多重回歸分析에 依한 河川 月 流出量의 推計學的 推定에 關한 研究

A Study on Stochastic Estimation of Monthly Runoff by Multiple Regression Analysis

金 泰 喆*・鄭 夏 禹**
Tai Cheol Kim , Ha Woo Chung

Summary

Most hydrologic phenomena are the complex and organic products of multiple causations like climatic and hydro-geological factors. A certain significant correlation on the run-off in river basin would be expected and foreseen in advance, and the effect of each these causual and associated factors(independant variables; present-month rainfall, previous-month run-off, evapotranspiration and relative humidity etc.) upon present-month run-off(dependent variable) may be determined by multiple regression analysis. Functions between independant and dependant variables should be treated repeatedly until satisfactory and optimal combination of independant variables can be obtained. Reliability of the estimated function should be tested according to the result of statistical criterion such as analysis of variance, coefficient of determination and significance-test of regression coefficients before first estimated multiple regression model in historical sequence is determined.

But some error between observed and estimated run-off is still there. The error arises because the model used is an inadequate description of the system and because the data constituting the record represent only a sample from a population of monthly discharge observation, so that estimates of model parameter will be subject to sampling errors. Since this error which is a deviation from multiple regression plane cannot be explained by first estimated multiple regression equation, it can be considered as a random error governed by law of chance in nature. This unexplained variance by multiple regression equation can be solved by stochastic approach, that is, random error can be stochastically simulated by multiplying random normal variate to standard error of estimate. Finally hybrid model on estimation of monthly run-off in nonhistorical sequence can be determined by combining the determistic component of multiple regression equation and the stochastic component of random errors.

Monthly run-off in Naju station in Yong-San river basin is estimated by multiple regression model and hybrid model. And some comparisons between observed and estimated

* 忠南大學校 農科大學
** 서울大學校 農科大學

run-off and between multiple regression model and already-existing estimation methods such as Gajiyama formula, tank model and Thomas-Fiering model are done.

The results are as follows.

(1) The optimal function to estimate monthly run-off in historical sequence is multiple linear regression equation in overall-month unit, that is;

$$Q_n=0.788P_n+0.130Q_{n-1}-0.273E_n-0.10$$

About 85% of total variance of monthly runoff can be explained by multiple linear regression equation and its coefficient of determination (R^2) is 0.843.

This means we can estimate monthly runoff in historical sequence highly significantly with short data of observation by above mentioned equation.

(2) The optimal function to estimate monthly runoff in nonhistorical sequence is hybrid model combined with multiple linear regression equation in overall-month unit and stochastic component, that is;

$$Q_n=0.788P_n+0.130Q_{n-1}-0.273E_n-0.10+S_y\cdot t$$

The rest 15% of unexplained variance of monthly runoff can be explained by addition of stochastic process and a bit more reliable results of statistical characteristics of monthly runoff in non-historical sequence are derived. This estimated monthly runoff in non-historical sequence shows up the extraordinary value (maximum, minimum value) which is not appeared in the observed runoff as a random component.

(3) "Frequency best fit coefficient" (R_f^2) of multiple linear regression equation is 0.847 which is the same value as Gajiyama's one. This implies that multiple linear regression equation and Gajiyama formula are theoretically rather reasonable functions.

I. 緖 論

産業의 大型化와 重工業化, 文化의 發展 및 人口增加로 因한 工業用水, 生活用水, 農業用水의 急激한 需要增大는 水資源의 效率的인 利用管理의 必要性을 高潮시키고 있다. 特히 最近에는 內陸 또는 臨海工業團地의 造成 및 干拓 農耕地의 擴大를 위한 河口에서의 淡水化 計劃과 같은 水資源의 量的 質的인 管理가 時急한 問題로 대두되고 있으며 이 水資源의 量的 質的 管理의 가장 基本的인 要素의 하나가 河川의 長期 流出量이며 이의 正確한 推定은 實로 重要한 것이다.

水資源 管理는 그 目的에 따라 治水, 利水 또는 兩者 並用의 경우로 나뉘며 治水를 위한 短期流出量은 댐의 餘水吐規模, 河川堤防標高, 排水路斷面 等을 決定하기 위하여, 그리고 利水를 위한 長期流出量은 貯水池容量, 渴水期의 放流量 및 水質管理 等을 決定하기 위하여 必要하게 된다. 이 利治水를 위한 長短期 流出計劃은 對象地點에서 長期間의 觀測記錄値를 使用하는 것이 가장 合理的이지만 대개의 경우 實際로 適用할 만큼의 長期觀測記錄値를 保有하고 있지 못한 實情이므로 이 長短期 流出量을 理論 및 經驗的인 方法에 依하여 推定 또는 豫測하는 方法이 開發되고 있다.

우리나라의 水資源 利用을 위한 長期流出量 推定方法으로는 1929年에 國內 24個所의 河川에서 約 10年間(1916—1927)의 記錄을 整理 發表한 梶山氏의 受水量 公式이 主로 使用되고 있으나 朴[23,24,25,26]에 依하여 現實에 맞도록 數次 硏究 檢討되었으며, 한편 梶山公式의 各 係數를 修正하여 使用하려는 方法[33,36]이 試圖되고 있으나 아직 滿足한 結果를 얻지 못하고 있는 實情이다. 最近 1970年代에 들어서면서 農水産部·農業振興公社의 大單位 農業綜合開發事業의 推進으로 長期 流出機構 解析의 現代的인 接近이 (錦江·平澤 地區의 TAHAL-DPU 用役團에 依한 Run-off Model[37]과 榮山江 地區의 SANYU 用役團에 依한 Tank Model[34,35]等) 試圖되고 있음은 劃期的인 發展이라 할것이나, 이들 高度의 流出機構 解析의 普遍妥當化를 위하여는 多樣한 構成因子의

正確한 解析을 위한 諸般 觀測資料의 改善이 先行되야 할 것이다. 卽 水文 氣象資料를 얻기 위한 諸般 觀測裝備의 現代化, 觀測方法의 能率化, 資料의 蒐集, 處理分析, 保管 및 發刊 等 一連의 過程이 Computer Control System에 依하여 이루어져야 할 것이다. 精巧하고 複雜한 이들 流出機構를 一般化하기에는 現實的으로 우리의 水文觀測이 未備하여[2] 훌륭한 結果를 期待하기 困難한 實情이다. 어떠한 훌륭한 流出模型의 開發은 훌륭한 水文氣象資料를 前提해야 하기 때문이다.

따라서 짧은 流出量 資料의 延長(extension) 또는 無計器河川의 流出量 推定을 위하여 우리 周邊에서 쉽게 取得할 수 있는 水文 氣象資料들을 變數로 하는 多重 回歸分析에 의한 流出模型과 Stochastic Process 에 依한 推計學的 成分을 合成한 複合模型에 依한 河川 月 流出量을 推定하는 方法을 模索하는데 本 硏究의 目的이 있다. 多重回歸分析 및 推計學的 模型은 水文事象 解析에 活發히 硏究 利用되고 있으며, 우리나라 河川에 適合한 月流出量公式을 誘導하였다. 앞으로 各 水系別, 流域面積別 分析 및 一般化한 Computer program 等이 더욱 硏究努力하여야 할 課題들이다. 本 硏究를 始終 積極的으로 指導하여 주신 서울大學校 農科大學 鄭夏禹 敎授님, 朴成宇 敎授님, 高在君 敎授님과 金文基 敎授님께 깊은 感謝를 드린다.

