析的 考察

An analytical study on the heat transfer of the laminar filmwise condensation on a vertical surface

金 亨 燮
(亞洲工科大學)

Abstract

Two phase boundary layer equations of laminar filmwise condensation are solved by an approximate integral method under the following condition; saturated vapour flows vertically downward over a cooled surface of uniform temperature, the condensate film is so thin that the inertia and convection terms are neglected.

The following conclusions are drawn under the above assumptions.

1. free convection

In case of the linear temperature profile in a liquid film, numerical results for the average coefficients of heat transfer may be expressed as $Nu_m = 4/3 \cdot (Gr_l/4.H)^{\frac{1}{4}}$ and in case of the quadratic profile, numerical results may be expressed as $Nu_m = 2/1.682 \cdot (Gr_l/H)^{\frac{1}{4}}$.

2. Forced convection

When the temperature profile is assumed to be linear in a liquid film, numerical results fir the average heat transfer coefficients may be expressed as $Nu_m = (A, Re_l/H)^{\frac{1}{2}}$. This expression is compared with the experimental results hitherto reported;

For theoritical Nusselt number $(Nu_m)_{th} < 2\times10^4$, the experimental Nusselt number $(Nu_m)_{exp}$ is on the average larger than theoritical Nusselt number $(Nu_m)_{th}$ by 30%.

For $(Nu_m)_{th} > 2\times10^4$, experimental Nusselt number $(Nu_m)_{exp}$ is about 1.6 times as large as theoritical Nusselt number $(Nu_m)_{th}$. These large deviation may be caused by the presence of turbulence in the liquid film.

In case of the quadratic temperature profile in a liquid film, numerical results for the average coefficients of heat transfer may be expressed as $Nu_m' = (2\cdot A \cdot Re/H)^{\frac{1}{2}}$. This formular shows that theoritical Nusselt number $(Nu_m)_{th}$ is larger than experimental Nusselt number $(Nu_m)_{exp}$ by 60%.

It is speculated that when the temperature difference between cooled surface and saturated vapour is small, temperature profile in a liquid film is quadratic.

1. 序 論

飽和 또는 過熱된 蒸氣가 飽和溫度보다 낮은 溫度로 유지된 表面과 접촉할 때는 蒸氣狀態에서 液体 또는 固体狀態로의 相變化가 發生한다. 이것이 凝縮의 基本 現象이다.

차가운 固体表面에서의 凝縮은 液体가 表面을 적시면서 미끄러운 膜을 형성하는 膜狀凝縮(filmwise condensation)과 液体가 表面을 적시지않고 작은 방울모양을 형성하여 不規則的으로 表面을 따라 떨

어지는 물방울凝縮(dropwise condensation)으로 구분된다.[1]

물방울凝縮熱傳達率은 膜狀凝縮熱傳達率보다 約 10倍 정도 크나 表面処理 문제가 곤란하므로 대부분 凝縮器에서는 膜狀凝縮이 發生되므로 凝縮器設計時 膜狀凝縮을 基準으로 하고 있다. 그리고 凝縮된 液体의 흐름은 흐름속도에 따라 層流와 亂流로 區分될 수 있다.

蒸氣의 飽和溫度보다 낮은 等溫의 垂直平板에 飽和狀態의 蒸氣가 접촉할 때 發生되는 層流膜狀凝縮에 關한 解析的인 研究는 Nusselt 에 의하여 最初로 이루어졌다. Nusselt 理論에서는 液体와 蒸氣境界面에서 凝縮水에 作用하는 전단력은 없다고 가정하였다. 境界面에서 전단력을 무시하면 凝縮水에 依하여 얻어진 모든 운동량은 保存되므로 外部에 의한 損失은 무시될 수 있다. 그러나 전단력을 고려하면 凝縮水의 運動이 蒸氣의 運動을 유도하므로 凝縮水는 自身의 운동량 一部를 잃게 된다. 즉, 유도된 蒸氣의 流動은 凝縮水 速度에 영향을 준다. 이와같이 蒸氣와 凝縮水가 相互 作用 하므로 液体와 蒸氣境界面에서의 力學的인 조건을 同時에 만족시켜야한다. 境界面에서 미끄럼現象을 일으키지 않는限 蒸氣와 液体의 接線速度는 同一하여야 한다.

그러므로, 凝縮水에 의한 境界層위에 蒸氣에 의한 또 하나의 境界層이 형성되어 液体와 蒸氣에 의한 2개의 境界層이 형성된다. 이것이 二相境界層(Two phase boundary layer)의 基本概念이다.

Koh, Sparraw and Hartnett[2] 는 二相境界層 概念을 導入하여 解析的인 方法으로 解를 구하였다. 이들은 液体膜의 解析에 관성항과 대류항을 고려하였다.

Jacobs[3] 는 近似積分方法에 의하여 二相境界層方程式을 解析하였고 数值的 結果式을 Freon 113의 実驗資料와 비교하였다. 그러나 Jacobs 의 理論展開中 物理的 意味를 가지는 無次元群의 解析에 복잡성을 招來하여 實用性이 결여되었다. 이 미비점을 Fujii 와 Uehara[4] 가 補完하였다. 現在까지는 近似積分方法을 利用할 때 蒸氣의 速度分布가 2次式인 것으로 가정하여 解析的인 結果式을 도출하였다.

本 研究는 液体膜에서의 溫度分布와 蒸氣 境界層에서의 蒸氣速度分布가 凝縮熱傳達係数에 미치는 영향을 고찰하고 蒸氣速度分布를 2次式으로 가정하여 近似積分方法으로 自然 및 強制對流에 對한 凝縮熱傳達現象을 理論的으로 解析함을 目的으로 한다.

2. 基本 方程式(Basic equations)

二相境界層에서 液体와 蒸氣는 各各 層流流動하고 飽和狀態인 蒸氣는 垂直下向으로 流動하며 冷却된 面의 溫度는 一定하며 液体膜은 대단히 얇으므로 관성항과 대류항은 무시될 수 있고 液体膜에서 液体의 溫度는 基準溫度로 일정하다고 가정한다.[5]

위의 가정을 그림 1의 液体와 蒸氣의 境界面에 적용하면 連続方程式, 運動量方程式, 에너지方程式은 다음과 같이 表示될 수 있다.

