

스펙트럼 解析

金 治 弘*

7. 情報엔트로피 -(entropy)와 스펙트럼

지금까지 random變動의 Fourier變換의 立場으로부터 確率過程의 스펙트럼을 論해왔다. 本章에서는 情報理論의 立場으로부터 스펙트럼을 取扱한다. 그것은 다음과 같은 事情에 依한다.

MEM이라고 불리우는 새로운 스펙트럼의 計算方法이 1967年 地震波解析에 關하여 John Parker Burg에 依해 提案되어 그後 여러分野로의 浸透가 急速히 擴張되어가고 있는中이다. 이 MEM(Max Entropy Method)法은 情報理論에 있어 엔트로피-의 概念下에서의 資料解析法으로서 後章에서 記述하는 스펙트럼推定法(Blackman-Turkey, FFT(Cooley-Turkey))에 比해 ①짧은 데이터로부터 스펙트럼의 推定이 可能하다. ②스펙트럼의 分解能이 極히 높다는 壓倒的인 優秀性을 갖고 있다.

이 方法은 알고리즘(algorithm)의 1部를 除外하고는 日本의 赤池弘次(1969氏가 發表한 自己回歸式에 依한 스펙트럼 推定法과 同一하며 豫測理論으로서 最近 注目을 모으고 있는 自己回歸豫測과 表裏를 이루고 있다는것도 아울러 明白하게 되었다.

MEM의 理論은 理解하기 쉬운點부터 보면 後後述하는 自己回歸式부터 들어가는 便이 훨씬 理解度가 높겠지만 順序로서 엔트로피-로부터 說明하기로 한다.

7.1 情報와 엔트로피-

엔트로피-라함은 本來 熱力學이든가 統計物理學의 分野에서 定義된 概念(어떤系에 許容되는 位相의 量 또는 狀態의 數의 殘數)으로서 無秩序 또는 不規則性의 順位든가 程度를 表示한다. 轉하여 情報理論에서는 未知(無知)의 程度를 表示하는 概念으로서 導入되었다.

어떤 事象이 A,B의 2個의 狀態를 取할 수 있다고 한다. 万若 事前에 狀態A가 일어난다는것을 알고 있

다면 即 A가 일어나는 確率은 1, B가 일어나는 確率은 0이라면 未來에 關한 不確定性은 없고 새로운 情報가 갖는 意味는 없다. 이것에 反하여 A,B가 일어나는 確率이 各各 p 및 q = 1 - p일때 確率 p를 갖는 事象A가 生起하였다하면 이것이 주어주는 情報量을

$$I_A = \log_2 \frac{1}{p} \quad (7.1)$$

라고 定義할 수 있다. 實際 事象A가 일어나는 確率이 높고 p ≈ 1이면 情報量은 0에 가깝다. 이것에 反하여 万若 A가 일어나는 確率이 낮고 p ≈ 0이면 A가 일어났다는 情報는 限 없이 커서 I_A → ∞ 라는 것이 된다.

어떤 事象이 取할수있는 狀態가 n개 있고, 各各의 狀態가 일어나는 確率을 p_j(j = 1, 2, …, n)라고 하면 이中의 하나의 事象 j가 일어났을때 주어지는 情報量은

$$I_j = \log_2 \frac{1}{p_j} \quad \text{이다.}$$

情報엔트로피-는 '1回的 試行에 依해 얻어지리라고 豫想되는 情報量의 期待值'로서 다음과 같이 定義된다 (shannon, 1948)

$$\begin{aligned} H &= E\{I_j\} \\ &= \sum_j p_j \log_2 \frac{1}{p_j} \\ &= \sum_{j=1}^n p_j \log_2 \frac{1}{p_j} \end{aligned} \quad (7.2)$$

事象이 取할 수 있는 狀態가 連續的이라고 하면 j → x, p_j → p(x)로서 情報엔트로피-는 다음과 같이 쓰여진다.

$$H = - \int p(x) \log_2 p(x) dx \quad (7.3)$$

情報엔트로피-와 熱力學엔트로피-

情報엔트로피-와 熱力學엔트로피-는 함께 系의 不規則性이든가 無秩序의 程度를 表示하는 概念이다. 이들은 類似的 性質을 갖지만 本來는 別個의 것이다. 熱