Ⅱ. 硏究史

18世紀 後半 水理學의 發展과 더불어 出發한 近代 水文學의 流出 解析의 歷史的 發展 變遷을 時代的으로 區分 要約하면 다음과 같다.

1. 19世紀 後半(Rational Method)

19世紀 後半에 發表된[6] 河川의 最大 洪水量 推定을 위한 "Rational Method" ($Q=CiA$)와 年流出量 推定을 위한 Meyer 의 "Rainfall-Runoff Model"이 近代 流出解析의 嚆矢라 할 것이다.

2. 1930年代(Linear System)

美國 테네시江 流域開發事業(T.V.A)의 遂行 過程에서 流出解析의 급속한 發展을 이룩하였으며 Sherman에 依한 Hydrograph Method($Q_t=Q_0e^{-\alpha t}$)와 Horton에 依한 Infiltration Process$\left(f=\frac{St^{-\frac{1}{2}}}{2}+a\right)$가 그 代表的 產物이며 이들 理論을 基礎로 하여 現今에도 계속 발전되고 있다.

3. 1950年代(Statistical Period)

가. Coaxial Method[5,13]

Horton의 Infiltration Process에 統計槪念을 導入하여 先行降雨指數(API)에 따라 年中週(Calendar date), 降雨 持續時間, 降雨量 等의 因子로 부터 流出量을 圖解法으로 推定하는 Coaxial Method(1958, SCS)가 相當히 正確한 方法으로 認定받게 되었다. 이 方法은 어떤 假定된 函數에 制限받지 않고 試算에 依하여 最適合의 graph 를 作成하므로 模型合成의 精度가 높은 반면 단지 觀測된 流域(Drainage Basin Under Consideration)에서만 適用 可能한 弱點이 있다.

나. Curve Number Method[13,18]

1956年 美國 USDA SCS 에서 發表한 이 方法은 先行降雨, 土地利用狀態, 土壤被覆狀態 等에 依한 函數値인 Curve Number 로 부터 Potential Max. Retension量을 求하고, $\frac{Q}{P-I_a}=\frac{P-Q-I_a}{S}$의 關係로 부터 流出量을 推定하는 方法으로 包括的으로 作成된 Curve Number 를 適用하여 無計器 河川 流出量 推定에 利用되는 반면, 그 精度가 낮은 弱點이 있다.

다. Multiple Regression Method

1959年 P.M. Ford[12]가 美國 South Fork Boise River(Idaho State)에서 融雪(Snow-Melting)에 依한 洪水流出을 降雨量, 前期降雨量, 降雪量 等의 變數들의 多重回歸分析으로 豫測하는(Forecasting)方法을 使用하였으며, Guevara[15]는 Peru 의 太平洋沿岸 20個流域에서 流域面積, 河川延長, 河川傾斜 等의 많은 地形學的 變數들로 부터 回歸方程式을 求하여 頻度別 最大流出量 公式을 誘導하였다. 한편 Hungarian Method로 알려져 있는 多重回歸方程式[39]으로 各種 作物의 蒸發散量을 相對濕度, 平均氣温, 風速 等의 氣象因子로 求하는 方法이 利用되는 等 계속 硏究發展되고 있다.

4. 1960年代(Computer Advent)

1965年 11月 國際水文學會[7]에서 決定된 名稱인 Parametric Hydrology 와 Stochastic Hydrology 가 兩代主流를 이룬 電子計算機의 實用化 時期이다.

가. Parametric Hydrology

流出現象을 物理的인 變換 System 으로 取扱하여 分析·綜合한 後 實測値와의 檢正을 거쳐 Mathematical Model을 確立하는 方法으로, 이의 代表的 實用的 모델로는 Stanford Watershed Model[1,14](S.W.

M) Series中 Hydrocomp Simulation Program(HSP) 等이 있다.

나. Stochastic Hydrology[1,13,14,16]

水文事象의 自然의 偶然法則에 支配받는 推計學的 成分을 統計的인 處理로, 設定된 分布函數에 따라 模擬發生하여 非歷史性의 水文資料 系列을 任意로 獲得하는 方法으로서 Stationary approach(例: Box & Jenkins model), Non-stationary approach (例: Thomas-Fiering model) 等이 있다.

5. 1970年代(Hybrid model)

上記 Parametric 및 Stochastic Hydrology가 各各 獨自的인 發展을 계속하는 一角에서는 이들 相互間의 缺點을 補完하기 위한 複合模型이 開發되고 있으며 이것이 現趨勢이며[14,26] 方向이다.

Ⅲ. 基本 理論

모든 水文事象은 氣象現象과 水文地質學的인 諸般因子들의 複合的이고 有機的인 積(Product)이다. 따라서 流出量은 降雨量, 蒸發散量, 氣温, 相對濕度 等의 氣象因子와 流域土壤 性質, 流域의 排水性格 等의 地質學的 因子들과 어떤 有意的인 相關關係가 內在돼 있음을 豫見할 수 있으며 이 相關關係는 多重回歸分析에 依하여 解析할 수 있을 것이다. 即 今月의 流出量(Q_n)을 從屬變數로 하고, 今月의 降雨量(P_n), 前月의 流出量(Q_{n-1}), 蒸發散量(ET_n), 相對濕度(RH_n) 等의 誘發因子(Causual factor)를 獨立變數로 하는 多重回歸方程式을 誘導할 수 있을 것이다. 이들 變數 相互間 函數의 最適合 組合與否(Optimal Combination of dependant Variables)는 回歸係數의 有意性 檢定, 分散分析, 決定係數 等의 統計的 基準에 따라 決定한다. 이렇게 決定된 最適合組合의 多重回歸方程式으로 求한 歷史性 系列(Historical Sequence)의 推定流出量과 觀測流出量 사이에는 推定誤差가 存在하게 된다. 이 推定誤差는 流出機構를 解析하는 模型의 不適合함과 標本抽出誤差에서 起因하게 된다. 이 回歸로 부터의 偏差(Deviation from Regression)는 多重回歸方程式으로는 解析되지 않는 分散(Unexplained Variance)으로서 이를 自然現象의 偶然發生成分, 即 任意誤差(Random Error)로 取扱하여 推定值 標準誤差(Standard error of estimate)와 任意正規數(Random Normal Variate)를 積하여 이 任意誤差를 無作爲 模擬發生시킴으로서 解析 可能 할 것이다.

結局 多重回歸方程式으로 解析되는 確定論的 成分과 模擬發生된 任意誤差의 推計學的 成分을 合成하여 非歷史性系列의 河川月 流出量을 統計的으로 推定한다.

Ⅳ. 使用資料 및 研究方法

1. 使用資料

가. 流域概要

河川에서의 月 流出量을 推定하기 위한 基本理論을 榮山江 水系의 羅州地點에 適用하였다. 選定地點의 流域面積은 2,060km²이며 東徑 126°44′, 北緯 35°01′에 位置한다.