① 液体膜에서

連続方程式 : $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (1)$$

運動方程式 : $$\nu_L\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+g=0 \qquad (2)$$

에너지方程式 : $$\delta\frac{d}{dx}\left(\int_0^\delta u\cdot dy\right)\nu_L\cdot H \qquad (3)$$

$$H=\frac{C_p\,(T_s-T_w)}{P_r\cdot h_{fg}} \qquad (4)$$

② 蒸氣境界層에서

連続方程式 : $$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0 \qquad (5)$$

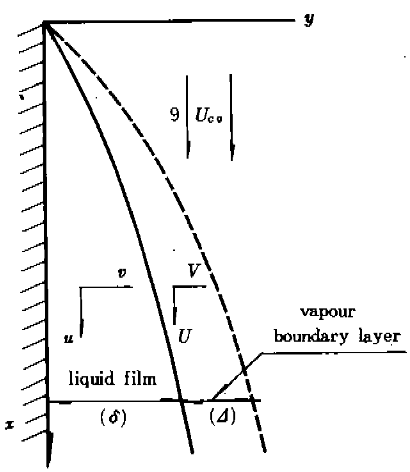

Fig. 1. Physical model and coordinate system.

運動量方程式：$U\dfrac{\partial U}{\partial x}+V\dfrac{\partial U}{\partial y}=\nu_V\dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2}$ ⋯ (6)

위의 方程式들을 만족시키는 境界條件은 다음과 같다.

가) 液体膜에서：$y=0$; $U=v=0$, $T=T_w$ ⋯ (7)

나) 蒸氣境界層에서：$y=\delta+\triangle$; $U=U_\infty$,

$$\frac{\partial U}{\partial y}=0,\ \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}=0,\ T=T_s \quad\cdots\cdots (8)$$

다) 液体―蒸氣 境界面에서,

1) 速度：境界面에서 液体와 蒸氣의 接線速度 成分은 미끄럼이 없으므로 같아야 한다.

$$u_\sigma=U_\sigma \quad\cdots\cdots (9)$$

2) 전단응력：蒸氣가 液体에 作用하는 전단응력과 液体가 蒸氣에 作用하는 전단응력은 같아야 한다.

$$\mu_L\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_\sigma=\mu_V\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_\sigma \quad\cdots\cdots (10)$$

3) 凝縮率：蒸氣로부터 境界面으로 전달되는 質量流動率은 境界面으로부터 液体膜으로 傳達되는 質量流動率과 같아야한다.

$$\rho\frac{d}{dx}\left(\int_0^\sigma u-dy\right)=\rho_L\left(U\frac{d\delta}{dx}-v\right)_\sigma=\rho_V\left(U\frac{d\delta}{dx}-V\right)_\sigma \quad\cdots\cdots (11)$$

4) 溫度：$T_\sigma=T_s$ ⋯⋯ (12)

$$\zeta=y-\delta \quad\cdots\cdots (13)$$

(2)式을 積分하고 (7)과 (9)式을 利用하면 다음과 같이 液体膜에서의 速度를 얻을 수 있다.

$$U=\left(\frac{U_\sigma}{\delta}+\frac{g\cdot\delta}{2\cdot\nu_L}\right)\cdot y-\frac{g}{2\cdot\nu_L}\cdot y^2 \quad\cdots\cdots (14)$$

(14)式을 (3)式에 대입하면 液体膜에서의 에너지式을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\nu_L\cdot H=\frac{\delta}{2}\frac{d(U_\sigma\cdot\delta)}{dx}+\frac{g\cdot\delta^3}{4\cdot\nu_L}\frac{d\delta}{dx} \quad\cdots\cdots (15)$$

(8)과 (9)式을 만족하는 蒸氣境界層에서의 速度分布를 ζ의 2次式으로 가정하면 蒸氣速度分布式은 다음과 같다.

$$U=U_\sigma+(U_\infty-U_\sigma)\left(\frac{2\cdot\zeta}{\Delta}-\frac{\zeta^2}{\Delta^2}\right) \quad\cdots\cdots (16)$$

경계조건：$\zeta=0$; $U_\sigma=U_\sigma$, $\zeta=\triangle$; $U=U_\infty$,

$$\frac{\partial U}{\partial y}=0$$

液体密度에 對한 蒸氣密度의 크기와 境界層理論에 적용되는 速度와 길이의 相互的 크기概念을 利用하여 (5)와 (6)式을 ζ에 대하여 0에서 △까지 적분하고 (3)과 (11)式에서 V를 소거하면 다음과 같은 蒸氣境界層에서의 運動量式을 얻을 수 있다.[6]

$$\frac{d}{dx}\int_0^\Delta U(U_\infty-U)\,d\zeta+\frac{\rho_L\cdot\nu_L\cdot H}{\rho_V\cdot\delta}(U_\infty-U_\sigma)=\nu_V\left(\frac{\partial U}{\partial\zeta}\right)_{\zeta=0} \quad\cdots\cdots (17)$$

(14)式과 (16)式을 (10)式에 대입하여 液体膜두께(δ)와 蒸氣境界層두께(△)와의 比를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\Delta}{\delta}=\frac{2\cdot\mu_V}{\mu_L}\left(\frac{U_\infty-U_\sigma}{U_\sigma-g\cdot\delta^2/2\cdot\nu_L}\right) \quad\cdots\cdots (18)$$

(16)式을 (17)式에 대입하고 △를 소거하면 다음과 같은 蒸氣境界層에서의 運動量式을 얻을수 있다.