* 本学会理事 成均館大學校 理工大 副教授 技術士

力學의 엔트로피-는 增加한의 一路를 달린다. 그러나 情報엔트로피-는 感할 수 있다. 그래서 하나의 物理系에 對하여 熱力學的엔트로피-와 情報엔트로피-의 合을 생각한다. 이 物理系의 情報를 알기위해서는 系에 무엇인가의 測定器를 가져들어 갈 必要하고 이것이 系를 허터지게하고 情報엔트로피-의 感少와는 逆으로 熱力學的엔트로피-는 增加하고 系全體의 엔트로피-도 또 增加하는것이라고 생각된다.

7.2 時系列의 情報엔트로피-와 相關行列 (Teopltz 行列)

離散時系列 $x(0), x(\Delta t), x(2\Delta t), \dots, x(m\Delta t)$ 이다. 各時刻이 取할 수 있는 x 의 값 $x(k\Delta t) = x_k$ ($k = 0, 1, \dots, m$) 는 連續量이라고 하면 式 (7,3) 을 $m+1$ 次元인 경우에 擴張해서 엔트로피-를 定義할 수 있다. 지금 x_1, x_2, \dots, x_m 의 同時確率分布를 $p(x_0, x_1, \dots, x_m)$ 라 하면 엔트로피-는

$$H = -\int p(x_0, x_1, \dots, x_m) \log p(x_0, x_1, \dots, x_m) dv \quad (7,4)$$

라고 表示된다. 万若 p 가 Gauss 分布라 하면 式(7,4) 는 $H = \frac{1}{2} \log [\text{Det Cm}]$ (7,5)

가 된다고 表示된다. 여기서 行列 Cm은 x_k 의 相關부터 이루어지는 Toeplitz 行列(對角線方向으로 同一의 要素가 羅列되는 equidiagonal matrix)이다.

$$C_m = \begin{bmatrix} C(0) & C(-1) & \dots & C(-m) \\ C(1) & C(0) & \dots & C(-m+1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ C(m) & C(m-1) & \dots & C(0) \\ C(k) = E[x(i) x(i-k)] \end{bmatrix} \quad (7,6)$$

7.3 相關行列과 스펙트럼

스펙트럼과 相關은 Wiener-Khintchine 의 公式에 依해 서로 Fourie 變換의 關係에 있다. 마찬가지로 Toeplitz 行列과 스펙트럼사이에 다음의 關係가 誘導되고 있다.

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (\text{Det Cm})^{1/m+1} = 2 f_N \exp\left\{ \frac{1}{2f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \log p(f) df \right\} \quad (7,8)$$

여기서 $f_N = 1/(2\Delta t)$ 는 Nyquist 同波數라고 불린다. 여기에서 $N \rightarrow \infty$ 인 경우에 H가 發散하는것을 避하기 위해 엔트로피-密度 或은 엔트로피-率 h 를 定義한다. 이것은 式(7,5), (7,8)에 依해 式(7,9), (7,10)과 같이 쓰여진다.

$$h = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{H}{m+1} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \log [\text{Det Cm}]^{1/m+1} \quad (7,9)$$

$$h = \frac{1}{4 f_N} \int_{-f_N}^{f_N} \log p(f) df + \frac{1}{2} \log 2 f_N \quad (7,10)$$

따라서 '時系列의 엔트로피-密度 H는 그時系列의 스펙트럼의 對數를 周波數에 對하여 (Nyquist 周波數 f_N 의 節開에서) 積分한 量이다' 라는것이 誘導되었다.