나. 氣象資料

1) 面積降雨量

面積降雨量을 求하는 方法은 一般的으로 算術平均法, Tiessen Network, Isohytal map method, Finite Element method[8]等이 있으나 本 研究에서는 榮山江 流域內 15個 雨量觀測所(Fig. 1)의 降雨資料를 Tiessen Network에 依하여 컴퓨터 處理하여 求한 "榮山江 流域開發 第二段階事業 水文調査 報告書[34](1974)"의 面積降雨量을 引用하였다.

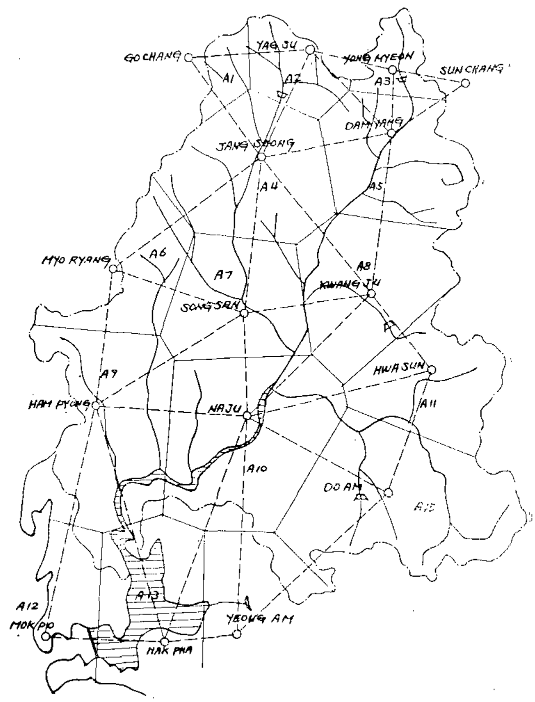


Fig. 1. Thiessen Network in Yong San River Basin

2) 其 他

計器蒸發量, 相對濕度, 氣温 等은 中央觀象臺에서 發刊하는 氣象月報[8]로 부터 蒐集하여 使用하였다.

다. 流量資料

榮山江 流域內에 13個의 流量觀測所가 있으나 大部分이 最近 設置되어 流量記錄이 짧으므로, 建設部의 主要 流量觀測地點인 羅州流量觀測所의 15年間 (1962—1976)의 記錄值[2]를 使用하였으며 資料의 一貫性을 Double-Mass curve로 檢討한 結果 良好하였다. (Fig. 2 參照)

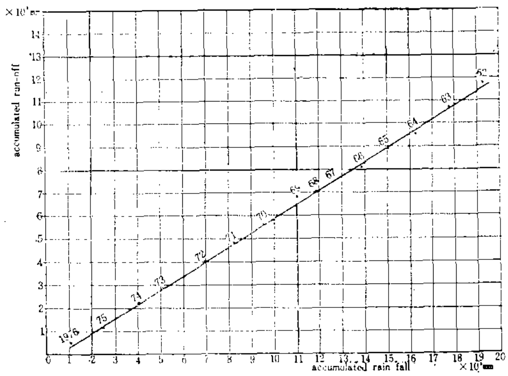


Fig. 2. Double-Mass Curve(1962—1976)

2. 研究方法

가. 確定論的 模型

多重回歸方程式은 線型에 따라 Linear Regression과 Non-Linear Regression으로 區分되며, 獨立變數들의 月別區分에 따라 每月別로 流出公式을 갖는 경우(Monthly Unit: 12個의 公式), 季節別로 流出公式을 갖는 경우(Seasonal Unit: 2~3個의 流出公式) 全月의 流出公式을 갖는 경우(Overall-Month Unit: 1個의 流出公式)로 區分지울수 있을 것이나, 本 研究에서는 公式의 簡單性을 考慮하여 季節別 및 全月의 流出公式만을 誘導 檢討하기로 한다.

이 確定論的 模型인 多重回歸方程式으로 부터 推定된 月 流出量 系列은 Historical Sequence이다.

1) 多重回歸方程式 誘導

가) 線型 回歸方程式

一般的인 물收支 基本方程式은 (Ⅳ—1)式이다.

$$Q=P-ET\pm S \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{Ⅳ}-1)$$

여기서 Q ; 流出量

P ; 降雨量

ET ; 蒸發散量

S ; 土壤水分變化量

上記 물收支 基本方程式의 變數中 P는 對象流域의 面積降雨(P_n), ET는 計器蒸發量(E_n)을 使用하고, S는 前月의 流出量(Q_{n-1})과 關係를 맺으면(Fig. 3 참조), 流出量 Q를 月 單位(Q_n)로 나타내면(Ⅳ—1)式은 다음과 같이 變形된다.

$$Q_n=b_0+b_1P_n+b_2Q_{n-1}+b_3E_n \quad \cdots\cdots\cdots (\text{Ⅳ}-2)$$

이들의 關係를 圖式化하면 Fig. 3과 같다. 上記 回歸方程式을 풀기 위하여 最小 自乘法을 適用하면 (Ⅳ—3)式이 되며,

$$S=(b_0+b_1P_{n,1}+b_2Q_{n-1,1}+b_3E_{n,1}-Q_{n,1})^2+(b_0+b_1P_{n,2}+b_2Q_{n-1,2}+b_3E_{n,2}-Q_{n,2})^2+\cdots\cdots\cdots (\text{Ⅳ}-3)$$

最小가 되는 函數는 (Ⅳ—4)式이 된다.

$$\frac{\partial S}{\partial b_0}=0, \quad \frac{\partial S}{\partial b_1}=0, \quad \frac{\partial S}{\partial b_2}=0, \quad \frac{\partial S}{\partial b_3}=0 \quad \cdots\cdots\cdots (\text{Ⅳ}-4)$$

四變數 線型回歸의 正規方程式(Normal Equation)은 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}
&\sum Q_n=b_0N+b_1\sum P_n+b_2\sum Q_{n-1}+b_3\sum E_n\\
&\sum Q_n\cdot P_n=b_0\sum P_n+b_1\sum P_n{}^2+b_2\sum P_n\cdot Q_{n-1}+b_3\sum P_n\cdot E_n\\
&\sum Q_n\cdot Q_{n-1}=b_0\sum Q_{n-1}+b_1\sum P_n\cdot Q_{n-1}+b_2\sum Q^2{}_{n-1}+b_3\sum Q_{n-1}\cdot E_n\\
&\sum Q_n\cdot E_n=b_0\sum E_n+b_1\sum P_n\cdot E_n+b_2\sum Q_{n-1}\cdot E_n+b_3\sum E^2{}_n
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (\text{Ⅳ}-5)$$

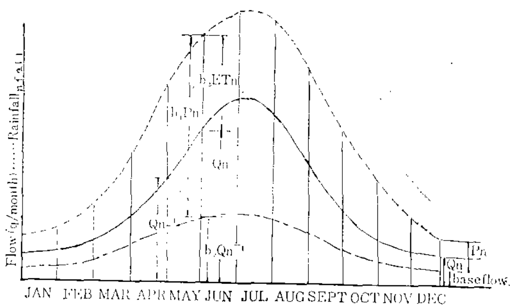


Fig. 3. Typical distribution of monthly Runoff.