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{(U_\infty-U_\sigma)^2\,(2U_\infty+3\delta)}{U_\sigma-g\cdot\delta^2/2\cdot\nu_L}\right\}+\frac{15\cdot R^2\cdot\nu_L}{2\cdot\delta}(U_\infty-U_\sigma)\left\{H-\frac{U_\sigma-g\cdot\delta^2/2\cdot\nu_L}{U_\infty-U_\sigma}\right\}=0 \quad\cdots\cdots (19)$$

$$R=\left(\frac{\rho_L\cdot\mu_L}{\rho_V\cdot\mu_V}\right)^{\frac{1}{2}} \quad\cdots\cdots (20)$$

(15)式과 (19)式에서 U_σ, δ를 구하면 다음과 같이 정의되는 局部Nusselt数(Nu_x), 平均Nusselt数(Nu_m), 局部熱傳達係数(h_x), 平均熱傳達係数(h_m)을 각각 구할 수 있다.

$$h_x=\frac{k}{\delta}=\frac{q}{T_s-T_w} \quad\cdots\cdots (21)$$

$$Nu_x=\frac{x}{\delta}=\frac{h_x\cdot x}{k} \quad\cdots\cdots (22)$$

$$h_m=\frac{1}{T_s-T_w}\cdot\frac{1}{l}\int_0^l q\cdot dx \quad\cdots\cdots (23)$$

$$Nu_m=\frac{h_m\cdot l}{k} \quad\cdots\cdots (24)$$

3. 数値 解析 (Numerical analysis)

3－1 自然対流 (free convection)

① 液体膜에서 溫度分布가 1次式으로 表示된 경우

自然對流時 $U_\infty = 0$ 이므로 液体膜과 蒸氣境界層에서의 速度 및 溫度分布는 그림 2와 같고 (19)式은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{3\cdot u_\sigma{}^{2}\delta}{u_\sigma - g\delta^2/2\nu_L}\right\} - \frac{15}{2}R^2\cdot u_\sigma\cdot\frac{\nu_L}{\delta}\left\{H + \frac{U_\sigma - g\cdot\delta^2/2\nu_L}{u_\sigma}\right\} = 0 \quad \cdots\cdots (25)$$

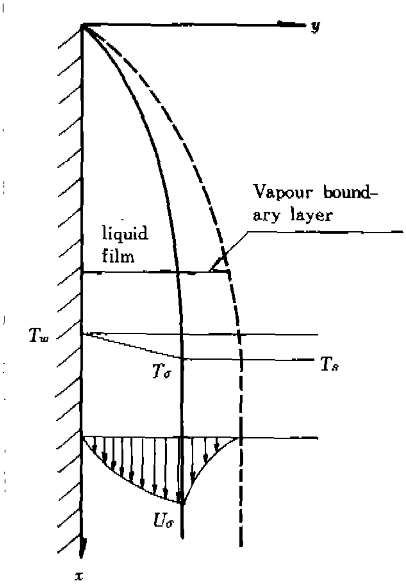

Fig. 2. Velocity and temperature profile in body force convection.

(15)式과 (25)式을 연립미분방정식으로 풀면 특수해를 얻을 수 있다. 相似變數를 利用하면 특수해는 다음과 같은 型으로 表示될 수 있다.[7]

$$U_\sigma = \frac{A}{2}(g\cdot H\cdot x)^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (26)$$

$$\delta = B\left(\frac{\nu_L^2\cdot H\cdot x}{g}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \cdots\cdots (27)$$

(26), (27)式을 (15)式과 (25)式에 대입하면 A, B값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$B^4 + 3A\cdot B^2 - 16 = 0 \quad \cdots\cdots (28)$$

$$A^3B^2 - 4R^2\cdot A(B^2 - A) - 4\frac{R^2}{H}(B^2 - A)^2 = 0 \quad \cdots (29)$$

윗식에서 $\frac{R^2}{H}$값이 실제로 1보다 대단히 크므로 (29)式으로부터 다음과 같은 近似式을 얻을 수 있다. (Table 1참조)

$$B^2 - A = 0 \quad \cdots\cdots (30)$$

Table 1. Examples of parameters Pr, R, H and limitations of (Ts−Tw)

	T_s	P_r	R	$\frac{H}{T_s - T_w}\times 10^{3}$	$(T_s - T_w)_B$	$(T_s - T_w)_F$
Water	100	2	200	1	50	50
Acetone	56.1	3	90	1	35	100
Benzene	80.1	5	120	1	20	15
Ethanol	78.4	11	150	0.6	15	7

T_s : Saturation temperature
$(T_s - T_w)_B$: limitation of temperature difference for body force convection
$(T_s - T_w)_F$: limitation of temperature difference for forced convection.

(28)式과 (30)式으로부터 $A = 2$, $B = \sqrt{2}$ 값을 얻을 수 있다. 그러므로 局部Nusselt數(Nu_x)와 平均Nusselt數(Nu_m)는 다음과 같다.[8]

$$Nu_x = \frac{x}{\delta} = \left(\frac{Gr_x}{4\cdot H}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \cdots\cdots (31)$$

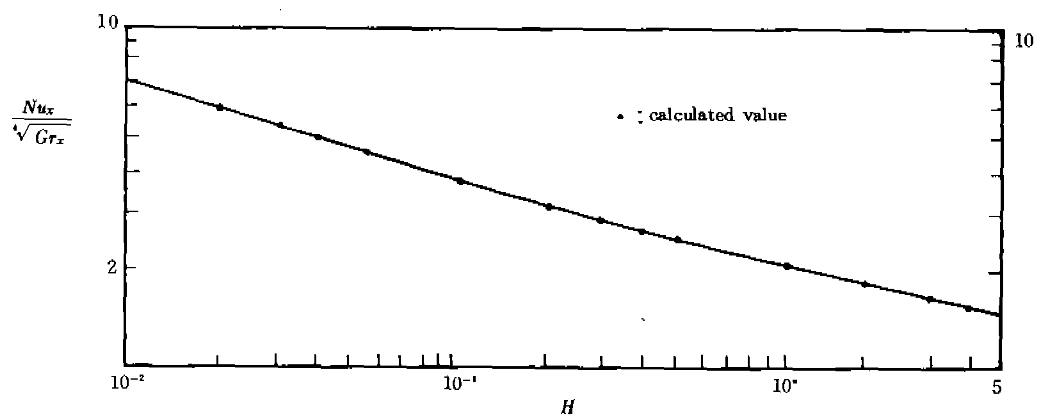

Fig. 3. Local coefficients heat transfer in natural convection.

$$Nu_m = \frac{4}{3}\left(\frac{Gr_l}{4\cdot H}\right)^{\frac{1}{4}} \cdots\cdots (32)$$

$$Gr_x = \frac{x^3\cdot g}{\nu_L^2} \cdots\cdots (33)$$

$$Gr_e = \frac{l^3\cdot g}{\nu_L^2} \cdots\cdots (34)$$

그림 3은 自然対流에서 温度変化에 따른 熱傳達係数를 図示하였다. 그림에서 熱傳達係数 $\left(\frac{Nu_x}{\sqrt[4]{Gr_x}}\right)$는 無次元群. H에 반비례하므로 冷却面과 飽和温度와의 温度差가 增加時, 減少함을 알 수 있다.