7.4 MEM — 最大엔트로피-스펙트럼

스펙트럼을 計算하자면 스펙트럼과 自己相關의 關係 (Wiener-Khintchine 의 公式)

$$\int_{-f_N}^{f_N} p(f) e^{i2\pi f k \Delta t} df = d(k) \quad \text{或은} \quad p(f) = \Delta t \sum_{k=-\infty}^{\infty} C(k) e^{-2i\pi f k \Delta t} \quad (7,11)$$

를 쓴다. 여기서 $C(k)$ 는 알과 마찬가지로 自己相關이다. 그러나 우리가 取할 수 있는 測定데이터는 有限이고 따라서 式(7.11)에 있어 充分히 큰 Lag k 의 自己相關函數는 未知이다. 이 部分으로부터 가져오는 不確實性을 除去하기 위해 標準인 스펙트럼의 計算方法인 Blackman-Turkey 法에서는 後求할 豫定이지만 通信理論에 依한 Window操作을 行하고 있다.

Burg(1967)는 이 問題에 對하여 '스펙트럼의 Fourie 變換이 相關函數라는 Wiener-Khintchine의 關係의 制約下에서 엔트로피-를 增加시키지 않는 未知部分의 自己相關函數를 推定하는 것이 가장 合理的이다' 라고 提案하였다. 即 最大엔트로피-法이다.

$$\frac{h}{C(k)} = 0 \quad (k \geq m+1) \quad (7,12)$$

$$\text{或은} \quad \frac{H}{C(k)} = 0 \quad (7,12a)$$

따라서 $C(0), C(1), \dots, C(m)$ 이 알고 있는경우 새로운 $C(m+1)$ 은 式(7,5), (7,6)로부터 $\text{Det} C_{m+1}$ 을 最大가 되겠금 選定하면 된다. 이것으로부터 $C(m+1)$ 은 다음 條件으로부터 誘導된다.

$$\text{Det} \begin{bmatrix} C(1) & C(0) & \dots & C(m-1) \\ C(2) & C(1) & \dots & C(m-2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ C(m+1) & C(m) & \dots & C(1) \end{bmatrix} = 0 \quad (7,13)$$

或은 스펙트럼 $p(f)$ 에 對한 關係로 式(7.12)를 表示하면 式(7.10)부터

$$\int_{-f_N}^{f_N} \frac{e^{-i2\pi f k \Delta t}}{p(f)} df = 0 \quad (k \geq m+1) \quad (7,14)$$

여야한다. 이것은 $1/p(f)$ 가 $2m+1$ 개의 有限인 級數로 展開表示되는 것을 가르키고 있다.

$$\frac{1}{p(f)} = \sum_{k=-m}^m b_k e^{i2\pi f k \Delta t} \quad (7.15)$$

上式의 右邊은 나아가서 $(m+1)$ 개의 係數 $(r_0, r_1 \dots, r_m)$ 但 $r_0 = 1$)을 써서 다음과 같이 다시 쓸 수가 있다.

$$\frac{1}{p(f)} = (\Delta t p_m)^{-1} \left(\sum_{k=0}^m r_k e^{i2\pi f k \Delta t} \right) \left(\sum_{k=0}^m r_k^* e^{-i2\pi f k \Delta t} \right) \quad (7.16)$$

$e^{i2\pi f t} = Z$ 라고 놓으면 式(7.11), (7.16)부터

$$\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} C(k) Z^{-k} \right] \left[\sum_{k=0}^m r_k Z^k \right] = \frac{p_m}{\sum_{k=0}^m r_k^* Z^{-k}}$$

여기서 上式의 左右의 邊의 Z 의 等 項을 比較함으로써 다음의 $m+2$ 개의 方程式(Yule-Walker方程式)이 얻어진다.

$$\left. \begin{aligned} Z^0: C(0) + r_1 C(1) + r_2 C(2) + \dots + r_m C(m) &= p_m \\ Z: C(1) + r_1 C(0) + r_2 C(1) + \dots + r_m C(m-1) &= 0 \\ Z^2: C(2) + r_1 C(1) + r_2 C(0) + \dots + r_m C(m-2) &= 0 \\ &\vdots \\ Z^m: C(m) + r_1 C(m-1) + r_2 C(m-2) + \dots + r_m C(0) &= 0 \\ Z^{m+1}: C(m+1) + r_1 C(m) + r_2 C(m-1) + \dots + r_m C(1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7.17)$$

式(7.17)을 풀자면 모든 $C(k)$ 를 既知로 하는 Yule-Walker 法과 r_k, p_m 外에 $C(m)$ 도 未知數로 생각하는 Burg 法이 있다. 이 경우에는 條件을 더 하나 追加할 必要가 있다. (Burg, 1968; Anderson, 1974). Burg는 係數 r_i 를 數直 filter라고 看做하여 이것에 信號를 正 및 逆方向으로 通했을때의 出力의 平均이 最小가 되겠끔 r_i 를 決定하였다.