(Ⅳ—5)式에 依하여 b_0, b_1, b_2……를 求하고 適合度 判定을 거쳐 多重線型回歸方程式을 決定한다.

나) 非線型 回歸方程式

線型方程式으로 滿足한 結果를 얻지 못한 경우에는 非線型方程式 Exponential, Geometric[10] 等, 變數의 變換(log, Square Root, Cubic root, Original or Combined transformation)에 따라 回歸分析하여 그 一般式은 다음과 같다.

$$Q_n=b_0 \cdot P_n^{b1} \cdot Q_{n-1}^{b2} \cdot E_n^{b3}$$

이들 變數의 變換 및 組合에 따라 수많은 方程式이 誘導될수 있으며, 變數變換의 一般的인 正規分布 또는 Skewed 分布를 살펴보면 다음과 같다.

(1) 降雨分布

Stidd[6]에 依하면 降雨量은 理論的으로 大氣의 垂直移動, 濕度 및 持續時間 等 세 因子들의 積函數이므로 Cubic root 가 正規分布한다고 發表한 바 있다.

降雨强度는 大氣의 垂直移動 및 濕度만의 積函數이므로 Square root가 正規分布한다. $\sqrt{P}$, $\sqrt[3]{P}$, log P等 transformed data 의 正規分布與否는 graphical 方法, χ^2-test, Kolmogorov-Smirnov test[17]에 依하여 判定할 수 있다.

(2) 流出分布

一般的으로 月, 年 流出量은 log-normal分布 또는 Gamma分布[18,29]하는 것으로 發表되어 있으며, 李[27,8,20]는 韓國河川에서의 流出記錄은 c-model(Skewed-log data model) 即 Gamma 分布하는 任意正規數(t_i')로 模擬發生되는 一次 Markov Model(Thomas Fiering model)이 가장 적합하다 하였다. 또한 Pearson[6,17]은 그의 Pearson's distribution series 中에서 判定基準値 K에 따라 適正分布函數를 찾는 方法을 發表하고있다. 또한 流量系列이 Gamma分布할 경우에는 流量資料의 歪曲度를 考慮하여 資料를 아래와 같이 變換하여 使用한다.

$$Q'=\frac{6}{G_1}\left[\left(\frac{G_1Q}{2}+1\right)^{\frac{1}{3}}-1\right]+\frac{G_1}{6}$$

2) 適合度 判定[9,32]

多重回歸分析에 依하여 얻어진 方程式의 適合度(Suitability)및 効率性(Reliability)은 統計的 基準에 따라 判定한다.

가) 回歸係數의 有意性 檢正

$$t=\frac{b_i}{\sigma_{bi}}$$

$$\sigma_{bi}=S_y^2 \cdot C_{11}$$

여기서 S_y : 推定值의 標準誤差

C_{11} : 變數間의 共分散(Covariance)

Test-level과 自由度에 따라 t-檢定한다.

나) 分散分析(ANOVA)

推定流出量 Y_i의 變異는 全體平方和를 Table—1 과 같이 分割하여 測定한다.

Table—1. 分 散 分 析 表

Source	Degree of freedom	S.S	M.S	F
explained by Y on $X_1, X_2 \cdots X_n$	m	$\sum(\hat{Y}_i-\bar{Y})^2$	$\frac{\sum(\hat{Y}_i-\bar{Y})^2}{m}$	$\frac{\sum(\hat{Y}_i-\bar{Y})^2 / m}{\sum(Y_i-\hat{Y}_i)^2 / (N-m-1)}$
Unexplained by Y on X_1 $X_2 \cdots X_n$	$N-m-1$	$\sum(Y_i-\hat{Y})^2$	$\frac{\sum(Y_i-\hat{Y}_i)^2}{N-m-1}$	
Total	$N-1$	$\sum(Y_i-\bar{Y})^2$		

다) 決定係數

$$R^2=\frac{\text{Explained S.S}}{\text{Total S.S}}=\frac{\sum(\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2}$$ 이며 回歸方程式으로 解析될 수 있는 分散의 程度를 나타내며 $\bar{R}$(unbiased)가 0.9 以上이면 Highly Significant, $\bar{R}$가 0.8 以下이면 Poorly Significant하다고 判斷[12]한다.

라) 推定值 標準誤差

$$S_y^2=\frac{\sum(y_i-\hat{y})^2}{N-m-1}$$

分散分析 中 Unexplained Variance의 Mean Sum of Square이다.

以上의 檢定을 거쳐 多重 回歸方程式의 適合度를 判定한다.

나. 推計學的 成分

水文事象은 持續性을 가지는 物理, 化學, 生物學的인 自然秩序에 依한 確定論的 成分과 自然의 偶然法則에 따르는 推計學的 成分으로 나뉜다.

$$Q_i=d_i+e_i$$

流量觀測値와 多重回歸方程式에 依한 推定値와의 誤差 e_i는 任意誤差(Random Error)로 取扱하여 模擬 發生하게 된다.

$$e_i=y_i-\hat{y}_i=S_y \cdot t$$

여기서 S_y : 推定值 標準誤差

t : 任意標準數

1) 推定値 標準誤差(Least Variance)

$S_y^2 = \frac{\sum(y_i - \hat{y})^2}{N-m-1}$, 即 $S_y = S_1\sqrt{1-R^2}$

分散分析 中 Unexplained Variance의 Mean Sum of Square이며 여기서 S_1은 觀測値 標準偏差를 나타내는 것이다.

2) 任意 標準數[14,15,32]

任意標準數는 標準化된 任意, 正規, 獨立으로 分布하는 平均이 0이고 分散이 1(Unit Variance)인 變數로서 이 값은 컴퓨터에서 任意 發生시키든가[14], 旣作成된 table[30,32]을 利用한다. 任意標準數를 發生하는 方法에는 Box & Müller 方法과 Central limit theorem에 依한 方法等이 있으며 그 節次는 다음과 같다.

가) Lehmer가 提唱한 Multiplicative Congruence 方法에 依하여 均等分布系列 (y_i)를 模擬發生한다.

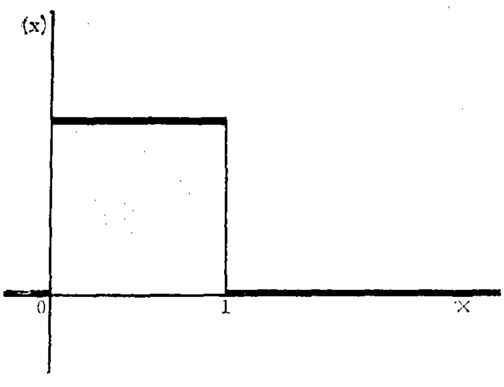
$X_i = aX_{i-1} + C$ (modulo : M)

$Y_i = \frac{X_i}{M}$ (均等分布系列)

여기서 X_i는 $aX_{i-1}+C$를 modulo M으로 나누었을 때의 나머지 數이며, a, c, X_{i-1}는 $0 \sim M-1$ 까지의 整數이다.

나)Interval(a,b)에 걸친 均等分布의 任意變數 (Uniformly distributed random variates)의 平均과 分散은 다음과 같다.