② 液体膜에서 温度分布가 2次式으로 表示될 경우

液体膜에서 温度分布式을 2次로 가정하면 結果式이 다음과 같이 된다.

2次 温度 分布式

$$(T') = T_w + \frac{2(T_s - T_w)}{\delta}\cdot y - \frac{(T_s - T_w)}{\delta^2}\, y^2$$

液体膜에서 에너지방정식은 다음과 같이 될 수 있다.

$$\delta\frac{d}{dx}\left(\int_0^\sigma u\cdot dy\right) = 2\cdot\nu_L\cdot H \cdots\cdots (3)$$

$$2\cdot\nu_L\cdot H = \frac{\delta}{2}\frac{d(U_\sigma\cdot\delta)}{dx} + \frac{g\cdot\delta^3}{4\cdot\nu_L}\frac{d\delta}{dx} \cdots\cdots (15)'$$

(26), (27)式을 (15)′式에 대입하면 (28)式은 다음과 같이 変化된다.

$$B^4 + 3A\cdot B^2 - 32 = 0 \cdots\cdots (28)'$$

(29)式은 変化가 있으나 $B^2 - A$항이 0이 되므로 관계가 없다.

(28)′式과 (30)式에서 A, B값을 다음과 같이 구 할 수 있다.

$$A \fallingdotseq 2.828,\quad B \fallingdotseq 1.682$$

液体膜에서 温度分布가 2次일 경우 局部熱傳達係数$(h_x)'$, 局部 Nusselt 数$(Nu_x)'$는 각각 다음과 같이 정의 되다.

$$(h_x)' = \frac{2\cdot k}{\delta} \cdots\cdots (21)'$$

$$(Nu_x)' = \frac{2\cdot x}{\delta} \cdots\cdots (22)'$$

液体膜에서 温度 分布가 2次일 경우 局部Nusselt数와 1次일 경우 局部Nusselt数와의 関係는 다음과 같다.

$$(Nu_x)' = \frac{2\cdot x}{\delta} = \frac{2\times 4^{\frac{1}{4}}}{1.682}\left(\frac{Gr_x}{4H}\right)^{\frac{1}{4}} \fallingdotseq 1.682\, Nu_x \cdots\cdots (31)'$$

이는 液体膜에서 温度 分布式이 2次일 경우의 熱傳達係数값은 1次일 경우의 熱傳達係数 값보다 約 1.682倍 더 많음을 뜻한다.

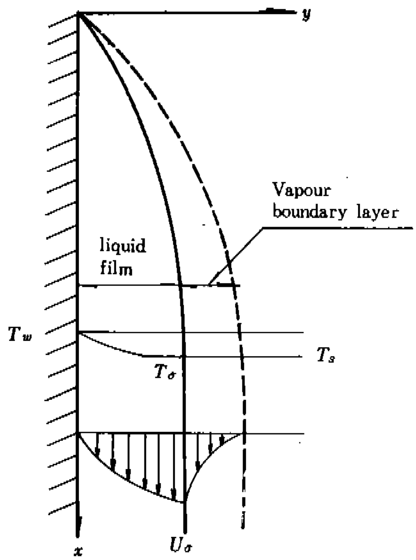

Fig. 4. Velocity and temperature profile in natural convection.

3-2 強制対流 (Forced convection)

① 液体膜에서 温度分布가 1次時 :

強制対流에 있어서 液体膜과 蒸氣 경계층에서의 温度 및 速度分布는 그림 5와 같고 粘性力이 重力에 비하여 대단히 크다고 가정하면 液体膜에서의 速度分布式은 다음과 같다.

$$U = \frac{U_\sigma}{\delta}\cdot y \cdots\cdots (35)$$

(35)式을 (15)式과 (19)式에 各各 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\nu_L\cdot H = \frac{\delta}{2}\frac{d(U_\sigma\cdot\delta)}{dx} \cdots\cdots (36)$$

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{(U_\infty^2 - u_\sigma)^2\,(2U_\infty + 3u_\sigma)\cdot\delta}{U_\sigma}\right\} + \frac{15}{2}R^2\,(U_\infty - u_\sigma)\,\frac{\nu_L}{\delta}\left\{H - \frac{u_\sigma}{U_\infty - u_\sigma}\right\} = 0 \cdots\cdots (37)$$

(36)式과 (37)式의 특수해는 다음과 같은 型으로 表示될 수 있다.

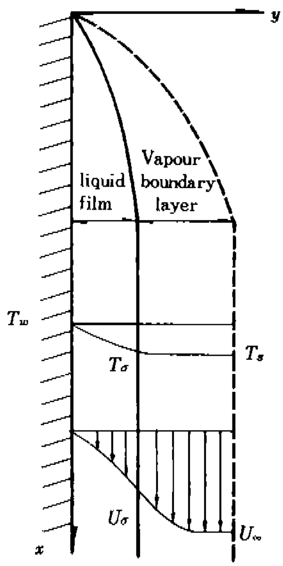

Fig. 5. Velocity and temperature profile in forced convection.

$$U_\sigma = A \cdot U_\infty \quad \cdots\cdots (38)$$

$$\delta^2 = B \cdot x \quad \cdots\cdots (39)$$

(38)式과 (39)式을 (36)式과 (37)式에 各各 대입하여 A, B 값을 구하면 다음과 같다.