MEM의 特徵은 Burg의 Algorithm을 利用할 때 一層 發揮된다.

이와같이해서 係數 r_k 가 求해지면 式(7.16)으로부터 MEM스펙트럼은

$$p(f) = \frac{\Delta t p_m}{\left| \sum_{k=0}^m r_k e^{i2\pi f k \Delta t} \right|} \quad (7.18)$$

이된다. 係數 r_k 는 第10章(數直 filter)에서 明白히되는 理由로 부터 豫測誤差 filter(prediction-error filter)라고 불리운다. 또 p_m 은 豫測誤差의 分散이다.

7.5 自己回帰式 (AR - auto - regression) 과의 關係

MEM은 自己回帰式과 다음과 같은 關係에 있는 (赤池, 1969; van den Bos, 1971). 不規則變動 $x(t)$ ($x_i(t=i\Delta t)$ 라고 쓴다)가 常微分方程式

$$k_m \frac{d^m x}{dt^m} + k_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + k_0 x = n(t) \quad (7.19)$$

或은 離散表示에 依해

$$x_i = a_1 x_{i-1} + a_2 x_{i-2} + \dots + a_m x_{i-m} + n_i \quad (7.20)$$

($n(t)$: random 入力)로 表示되는 것으로 한다. 이 式은 x_i 의 豫測(\hat{x}_i)를 求하는 回帰豫測式으로서

$$\hat{x}_i = a_1 \hat{x}_{i-1} + a_2 \hat{x}_{i-2} + \dots + a_m \hat{x}_{i-m}$$

係數 $(1, -a_1, -a_2, \dots)$ 는 豫測誤差 $\epsilon_6 = x_i - \hat{x}_i$ 를 白色雜音 $\{n_i\}$ 으로 하기 위한 數直 filter라고 불 수 있다. 數直 filter의 周波數領域에서의 取扱은 §10.6에서 記述한다. (7.20)式은 再帰型的 數直 filter이다.

上式에 順次 $x_i - k$ 를 곱해서 期待値를 取하면 $E(x_i - k n_0) = 0$ 라는 것을 考慮해서

$$C(k) = a_1 C(k-1) + a_2 C(k-2) + \dots + a_m C(k-m) \quad (k=1, 2, \dots, m) \quad (7.21)$$

의 關係(Yule-Walker 方程式)가 얻어진다. $C(j) = C(-j)$ 이므로 이것은 式(7.17)과 같다(但 $a_i = -r_i$) 万若 $C(0), C(1), \dots, C(m)$ 가 附錄되면 이들의 關係로부터 自己回帰式的 係數 a_1, a_2, \dots, a_m 및 未知의 自己相關 $C(m+1)$ 은 다음의 關係로 부터 決定된다.

$$\text{Det} \begin{bmatrix} C(1) & C(0) & \dots & C(m-1) \\ C(2) & C(1) & \dots & C(m-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(m+1) & C(m) & \dots & C(1) \end{bmatrix} = 0 \quad (7.22)$$

위의 關係式(7.21), (7.22)는 바로 最大엔트로피-의 關係式(7.13)이다. 따라서 MEM에 依한 스펙트럼解析은 確率過程에 自己回帰式을 代入하는 것과 같다 事實 第10章에 表示하는 式(7.20)에 $x(n\Delta t) = \int X(f) e^{-i2\pi f n \Delta t} dt$ 를 代入해서 變形을 하면 쉽게 다음式을 얻는다.

$$p(f) = \Delta t p_m \left| 1 - \sum_{k=1}^m a_k \exp(-i2\pi f k) \right|^2 \quad (7.23)$$

이것은 MEM스펙트럼의 式(7.18)인 것이다.