$f(X) = \frac{1}{b-a}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{when } a < x < b \\ \text{otherwise } f(x) = 0 \end{array} \right.$



$\mu_y = \int_a^b \frac{1}{b-a} \cdot y \cdot dy = \frac{a+b}{2}$

$\sigma_y^2 = \int_a^b \frac{(y-\mu_y)^2}{b-a} \cdot dy = \frac{(b-a)^2}{12}$

이때 均等分布 任意變數의 Interval을 0~1로 取하면 ($0 \leqq y_i \leqq 1$)

$\mu_y = \frac{1}{2}$

$\sigma_y^2 = \frac{1}{12}$

다) 正規分布의 경우

上記 均等分布 系列로 부터 願하는 分布로 變換하게 되며 任意正規數 t_i는 다음式으로 求한다.

$t_i = \left(\sum_{i=1}^{N} y_i - \frac{N}{2}\right) / \sqrt{N/12}$

여기서 N는 均等分布 任意變數의 數로서 Naylor에 依하면 N의 값은 最小 10 以上 많을수록 좋으나 普通은 計算上의 問題로 $N=12$를 取하는 것이 有利하다 하였다. $N=12$로 取하면

$t_i = \sum_{i=1}^{12} y_i - 6$

t_i ; Random normal variate(0, 1)

라) Gamma 分布의 경우

Gamma 分布의 경우에는 任意 正規數를 歪曲度를 考慮하여 變形 使用한다.

$t_i' = \frac{2}{G_2}\left(1 + \frac{G_2 \cdot t_i}{6} - \frac{G_2^2}{36}\right)^3 - \frac{2}{G_2}$

t_i';(0, 1)이고 Skewness가 G_2인 Random Variate

t_i ; Random normal Variate

다. 複合模型(Hybrid Model)

多重回歸分析에 依한 確定論的 模型과 任意誤差 模擬發生에 依한 推計學的 成分을 合成한 複合模型으로부터 流出量을 推定한다. 이 複合模型에 依한 推定 月 流出量系列은 非歷史性 系列이다.

$Q_n = b_0 + b_1P_n + b_2Q_{n-1} + b_3E_n + S_y \cdot t$

라. 模型의 檢定

1) 觀測値와 推定値의 比較

確定論的 模型에 依한 歷史性을 지닌 推定 流出量系列, 推計學的 成分을 合成한 複合模型의 非歷史性의 推定流出量 系列과 觀測流出量과의 月別流出量, 年別流出量 및 統計的性質(平均, 標準偏差)을 比較한다.

2) 旣往의 推定方法과의 比較

本 硏究에 依한 推定値와 旣往에 우리나라에서 適用된 바 있는 方法에 依한 推定値(Table—2참조)의

Table—2. 旣 往 의 方 法

Method	Function
Gajiyama Formula	$Q_n = \sqrt{P_n^2 + (138.6f + 10.2)^2} - 138.6f \pm E_n$
Tank Model	"榮山江 水文報告書"[34]
Thomas-Fiering Model	$Q_n = \bar{Q} + \rho(Q_{n-1} - \bar{Q}) + t_i s_i (1-\rho^2)^{1/2}$

月流出量 平均및 標準偏差를 比較한다.

V. 分析結果 및 考察

1. 確定論的 模型

가. 多重線型 回歸方程式

1) 全月單位(over-all month unit)

가) 回歸方程式 誘導

回歸係數를 決定하기 위한 一次的인 P_n, Q_{n-1}, E_n과 Q_n의 四變數 線型回歸方程式은 (IV—2)式 即, $Q_n=b_0+b_1P_n+b_2Q_{n-1}+b_3E_n$이다. 各 變數의 平方和 및 Cross product는 다음과 같다.

Table—3. 變數의 平方和 및 Cross product

	1	(Y) Q_n	(X_1) P_n	(X_2) Q_{n-1}	(X_3) E_n
Q_n	11,779	2,315,948	2,893,874	1,311,025	1,397,535
P_n	19,316		4,175,518	1,774,654	2,312,572
Q_{n-1}	11,781			2,315,282	1,432,998
E_n	18,316				2,251,359

聯立하여 各係數를 求하면(by Dolittle Solution[12]),

$b_0=-0.10$, $b_1=0.788$, $b_2=0.130$, $b_3=-0.273$

따라서 四變數 回歸方程式은 (V—1)式이 된다.

$$Q_n=0.788P_n+0.130Q_{n-1}-0.273E_n-0.10 \quad \cdots\cdots (V-1)$$

나) 適合度 判定

(1) 回歸係數의 有意性檢定

回歸係數의 標準偏差(σ_{bi})를 求하기 위하여 Covariance matrix에 依하여 C値를 求하면 Table—4와같다.

$$\sum(X_1^2)C_{11}+\sum(X_1X_2)C_{12}+\sum(X_1X_3)C_{13}=1$$

$$\sum(X_1X_2)C_{11}+\sum(X_2^2)C_{12}+\sum(X_2X_3)(C_{13}=0$$

$$\sum(X_1X_3)C_{11}+\sum(X_2X_3)C_{12}+\sum(X_3^2)C_{13}=0$$

Table—4. 回 歸 係 數 의 檢 定

Coeff.	C-Value	σ_{bi}	t	Remark
$b_1=0.788$	$C_{11}=5.76\times10^{-7}$	0.028	28.1	($>t_{0.005,176}=2.58$ Highly Significant)
$b_2=0.130$	$C_{22}=7.40\times10^{-7}$	0.032	4.1	
$b_3=0.273$	$C_{33}=11.90\times10^{-7}$	0.038	7.1	〃

(2) 分散分析

流出量과 降雨量, 前月의 流出量, 蒸發量間의 函數 $Q_n=f(P_n, Q_{n-1}, E_n)$의 分散分析은 다음 Table—5와 같다.

Table—5. 分 散 分 析 表

Source	D.F	S.S	M.S	F	Remark
Eyplained by Y on X_1, X_2, X_3	3	1,302,985	434,328	315.7	($>F_{3,176}$: 3.78) Highly Significant
Unexplained by Y on X_1, X_2, X_3	176	242,158	1,376		
Total	179	1,545,143			

(3) 決定係數

$$\text{Explained Variance}=(\hat{y}-\bar{y})^2=b_0\sum y+b_1\sum x_1y+b_2\sum x_2y+b_3\sum x_3y-\frac{(\sum y)^2}{n}$$

$$\text{Total Variance}=(y-\bar{y})^2=\sum y^2-\frac{(\sum y)^2}{n}$$

$$R^2=\frac{1,302,985}{1,545,143}=0.843,\quad R=0.918$$

(Highly Significant)

$$R^2_f=1-\frac{235,006}{1,545,143}=0.847,\quad R_f=0.920$$

(R_f ; Frequency best fit Coefficient)