(36)式에서 $B = \dfrac{4 \cdot \nu_L \cdot H}{A \cdot U_\infty} \quad \cdots\cdots (40)$

(37)式에서 $4(1-A)^2(2+3A) + 15R^2(1-A)A^2$

$$-15\frac{R^2}{H}A^3 = 0 \quad \cdots\cdots (41)$$

(39)式을 利用하면 局部Nusselt 数(Nu_x)값과 平均 Nusselt数(Nu_m)값을 각각 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$Nu_x = \frac{x}{\delta} = \frac{1}{2}\left(\frac{A \cdot Re_x}{H}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (42)$$

$$Nu_m = 2 \cdot Nu_{x-L} = \left(\frac{A \cdot Re_l}{H}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (43)$$

$$Re_x = \frac{U_\infty \cdot x}{\nu_L} \quad \cdots\cdots (44)$$

$$Re_l = \frac{U_\infty \cdot l}{\nu_L} \quad \cdots\cdots (45)$$

冷却面과 飽和 蒸氣사이 温度差에 의하여 無次元群 H 및 R값을 各各 구한후 이 R, H값을 (41)式에 대입하면 (41)式은 A의 3次 方程式이 된다. 이 3次 方程式은 Newton의 近似 解法을 利用하여 解를 얻을 수 있다.[9]

$R \cdot H$ 값이 10에서 10^{-2}의 범위에 对한 蒸氣 경계층에서 速度 変化에 따른 A값과 局部 熱傳達係数는 그림 6과 표 2와 같다.

Table 2. Comparision of heat transfer coefficients in forced convection

$R \cdot H$	$H \times 10^2$	$A \times 10^2$	$\dfrac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}}$
10	3.478	3.380	0.493
8	3.288	3.210	0.494
6	2.692	2.660	0.497
4	1.910	1.934	0.503
2	1.003	1.102	0.524
1	5.145×10^{-1}	6.705×10^{-1}	0.571
0.8	4.116×10^{-1}	5.808×10^{-1}	0.594
0.6	3.102×10^{-1}	4.912×10^{-1}	0.629
0.4	2.080×10^{-1}	3.966×10^{-1}	0.690
0.2	1.046×10^{-1}	2.874×10^{-1}	0.828
0.1	5.287×10^{-2}	2.165×10^{-1}	1.012
0.08	4.181×10^{-2}	1.075×10^{-1}	1.087
0.06	3.136×10^{-2}	1.770×10^{-1}	1.188
0.04	2.094×10^{-2}	1.523×10^{-1}	1.349
0.02	$1.057 \times\ ^{-2}$	1.191×10^{-1}	1.679
0.01	5.310×10^{-3}	9.380×10^{-2}	2.101

(42)式과 (43)式에서 熱傳達係数(Nu_x)는 Reynolds 数(R_e)에 비례하고 温度差(ΔT)에 반비례 함을 알 수 있다.

同一한 Reynolds 数에서 熱傳達係数는 温度差로서 決定되므로 温度差가 增加時 熱傳達係数는 감소하고 温度差가 減少時 熱傳達係数는 增加한다.

또 同一 温度差일 경우 蒸氣 速度가 增加하면 熱傳達係数도 增加하고 蒸氣 速度가 減少하면 熱傳達係数도 減少한다.

② 液体膜에서 温度分布가 2次時 :

液体膜에서 温度 分布가 2次式일 경우 関係式은 다음과 같다.

液体膜에서 에너지式,

$$\frac{\delta}{2}\frac{d(U_\sigma \cdot \delta)}{dx} = 2 \cdot \nu_L \cdot H \quad \cdots\cdots (36)'$$

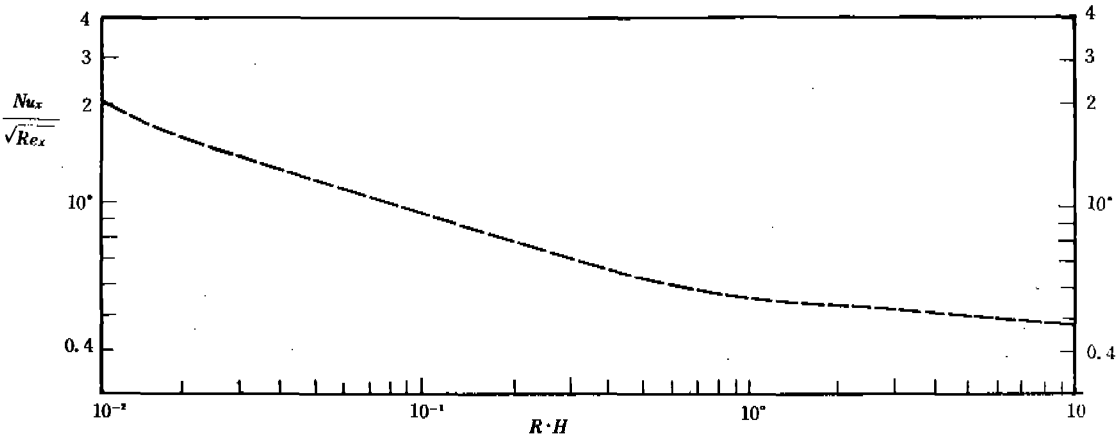

Fig. 6. Local coefficients of heat transfer in forced convection.

蒸氣경계층에서 운동량방정식 :

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{(U_\infty - U_\sigma)^2\ (2U_\infty + 3u_\sigma)\cdot\delta}{U_\sigma}\right\}$$

$$+15\cdot R^2\cdot\frac{\nu_L}{\delta}(U_\infty - u_\sigma)\left\{H - \frac{u_\sigma}{2(U_\infty - u_\sigma)}\right\}$$

$$= 0 \quad \cdots\cdots (37)'$$

위 式의 特殊解는 相似變數를 利用하여 다음과 같은 型으로 表示될 수 있다.

$$u_\sigma = A\cdot U_\infty \quad \cdots\cdots (38)$$

$$\delta^2 = B\cdot x \quad \cdots\cdots (39)$$

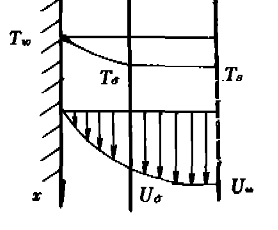

Fig. 7. Velocity and temperature profile in forced convection.