7.6 Deconvolution 과의 關係

우리들이 觀測하고 있는 亂時系列 $\{x_i\}$ 를 White noise $\{n_i\}$ 에 依해 驅動되는 線型系 $h(t)$, ($H(\omega)$)부터의 出力으로 본다. 즉 入出力의 Fourier 變換을 $N(\omega)$

라고 하면 다음의 關係가 있다.

$$X(\omega) = H(\omega) N(\omega) \quad (7.24)$$

普通은 入出力의 스펙트럼 · 크로스스펙트럼의 形으로

$$S_{nx}(\omega) = S_{nn}(\omega) \quad (7.25)$$

$$S_{xx}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{nn}(\omega) \quad (7.26)$$

라고 쓰여진다. 그런데 式(7.24) 부터

$$\begin{aligned} N(\omega) &= H^{-1}(\omega) \times (\omega) \\ &= G(\omega) \times (\omega) \end{aligned} \quad (7.27)*$$

* 여기서 $G(\omega)$ 는 表 3.1의 뜻의 one-sided 스펙트럼이 아니고 인펄스 應答 $g(\tau)$ 에 對應하는 시스템 承數이다.

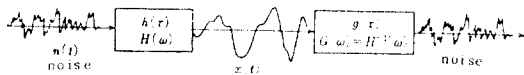


圖 7.1 noise에 의한 信號의 發生과 그 deconvolution

式(7.20)을 다시 써보면

$$n_i = x_i - a_1 x_{i-1} - a_2 x_{i-2} - \dots - a_m x_{i-m} \quad (7.28)$$

가 되고 係數列 $\{1, -a_1, -a_2, \dots, -a_m\}$ 은 바로 이 白色化시스템의 應答 承數 $g(t)$ 이다.

$$g(k\Delta t) = -a_k, \quad g(0) = 1 \quad (7.29)$$

시스템 承數 $G(\omega)$ 는 이 Fourier 變換에 依해

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \int g(t) e^{i\omega t} dt = \sum g_k e^{i\omega k \Delta t} \cdot \Delta t \\ &= 1 - a_1 e^{i\omega 2\Delta t} - a_2 e^{i\omega 2\Delta t} - \dots - a_m e^{i\omega m \Delta t} \end{aligned} \quad (7.30)$$

이다. 스펙트럼은 式(7.26)으로부터

$$\begin{aligned} S_{xx}(\omega) &= \frac{S_{nn}(\omega)}{|G(\omega)|^2} \\ &= \frac{n^2}{Z \Delta f |G(\omega)|^2} = \frac{\Delta t n^2}{|G(\omega)|^2} \end{aligned} \quad (7.31)$$

가 된다. 이것은 MEM 스펙트럼의 式(7.18)이다.

7.7 MEM과 Blackman-Tukey 法과의 比較

MEM이 다른 스펙트럼 推定法에 比하여 優勢한 點은 이 章의 처음에 言及한 것 처럼 ① 짧은 데이터로부터 스펙트럼의 計算이 可能한 것, ② 스펙트럼의 分解能이 높다는 것이다. 지금까지 널리 쓰여져 온 Blackman-Tukey 法에서는 分解能을 높이려고 하면 相關의 lag를 크게 取할 必要가 있지만 實際上 有限 길이의 데이터로부터 큰 lag에서의 相關을 計算하는 데는 制約이 있을 뿐 아니라 推定精度 즉 安定度가 나쁘다는 相反關係가 있다(따라서 Blackman-Tukey 法에서는 普通 lag는 全 데이터 길이의 10% 정도를 눈대중으로 選定

하고 있다).

例 1.

4, 64, 65, 124.5 Hz의 A개의 正弦波와 1/2 振幅의 noise를 合成한 不規則 데이터(圖 7.2)를 附餘하고 그 스펙트럼을 Blackman-Tukey 法과 Levinson 法(Y-W 法) 및 MEM에 依해 推定한 경우의 比較의 例를 表示한다(Radsoki, Fougere & Zawalick, 1975). 샘플點數는 257이다. lag 20(10%)의 B-T 法과 係數 20개인 경우의 MEM 스펙트럼의 比較를 圖 7.3(a)에 表示한다. MEM의 편이 스펙트럼이 銳利하게 分解되고 있다. 더우기 lag 60(23%) 및 100(39%)인 경우의 B-T 法과 係數 60 및 100項인 경우의 MEM을 比較한 것이 圖 7.3(b) 및 (c)이다. MEM에서는 周波數의 極히 가까운 2개의 波도 分解되어 4개의 峰으로 나누어지는데 B-T 法에서는 分解는 안되고 3개의 峰으로 되고 있다.