(4) 推定値의 標準誤差

$$S_y=S_1\sqrt{1-R^2}=93.16\sqrt{1-0.843}=37.03$$

$$S_1=\sqrt{\frac{2,315,948}{176}-\left(\frac{11,779}{176}\right)^2}=93.16$$

以上의 統計的 基準에서 判斷할 때 多重線型 回

歸方程式(Ⅴ—1)式은 高度의 有意性이 있는 것으로 나타났으나 最適函數로 採擇하기에 앞서 더욱 近似한 函數를 模索하기 위하여 流出에 영향을 미치는 다른 獨立變數를 追加하여 相關關係를 誘導하여 보았다. 即 (Ⅳ—2)式에서 蒸發散量(ET)을 計器蒸發量(E)으로 使用한 點을 補完하기 위하여 蒸發散量은 計器蒸發量, 相對濕度, 温度, 日射量 等과 一次的인 函數關係에 있다는 點을 고려하여 이中 相對濕度를 追加하여 求한 五變數 多重線型回歸方程式은

$$Q_n=0.754P_n+0.144Q_{n-1}-0.275E_n$$
$$-0.357RH_n+29.30$$

이었으며 이의 決定係數(R^2)은 0.796으로서 四變數方程式(Ⅴ—1)式보다 有意性이 낮았다. 이는 蒸發散量과 計器蒸發量과는 一次的인 關係[7-1, 21]에 있으므로 ET_n 代身 E_n을 使用하여도 좋은 結果가 나타나는 것으로 思料된다.

2) 季節別 單位(Seasonal Unit)

流出의 季節單位를 洪水期(7~9월)과 非洪水期(10~6월)로 區分하여 같은 方法으로 求한 方程式은 다음과 같다.

區　　分	回 歸 方 程 式	R^2
洪　水　期	$Q_n=0.854P_n+0.113Q_{n-1}-0.234E_n-12.47$	0.779
非　洪　水　期	$Q_n=0.671P_n+0.155Q_{n-1}-0.436E_n+21.78$	0.810

全月單位의 方程式(Ⅴ—1)式이 더 有意性이 큰것으로 나타났으며, 이는 全月單位의 線型回歸方程式을 誘導하기 위한 各獨立變數의 資料는 約 4~5年(標本數 ; 48~60月)의 觀測結果로도 滿足할 것으로 判斷되며, 특히 우리와 같이 流出量觀測記錄이 짧은 경우에 適用하기 便利한 方法으로 思料된다.

나. 多重非線型 回歸方程式

1) 變數의 變換

가) 降雨量

原 降雨資料를 Cubic root, 對數를 取하여 χ^2—test 한 結果 正規分布하는 것으로 나타나 이들 $\sqrt[3]{P}$, 와 $\ln P$를 獨立變數로 擇하였다.

나) 流出量

Pearson series의 分布函數 分類方法에서

G_1=Skewness=1.94

G_2=Kurtois=6.10

E=Excess coeff$=G_2-3=3.10$

$$K=\frac{G_1^2(E+6)^2}{4(2E-3G_1^2)(4E-3G_1^2+12)}=-1.16$$

(Beta or Gamma distribution)

本 硏究에서는 李[27,28,29]의 硏究에 따라 Skewness를 考慮하여 資料를 變換시킨 Gamma 分布와 log-normal 分布를 적용하였다.

다) 蒸發量

計器蒸發量은 그 分布가 不確實하여 original data, log transformed data 를 使用하거나 分布가 不確實하여 除去하고 代身 다른 變數 P_{n-1}로 代置하여 回歸方程式을 模索하였다.

2) 多重非線型 回歸方程式 誘導

上記 方法에 依하여 各 獨立變數를 變換하여 組合한 結果 다음과 같은 非線型 回歸方程式을 얻었으며 그의 有意性을 檢討하였다.

Table—6. 非 線 型 回 歸 方 程 式

Function	Transformation	R^2	Remark
$Q_n=1.102P_n^{0.889}\cdot Q_{n-1}^{0.276}\cdot E_n^{-0.303}$	log transformed	0.630	poorly significant
$Q_n=0.318P_n^{1.033}\cdot Q_{n-1}\cdot 0.992^{E_n}$	log & original combined	0.672	significant
$Q_n=1.235P_n^{*}-0.516Q'_{n-1}+0.367P_{n-1}+5.3$	skewed-data transformed	0.615	poorly significant
$Q_n=0.394P_n^{0.829}Q_{n-1}^{0.253}$	log transformed	0.618	〃
$\log Q_n=0.640P_n^{*}+0.243\log Q_{n-1}-0.19$	log & cubic combined	0.698	significant

非線型 函數의 決定係數는 모두 線型函數의 R^2=0.843보다 작은 結果를 나타내므로 流出模型은 線型函數가 더 適合한 것으로 判斷된다.

以上 全月單位와 季節單位, 線型 回歸와 非線型 回歸, 四變數方程式과 五變數方程式 等에 대한 適合度 判定結果에 依하면 全月單位의 線型 四變數 回歸方程式이 가장 近似한 模型으로 判斷된다. 따라서 Historical Sequential 流出量을 推定할 경우는 (Ⅳ—2)式을 使用한다. 榮山江 羅州地點 適用 結果는 (Ⅴ—1)式이 된다. 即

$$Q_n=0.788P_n+0.130Q_{n-1}-0.274E_n-0.10.$$

回歸方程式에 依한 推定値가 負(—)의 값일 때가

있으며, 이때는 負(−)의 流出量을 使用하여 計算을 進行한 후 最終的으로는 負(−)의 값은 "0"으로 取하였다.[15]

2. 推計學的 成分

推定値 標準誤差는 Table—7과 같으며 任意 正規數(t)는 既 作成된 圖表[30,31]에서 求하였다.

Table—7.　月別 推定値 標準誤差

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Si	10.3	19.9	38.8	34.6	55.4	76.5	152.7	102.7	107.6	107.6	14.9	13.5
Sy	4.0	7.9	15.4	13.7	22.0	46.0	60.6	40.7	40.7	42.7	5.9	5.3

3. 複合模型

確定論的 模型과 推計學的 成分을 合成한 複合模型은 (V—2)式이며, 이는 非歷史性 系列의 偶然成分을 出現시킨 流出量을 推定할 경우의 公式이다.

$$Q_n=0.788P_n+0.130Q_{n-1}-0.273E_n$$
$$-0.10+S_y\cdot t \cdots\cdots\cdots\cdots (\text{V}-2)$$

回歸方程式에 水文現象의 任意誤差를 任意發生하여 合成한 形態이며, 計算結果觀測値에 內在돼 있을 異常値가 出現되어, 年 流出量의 경우 回歸方程式만으로 求한 推定値보다 標準偏差에서 多小 좋은 結果를, 平均値에서는 거의 같은 결과를 나타내었다. 水文現象의 偶然成分을 出現코저 할 경우에는 非歷史性 系列의 複合模型이 適合 할 것이다.

4. 模型의 比較 檢討

確定論的 模型과 複合模型에 依한 推定値와 觀測流出量의 月別流出量(Fig. 4) 年流出量(Fig. 5), 月平均流出量(Fig. 6) 月別 標準偏差(Fig. 7)를 比較檢討하였으며 한편 既往의 推定方法에 依한 推定値와 月平均流出量(Table—8) 月別 標準偏差(Table—9)을 比較 檢討 하였다.

月別 流出量 推定値(Fig. 4)는 7월달에는 큰 誤差를 보이고 있으나 그외의 月에서는 相當히 接近하고 있다.