(38)式과 (39)式을 (36)′式과 (37)′式에 各各 대입하여 A, B값을 구하면 다음과 같다.

$$B = \frac{8\cdot\nu_L\cdot H}{A\cdot U_\infty} \quad \cdots\cdots (40)'$$

$$8(1-A)^2\ (2+3A) + 30R^2\cdot A^2\ (1-A)$$

$$-15\frac{R^2}{H}A^3 = 0 \quad \cdots\cdots (41)'$$

(39)式을 利用하면 局部 Nusselt 数(Nu_x)값과 平均Nusselt 数(Nu_m)값을 各各 다음과 같이 얻을수 있다.

$$Nu_x' = \frac{2\cdot x}{\delta} = \left(\frac{A\cdot Re_x}{2\cdot H}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (42)'$$

$$Nu_m' = 2\cdot Nu_{x=L} = \left(\frac{2\cdot A\cdot Re_L}{H}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (43)'$$

4. 数値結果 및 検討 (Numerical results and Discussion)

4-1 自然対流 (body force convection)

Nusselt 理論은 液体와 蒸氣경계면에서 凝縮水에 作用하는 전단력이 없다고 가정하였다. 경계면에서 전단력을 무시하면 凝縮水에 의하여 얻어진 모든 운동량은 보존되므로 外部에 의한 損失은 무시될 수 있다. 즉 液体膜에 의한 単相경계층이 형성된다. 그러나 液体膜과 蒸気경계면에서 凝縮水에 作用하는 전단력을 고려하면 凝縮水의 運動이 蒸気의 運動을 유도하므로 凝縮水는 自身의 운동량의 一部를 잃게 된다. 다시 말하면 유도된 蒸気流動은 凝縮水速度에 영향을 준다. 이와 같이 蒸

氣와 凝縮水가 相互作用하므로 液体와 蒸気境界面에서 力學的인 조건을 동시에 만족시켜야 한다. 그러므로 凝縮水에 의한 境界層위에 증기에 의한 또 하나의 경계층이 형성되어 液体와 蒸氣에 의한 2개의 境界層이 형성된다. 이 二相경계층을 기준으로 하였을 때 熱傳達係數는 蒸氣경계층에서의 速度分布에 관계가 매우 적고 Grashot數와 無次元群 H로서 決定될 수 있다.

液体膜에서 温度分布가 1次式으로 가정할 경우 局部 및 平均熱傳達係數에 대한 結果式은 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$Nu_x=\left(\frac{Gr_x}{4\cdot H}\right)^{\frac{1}{4}},\qquad Nu_m=\frac{4}{3}\left(\frac{Gr_l}{4\cdot H}\right)^{\frac{1}{4}}$$

그림 3에서와 같이 熱傳達係數$\left(\frac{Nu_x}{\sqrt[4]{Gr_x}}\right)$는 無次元群 H에 반비례하므로 冷却面과 飽和 蒸氣사이 温度差가 增加하면 熱傳達係數값은 減少함을 알 수 있다.

지금까지 문헌에 발표된 실험치$(Nu_m)_{exp}$와 本 研究에서 얻은 理論値$(Nu_m)_{th}$를 표 3에 비교정리하였고 이 자료를 利用하여 실험 Nusselt값$(Nu_m)_{exp}$와 理論Nusselt값$(Nu_m)_{th}$의 비교를 그림 8에 図示하였다.

Shea-Krase는 0.584m 높이의 수직평판을 5등분하여 局部熱傳達係數 값을 測定하였다. 板의 温度는 45~83℃이고 飽和蒸氣温度는 100℃이다. Shea-Krase의 실험에 의하여 얻어진 $(Nu_m)_{exp}$와 (32)式에 의하여 얻어진 理論値$(Nu_m)_{th}$의 최대오차는 約 30%로서 $(Nu_m)_{exp}$값이 $(Nu_m)_{th}$값보다 크다. 이는 理論展開中 液体膜에서의 温度分布가 1次式이고 $\frac{R^2}{H}$이 1보다 훨씬 크므로 $B^2-A=0$이 되어야 한다는 가정 때문인 것으로 생각된다.

液体膜에서의 温度分布가 2次式인 경우 熱傳達係數 $(Nu_m)'$ 값은 温度分布가 1次式일 때의 熱傳達係數(Nu_m)값보다 約 1.68倍정도 크다는 것을 알 수 있다. 이는 실험치$(Nu_m)_{exp}$보다 理論値$(Nu_m)_{th}$가 더 크다는 뜻이다. 표 3과 그림 7을 참조하여 보면 실험치$(Nu_m)_{exp}$보다 이론치$(Nu_m)_{th}$가 최대 約 30%정도 크다는 것을 알 수 있다.

液体膜에서 温度分布에 따른 실험치$(Nu_m)_{exp}$와 이론치$(Nu_m)_{th}$의 相対오차를 고려하여 본 結果 거의 비슷한 오차를 가짐을 알 수 있으나 液体膜에서 温度分布가 1次式일 경우 2次式일 경우보다 約 2~3% 오차가 적음으로 自然対流에서 液体膜에서의 온도분포는 1次式으로 가정함이 좋은 것으로 생각된다.

4-2 強制対流(Forced convection)

① 液体膜에서 温度分布가 1次時 : 強制対流에서는 粘性力이 重力에 비하여 대단히 크다고 가정하면 液体膜에서의 速度分布는 (35)式과 같이 1次式으로 表示된다.

이 (35)式을 기본으로 하여 局部 및 平均熱傳達係數에 대한 數値結果式은 $Nu_x=\frac{1}{2}\left(\frac{A\cdot Re_x}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$, $Nu_m=\left(\frac{A\cdot Re_l}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$로 各各 表示될 수 있다. 여기에서 熱傳達係數(Nu_x)값은 Reynolds 數에 비례하고 冷却面과 飽和蒸氣温度와의 温度差(ΔT)에 반비례 함을 알 수 있다. 同一한 Reynolds 數에 대하여 熱傳達係數는 冷却面과 飽和蒸氣와의 温度差(ΔT)로서 決定될 수 있으므로 温度差(ΔT)가 增加時 熱傳達係數값은 減少하고 温度差가 減少할 경우 熱傳達係數값은 增加함을 알 수 있다.

또, 温度差가 一定할 경우 熱傳達係數값은 飽和蒸氣速度로 決定한 수 있으므로 蒸氣速度가 增加時 熱傳達係數 값도 增加하고 蒸氣速度가 減少時 熱傳達係數값도 減少함을 알 수 있다.

Jacobs와 그 동료들은 蒸氣가 0.04m 직경과 1.2m길이를 통하여 垂直下向으로 流動하고 蒸氣速度는 60~80m/s일 경우에 대한 實驗을 하였다.