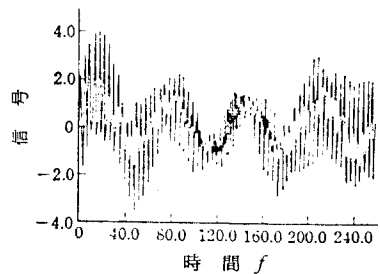


圖 7.2 合成된 電波

例 2. 다음에 正弦波에 10% 振幅의 亂數列을 檢친 것의 1部分(1周期の 100% 및 57%)을 附與하고 이 짧은 데이터로부터 從來의 Fourier 變換에 依한 方法과 Burg 法에 依한 스펙트럼을 推定한 것이 圖 7.4이다. 從來의 方法에서는 正確한 스펙트럼 推定은 不加能하지만 Burg 法에서는 明白하게 線 스펙트럼이 抽出되고 있다.

例 3. 氣溫變化와 太陽活動

既히 1801년에 英國의 天文學者 William Herschel은 氣溫과 太陽活動의 相關을 主張하고 있다. 그러나 이 關係는 지금까지의 解析法에서는 疑心없이 認定할 수 있을 程度로 明白한 것은 아니었다. 分解能이 높은 FFT 法을 適用하여도 스펙트럼의 安定度는 낮기 때문에 確定的인 結論은 얻지 못하였다. 그러나 MEM에 依한 解析結果 太陽周期の 存在는 드디어 疑心할 餘地가 없는 것이 되었다. 圖 7.5은 北美各地의 觀測所의