年流出量의 경우에는 旱魃年(1964, 1967, 1968年)에는 약간의 變異를 보이고 그 외의 年에서는 滿足한 結果로 判斷된다.

Table—8.　月 平 均 流 出 量 (mm)

推定方法	月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	年
觀測値		15.6	24.9	33.3	54.3	64.0	59.8	218.6	126.7	119.8	33.3	19.6	15.8	785.2
本研究推定方法	Multi-linear Regression	20.0	23.2	27.5	66.2	52.2	88.6	190.3	150.0	101.6	34.3	31.2	16.5	803.1
	Hybrid Model	20.7	24.7	32.1	67.6	54.1	82.6	204.4	146.6	92.2	32.5	32.8	17.6	809.9
既往推定方法	Gajiyama. F.	18.6	21.4	32.3	73.1	56.3	84.7	218.6	149.9	109.6	32.5	30.1	17.1	844.4
	Tank Model	13.6	19.9	27.4	45.3	39.7	55.1	144.2	107.5	107.6	46.1	24.7	15.2	643.1
	Thomas-Fiering Model	17.5	24.4	46.8	56.1	64.0	88.0	240.4	136.6	95.3	27.8	24.8	20.2	841.9

Table—9.　月 別 標 準 偏 差 (mm)

推定方法	月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	年
觀測値		10.3	19.9	38.8	34.6	55.4	116.5	152.7	102.7	107.6	24.2	14.9	13.5	325.9
本研究推定方法	Multi-linear Regression	19.6	17.0	35.8	37.5	47.2	106.5	127.6	87.3	101.0	30.0	35.6	13.2	276.4
	Hybrid Model	18.1	17.3	39.9	41.7	49.2	110.9	128.2	87.2	99.0	32.3	39.1	13.9	290.2
既往推定方法	Gajiyama. F.	11.0	10.9	30.3	30.7	41.8	119.6	143.4	92.0	98.9	18.4	29.0	5.6	260.5
	Tank Model	2.8	10.8	26.5	20.2	25.1	104.4	116.3	67.5	96.0	20.1	14.8	9.5	236.2
	Thomas-Fiering Model	11.2	15.1	58.1	33.8	45.6	177.0	123.6	103.8	84.9	23.3	18.8	19.1	323.0

月平均流出量(Fig.6)의 경우에는 6, 11월에 約 30% 의 誤差를 보이나 그외의 月에서는 아주 滿足하며, 月別 標準偏差(Fig. 7)의 경우에는 1, 7, 11月에는 큰 誤差를 보이나 그외의 月에서는 거의 一致함을 알 수 있다.

年流出量 平均値및 標準差의 경우 觀測値와의 誤差가 各各 2.3~3.1% 및 10.8~15.1%로서 Table—10에서 볼수 있듯이 既往의 方法에 못지않는 좋은 結果를 나타냄을 알 수 있다.

以上의 比較 檢討結果와 같이 本硏究의 方法은 觀測値와 既往의 方法과 比較할 때 優秀한 公式으로 判斷된다.