理論Nusselt數$(Nu_m)_{th}$ 값이 2×10^4 이하일 경우 實驗値$(Nu_m)_{exp}$와 비교하면 本 研究에서 얻은 理論値$(Nu_m)_{th}$와 오차가 約 30% 정도 發生한다. 이러한 오차는 理論展開中 液体膜에서의 温度와 速度分布를 各各 1次式으로 가정한 것이 주 원인으로 생각된다.

또 理論Nusselt數$(Nu_m)_{th}$값이 2×10^4 이상일 경우 실험치$(Nu_m)_{exp}$와 理論値$(Nu_m)_{th}$의 오차는 約 60% 이상이 된다. 이는 液体膜에서 流動現象이 급격히 変化됨을 意味하는 것으로 생각된다.

② 温度分布가 2次時 : 液体膜에서 温度分布가 2次式으로 가정한 경우 局部 및 平均 熱傳達係數의 結果式은 다음과 같이 表示된다.

$$Nu_x' = \left(\frac{A \cdot Re_x}{2 \cdot H}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad Nu_m' = \left(\frac{2 \cdot A \cdot Re_l}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$$

液体膜에서 温度分布가 1次와 2次일 경우 各各의 熱傳達係数$\left(\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}}\right)$를 비교하여 보면 $R \cdot H$값이 커지면 1次와 2次에서의 熱傳達係数比는 增加하고 $R \cdot H$값이 적어지면 熱傳達係数比도 減少함을 알 수 있다.

이는 표 3에서와 같이 $R \cdot H = 10$일 경우 熱傳達係数比는 約 1 : 1.965로 液体膜에서의 温度分布가 2次式일 경우에 約 1.965倍 정도로 温度分布가 1次式일 경우보다 크고 $R \cdot H = 0.01$인 경우의 熱傳達係数比는 約 1 : 1.596으로 液体膜의 温度分布가 2次式일 경우가 約 1.596倍 정도로 1次式일 경우보다 더 큼을 뜻한다.

表 4를 참조하여 실험치$(Nu_m)_{exp}$와 이론치$(Nu_m)_{th}$를 비교하여 보면 이론치$(Nu_m)'_{th}$가 실험치$(Nu_m)_{exp}$보다 約 60% 이상 더 큼을 알 수 있다. 여기서 液体膜에서의 流動速度가 급격히 變化할 경우와 冷却面과 飽和蒸氣사이의 温度差가 매우 적을 경우 실험치$(Nu_m)_{exp}$와 이론치$(Nu_m)_{th}'$ 사이의 오차는 液体膜에서의 温度分布가 1次式일 경우보다 적음을 알 수 있다. 이는 液体膜에서 流動速度가 급격히 變化하거나 혹은 冷却面과 飽和蒸氣 사이 温度差가 매우 적을 경우 液体膜에서의温度分布는 2次式이 됨을 意味한다.

Table 3. Ratios of heat transfer coefficients for temperature profile in forced convection.

$R \cdot H$	$Nu_x/\sqrt{Re_x}$	$(Nu_x)'/\sqrt{Re_x}$	$Nu_x/(Nu_x)'$
10	0.492	0.967	1/1.965
8	0.493	0.969	1/1.966
6	0.496	0.975	1/1.966
2	0.516	1.000	1/1.941
1	0.522	1.031	1/1.869
0.8	0.571	1.048	1/1.837
0.6	0.600	0.79	1/1.797
0.1	0.944	1.550	1/1.643
0.06	1.105	1.796	1/1.625
0.02	1.557	2.498	1/1.605
0.01	1.947	3.106	1/1.596

Table 4. Data referred in Fig. 8.

By Shea-Krase

T_w	$V_L \times 10^6$	$H \times 10^2$	$(Nu_m)_{th}$	$(Nu_m)_{exp}$	$(Nu_m)'_{th}$	비 고
45	4.6848616	3.326	3814	5000	6415	l : 0.584
50	4.4267976	3.231	3951	5200	6647	g : 9.8
55	4.23583024	3.070	4091	5400	6881	
60	4.05776608	2.879	4248	5900	7145	
70	3.71970224	2.409	4639	6300	7803	
80	3.43583184	1.767	5217	7000	8775	
83	3.3687352	1.543	5451	7100	9169	

By Jacobs et al

T_w	U_∞	$(Nu_m)_{th}$	$(Nu_m)_{exp}$	$(Nu_m)'_{th}$	비 고
71	60	14116	17700	27395	$R \cdot H$: 5.092
	70	15247	20000	29588	H : 2.353×10^{-2}
	80	16300	23000	31633	ν_L : $3.6877.3456 \times 10^{-5}$
75	60	14441	17700	27940	$R \cdot H$: 4.494
	70	15598	21000	30179	H : 2.1152801×10^{-2}
	80	16675		32200	ν_L : $3.56902512 \times 10^{-5}$
80	60	14891	17700	28634	$R \cdot H$: 3.674
	70	16084	21500	30928	H : 1.767×10^{-2}
	80	17195		33064	ν_L : $3.43483184 \times 10^{-5}$
85	60	15430	20000	29362	$R \cdot H$: 2.825
	70	16666		31715	H : 1.386×10^{-2}
	80	17817		33905	ν_L : 3.3161224×10^{-5}
90	60	16271	21000	30371	$R \cdot H$: 1.931
	70	17574	21800	32804	H : 9.683×10^{-3}
	80	18788	29000	35069	ν_L : 3.1870904×10^{-5}
95	60	18025	21800	32381	$R \cdot H$: 0.990
	70	19469	26200	34975	H : 5.068×10^{-3}
	80	20814	30000	37391	ν_L : $3.07354224 \times 10^{-5}$
96	60	18741	22000	33288	$R \cdot H$: 0.796
	70	20243	27500	35955	H : 4.092×10^{-3}
	80	21640	32500	38435	ν_L : $3.05031648 \times 10^{-5}$

By Wurster

T_w	U_∞	$(Nu_m)_{th}$	$(Nu_m)_{exp}$	비 고
28	74	23952	21000	$R \cdot H$: 9.525 H : 3.505×10^{-2} ν_L : $5.62321456 \times 10^{-5}$

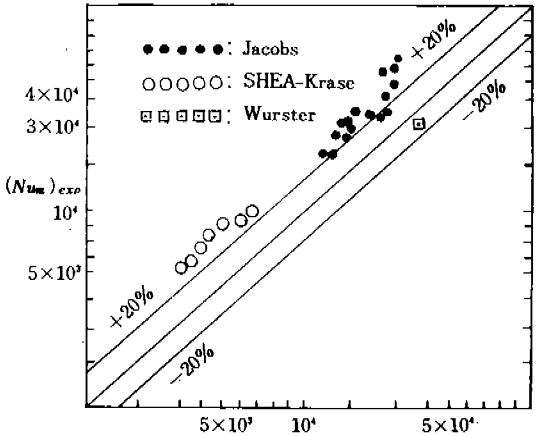

Fig. 8. Correlation between experimental $(Nu_m)_{th}$ $(Nu_m)_{exp}$ and theoretical $(Nu_m)_{th}$ for water.