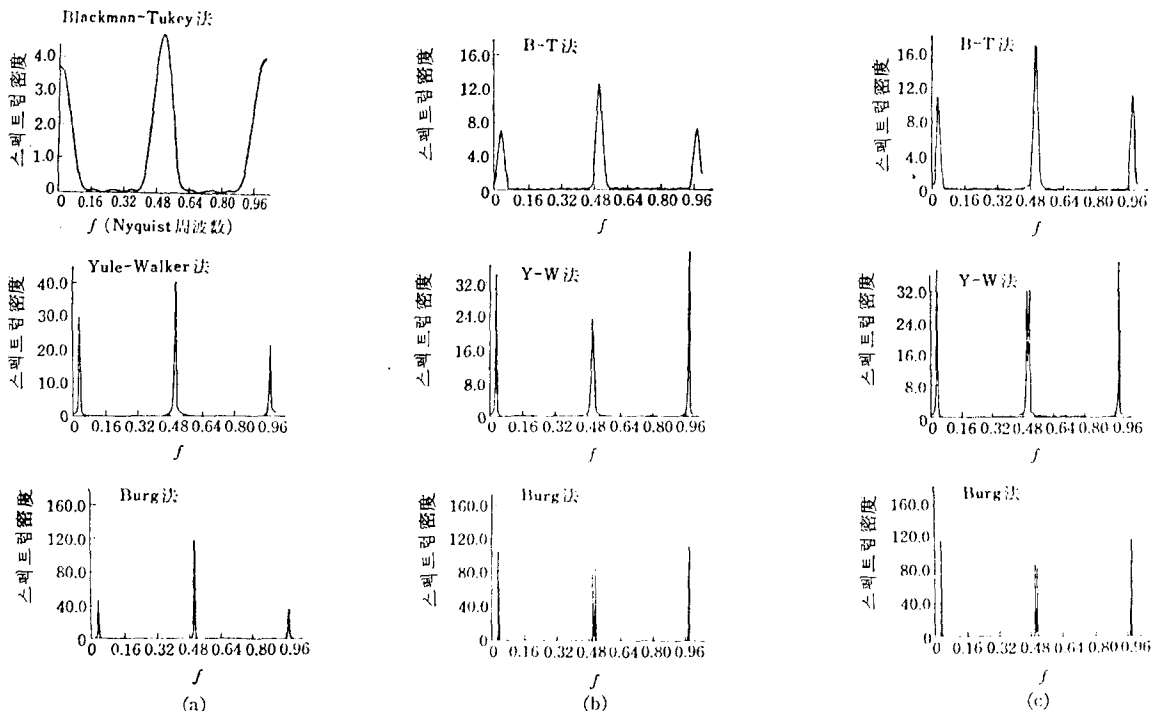


圖 7.3 各方法에 의한合成波의 스펙트럼推定の分解能의比較 렌담

(1a) 1Hz의 正弦波에 10%의 白色雜音을 混入된 波 (길이 1 sec)
 (2a) (1a)의 波의 位相을 90°로 變換
 (3a) 1Hz 正弦波에 10%의 白色雜音을 混入된 波 (길이 0.57 sec)
 (1b) 공허
 (2b) 공허
 (3b) Fourier 成分부터 計算된 스펙트럼

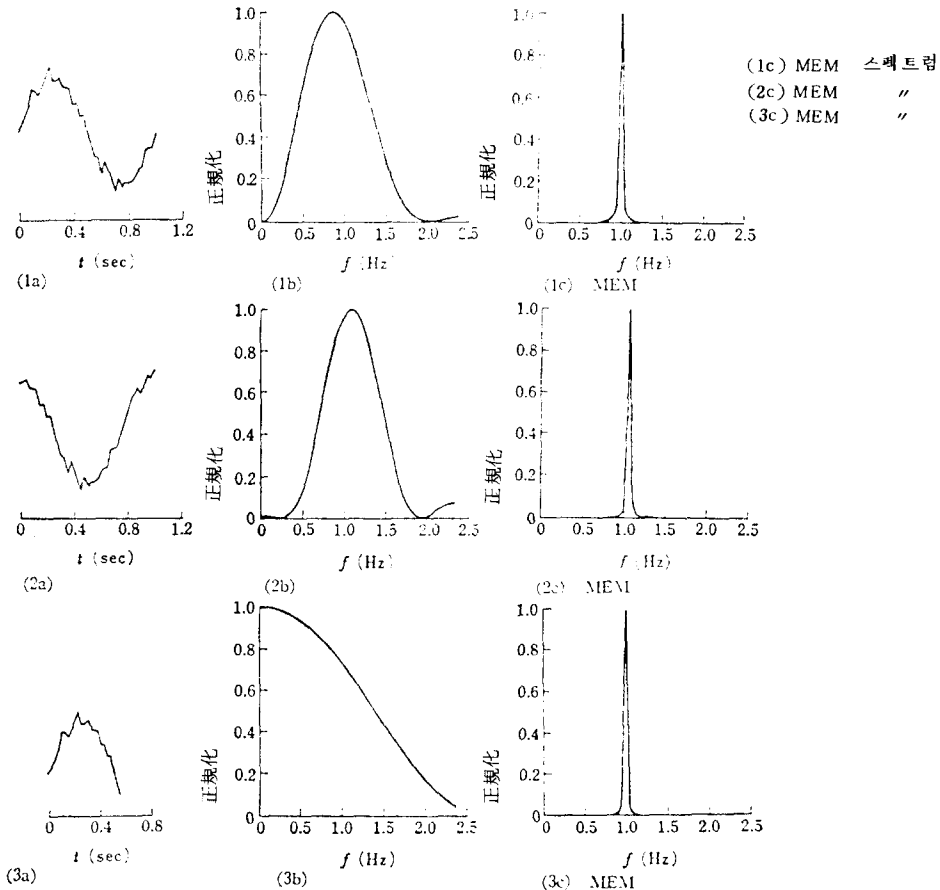


圖 7.4 짧은 렌담메이타로부터의 스펙트럼推定

19 世紀末부터 現在까지의 平均 86 年間의 年平均地上 氣溫의 變動幅스펙트럼 (temperature amplitude spectrum)이다. (平均 및 trend를 除去, filter 項

數는 $m = 29$ 와 48). 이 結果에 依하면 變動幅의 平均 均 標準偏差는 $0.26 \pm 0.07 \text{ } ^\circ\text{C}$, 周期는 10.5 ± 0.0 (cycle/year)이다.