結　論

1. 自然対流에서 液体膜의 温度分布가 1次式일 경우 平均熱傳達係数에 対한 結果式은 $Nu_m = \frac{4}{3}\left(\frac{Gr_l}{4 \cdot H}\right)^{\frac{1}{4}}$로 表示될 수 있으며 温度分布가 2次式일 경우 平均熱傳達係数에 対한 結果式은 $Nu_m' = \frac{2}{1.682}\left(\frac{Gr_l}{H}\right)^{\frac{1}{4}}$로 表示될 수 있고 문헌에서 얻은 실험치 $(Nu_m)_{exp}$와 이들 값을 비교한 結果, 液体膜에서 温度分布가 1次式일 경우에 오차가 約 2～3% 정도 2次式보다 적음을 알 수 있다.

2. 強制対流에서

① 液体膜의 温度分布가 1次式일 경우 平均 熱傳達係数에 対한 結果式은 $Nu_m = \left(\frac{A \cdot Re_l}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$로 表示될 수 있고 문헌에 의한 실험치$(Nu_m)_{exp}$와 本 研究에서의 理論値$(Nu_m)_{th}$와의 관계를 비교검토한 結果 理論値$(Nu_m)_{th}$값이 2×10^4보다 적을 경우 理論値$(Nu_m)_{th}$에 비하여 실험치 $(Nu_m)_{exp}$값이 約 30% 정도 크다. 이는 理論展開中 液体膜 에서의 温度와 速度分布를 各各 1次式으로 가정하였기 때문으로 생각된다. 또, 理論値$(Nu_m)_{th}$값이 2×10^4보다 클 경우 理論値$(Nu_m)_{th}$에 비하여 실험치$(Nu_m)_{exp}$값이 約 60%以上의 큰 값을 얻는데 이는 液体膜에서의 급격한 流動現象의 変化에 의한 것으로 고려된다.

② 液体膜에서 温度分布가 2次式일 경우 平均熱傳達係数에 対한 結果式은 $Nu_m' = \left(\frac{2 \cdot A \cdot Re_l}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$로 表示할 수 있고 本 研究에서 얻은 理論値$(Nu_m)_{th}'$가 문헌에 의한 실험치$(Nu_m)_{exp}$보다 約 60% 以上 큼을 알 수 있다. 이는 冷却面과 飽和蒸氣사이 温度差가 대단히 적을 경우 液体膜에서의 温度分布가 2次式이 됨을 뜻한다.

記號説明

Cp	:	定壓比熱	(J/kg℃)
g	:	重力加速度	(m/s²)
Gr	:	Grashof 数	$\left[\frac{l^3 \cdot g}{\nu^2}\right]$
H	:	無次元群	$\left[\frac{Cp(T_s - T_w)}{pr \cdot h_{fg}}\right]$
h	:	熱傳達係数	(W/m²℃)
h_{fg}	:	潜熱	(J/kg)
l	:	冷却面 높이	(m)
Nu	:	Nusselt 数	$\left(\frac{h \cdot l}{k}\right)$
Pr	:	Prandtl 数	$\left(\frac{Cp \cdot \mu}{k}\right)$
R	:	密度－粘性係数比	$\left(\frac{\rho_L \cdot \mu_L}{\rho_V \cdot \mu_V}\right)^{\frac{1}{2}}$
R_e	:	Reynolds 数	$\left(\frac{U_\infty \cdot l}{\nu}\right)$
T_s	:	飽和蒸氣温度	(℃)
T_w	:	冷却面温度	(℃)
U	:	蒸氣의 x 方向速度	(m/s)
u	:	凝縮水의 x 方向速度	(m/s)
V	:	蒸氣의 y 方向速度	(m/s)
v	:	凝縮水의 xy 方向速度	(m/s)

Greece 文字

Δ	:	蒸氣境界層의 두께	
δ	:	液体膜의 두께	
ζ	:	蒸氣境界層에서의 任意距離	
μ	:	粘性係数	(N·s/m²)
ν	:	動粘性係数	(m²/s)
ρ	:	密度	(kg/m³)

添字

l	:	平板의 길이
L	:	凝縮水
m	:	平均値
x	:	局部値
δ	:	蒸氣－液体境界面
exp	:	實驗値
th	:	理論値
v	:	蒸氣

REFERENCE

1. H. Merte, JR, "Condensation heat transfer", Advances in heat transfer, Academic Press, vol-9. 244-262 (1973)
2. J C. Y. Koh, E. M. Sparrow and J. P. Hartnett, The two phase boundary layer in laminar film condensation, Int. J. Heat and Mass trans. vol-2, 69-81 (1961)
3. H. R. Jacobs, An integral treatments of combined body force and forced convection in laminar film condensation, Int. J. Heat and Mass trans., vol-9, 637-648 (1966)
4. T. Fujii and H. Uehara, Laminar film condensation of a vertical surface, Int. J. Heat and Mass trans., vol. 15, 217-233 (1972)
5. G. Poots and R. G. Mills, Effects of variable physical properties on laminar flow condensation of saturated steam on a vertical surface, Int. J. Heat and Mass trans., vol-8, 1515-1535 (1965)
6. H. Schlichting, "Boundary layer theory 6th Ed.," McGraw Hill, 187-197 (1968)
7. J. P. Holma , "Heat transfer 3rd Ed.", McGraw Hill, 208-210 (1972)
8. W. H. McAdams, "Heat transmission 3rd Ed.," McGraw Hill, 325-347 (1954)
9. E. Kreyszig, "Advanced engineering mathematics 6th Ed.", Willey Int. Ed., 639-645 (1972)