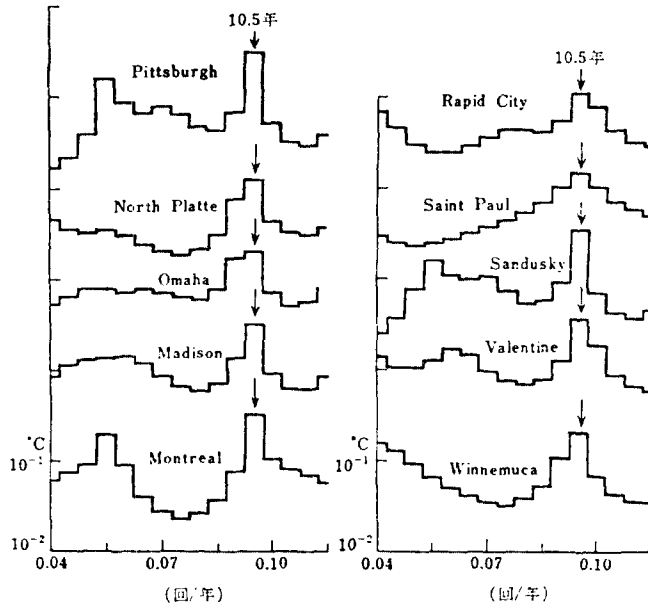


圖 7.5 北美 10 都市에 및의 年平均氣溫의 스펙트럼, 스펙트럼파크 10.5 cpy 는 거의 太陽活動의 周期와 一致한다.

< 41 페이지에서 계속 >

因하여 터널延長約 30 m가 埋물되었다. 工事を 中止 하고, 地質調査後 路線 및 工法等을 再檢討하여 頂設 導坑工法과 仮卷콘크리트工法을 兼行하여 掘進하였다.

터널 콘크리트라이닝은 79年 6月부터 始作하여 80年 2月에 完了하였다. 거푸집은 円型 Steel Form을 工場製作하여 搬入使用하였다.

接近水路 78年 9月에 始作하여 79年 6月에 完了 하였다.

取水塔은 79年 9月에 始作하여 80年 4月까지 土木工事を 完了하고, 門扇設置는 上部構造와 並行하여 80年 5月에 完了하였다.

內徑 9.0 m의 調査水槽 Shaft, 內徑 27.0 m의 펌프場 Shaft 掘착은 78年 3月에 開착을 中斷하고, 附近의 地質調査를 實施하여 pilot 坑을 利用하는 下向式工法을 仮卷콘크리트工法에 依한 開착工法으로 變更하여 當初豫定期보다 約 4個月이 遲延된 79年 8月에 掘착을 完了하였다.

콘크리트라이닝作業을 80年 3月까지 短縮施工하고,

上部構造는 同年 5月까지 完了하였다. 水壓鐵管路設置는 79年 12月까지 完了하였으며 펌프設備는 80年 6月까지 完了試運轉을 거쳐 9月에 稼働할 計劃이다.

11. 結 言

以上 大清多目的댐 建設工事に 關하여 紹介하였으나 80年 6月末湛水, 9月商業發電을 앞두고 모-든工事は 計劃目標대로 順調롭게 進行되고 있다.

其間 本事業推進을 爲하여 政府, 建設部關係官, 産業基地開發公社任職員, 忠南北道民과 水沒地區住民, 現場從事員의 指導督勵와 支援을 하여주신데 對하여 感謝를 드리는 바이다.

本 報告事項外 施工詳細에 關하여는 此後 發刊되는 工事法에 紹介될 것을 約束하고 앞으로 14.9億噸의 大貯水池를 갖는 多目的댐이 또하나 出現되면 中部地域의 電力供給, 下流地域의 洪水調節, 生工用水 및 農業用水供給等 産業發展에 貢獻있을 것을 祈願한다.