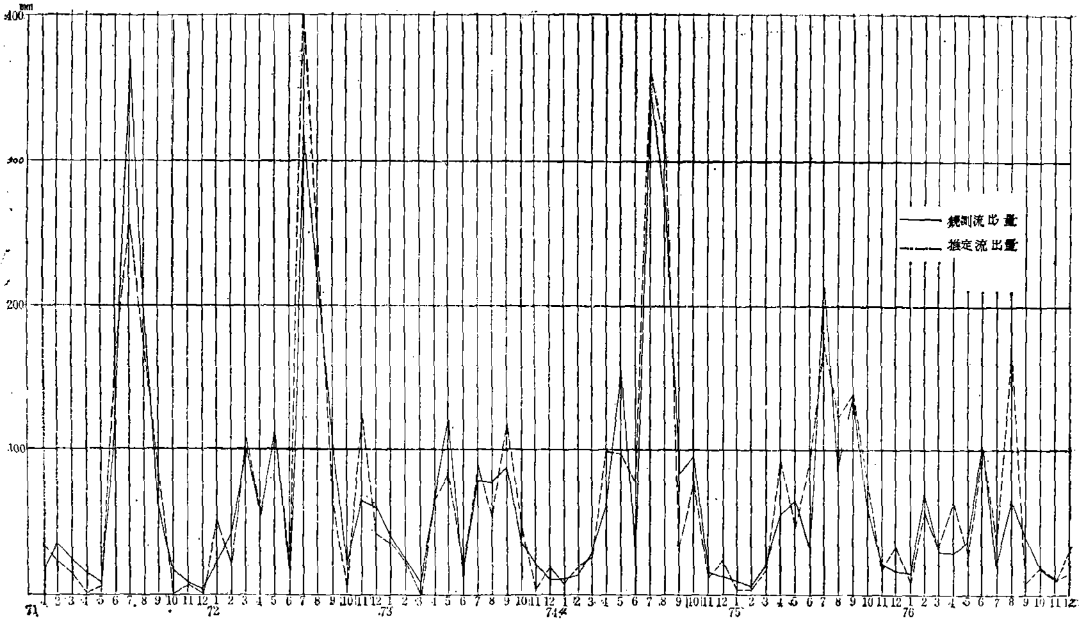


Fig. 4. Monthly run-off

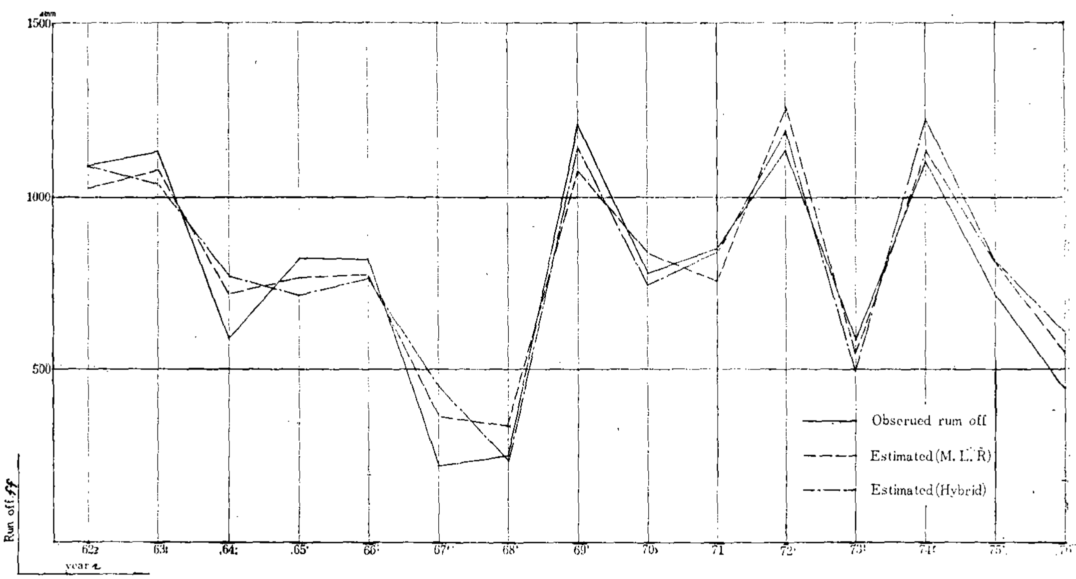


Fig. 5. Annual run-off

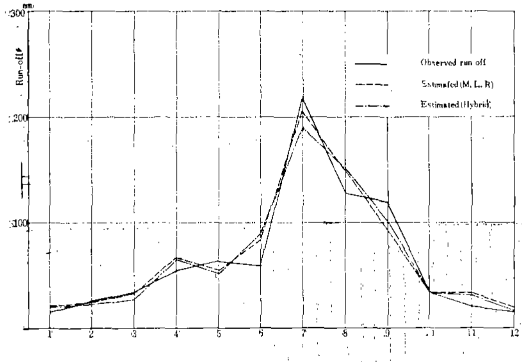


Fig. 6. Average Monthly run-off

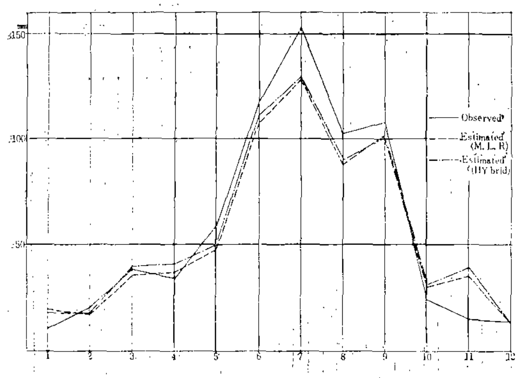


Fig. 7. Standard Deviation

Ⅵ. 結 論

Multiple Linear Regression Model에 依한 流出方程式과 이와 推計學的 成分을 合成한 Hybrid Model에 依한 月 流出量 推定方法을 榮山江 流域 羅州地點에 適用 하였던 바 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 歷史性 月流出量 系列 推定을 위한 最適合函數는 全月 單位의 四變數線型 回歸方程式이다.

$Q_n = 0.788\ P_n + 0.130\ Q_{n-1} - 0.273\ E_n - 0.10$

——Multiple Linear Regression Model에 依하여는 觀測月流出量 總分散의 約 85%까지 解析 可能하며, 이 函數의 決定係數 R^2은 0.843이다. 이는 上記 流出量公式은 各變數의 짧은 觀測資料로 부터 相當히 高度의 有意性을 가진 歷史性 月流出量系列을 推定할 수 있음을 意味한다.

2. 非歷史性 月流出量 系列 推定을 위한 推計學的 複合模型은 다음과 같다.

$Q_n = 0.788P_n + 0.130Q_{n-1} - 0.273E_n - 0.10 + S_y \cdot t$

——Multiple Linear Regression Model에 依하여 解析되지 않는 約 15%의 分散을 任意誤差로 하여, 推計學的으로 模擬發生하므로 觀測值에 內在돼 있을 異常値(最大値, 最小値)를 出現시킬 수 있음을 意味하며 長期間의 流量 觀測資料를 前提한다.

3. 適合函數判定係數($R^2{}_f$)는 0.847로서 (Gajiyama. F의 경우에도 0.847)이는 Multi-Linear Regression과 Gajiyama. F는 理論的으로 相當히 合理的인 函數임을 뜻한다.

4. 觀測値와 推定値의 年流出量 平均 및 標準偏差를 比較한 結果 Multi-Linear Regression Model과 Hybrid Model에 依한 誤差가 旣往의 推定方法에 依한 誤差보다 작게 나타났으며 Table—10과 같다.

Table—10. 各推定方法에 依한 年平均誤差 및 標準偏差

推 定 方 法	年 平 均 誤 差	標準偏差
Multi-Linear Regression	2.3%	15.1%
Hybrid Model	3.1%	10.8%
Gajiyama. Formula	7.5%	20.0%
Tank Model	18.0%	27.5%
Thomas-Fiering Model	7.2%	19.0%

參 考 文 獻

1. ASIT. K. BISWAS, "System approach to water management" Mcgraw-Hill Ltd., pp. 16—52, 1976.
2. Binnie and Partner, "Hydrological services rural infrastructure project. Final technical report", Vol. 1—Ⅳ., 1978.
3. D.P. CARR, "Simulation method in water development", F.A.O., 1974.
4. Hydrologic Engineering Center, "Monthly streamflow simulation", U.S. Army Corps of Engineering, 1971.
5. International course on land drainage. "Drainage principles and application", Wageningen, Holland, 1974.
6. Journal of Hydrology 12, "Stochastic simulation of monthly streamflow by multiple regression model utilizing precipitation data", North Holland Publishing Co., Amsterdam, pp. 285—310, pp. 363—376, 1971.
7. Journal of the Hydraulics division, "parametric Hydrology and stochastic hydrology" (Report on the committee on surface water hydrology)

A.S.C.E., No. HY6, pp.119, 1965.

7—1. Fred I. Morton, "Potential Evaporation and river basin Evaporation", A.S.C.E., 91, No. HY6, pp.67—97, 1965.

8. Journal of the Hydraulics division, "Some factors influencing required reservoir storage", A.S.C.E., 97, No. Hy, pp.977—991, 1971.

9. K.A. Yeomans, "Applied statistics", penguin education, pp.166—234, 1976.

10. Murray. R. Spiegel, "Statistics", Mcgraw-Hill International book company, New York, pp. 217—312, 1972.

11. M.J. HALL. Ph. D., "Time series analysis of mean daily riverflow", water and water engineering, pp. 125—133, 1972.

12. Perry. M. Ford, "Multiple correlation in forecasting seasonal runoff", U.S.B.R., pp.1—38, 1959.

13. Ray K. LINSLEY. JR, "Hydrology for engineers", 2nd Ed., Mcgraw-Hill Ltd., pp. 257—286, pp.374—398, 1975.

14. R.T. Clarke, "Mathematical model in Hydrology", F.A.O., pp.19—68, 1973.

15. Symposium, "The Hydrological characteristics of river basin", Tokyo, Japan, pp.217—226, p.741, 1975.

16. Vujica Yevjevich, "Stochastic processes in Hydrology" water res. publ. Fort collins, Colorado, U.S.A., pp. 395—415, pp. 483—513, 1972.

17. Vujica Yevjevich, "Probability and statistics in Hydrology", water res. publ. Fort collins, Colorado, U.S.A., pp.68—164, pp.232—276, 1972.

18. U.S.B.R., "Design of small dam", A water resources technical publication, pp. 527—544, 1977.

19. 藤原輝男, "雨量データを流量データに變換する方法", JSIDRE, pp.669～674, 1969. 1.

20. 高瀬, 丸山, "水收支法による 季別 流域 蒸發散量の推定", Trans. JSIDRE, pp.1～6, 1978. 8.

21. 中央觀象臺 研究調査部, "蒸發散量調査", MR—73—4, 1973. 12.

22. 朴成宇, "韓國에 있어서 諸水文構造物의 設計基準을 주기 위한 水文學的 研究" 韓國農工學會誌 창간號, pp.21～28, 1964.

23. 朴成宇, 우리나라에 現存하는 몇개의 水文學的 公式에 對한 批判", 農土木學會誌, Vol. 2—2, pp.19～26, 1959.

24. 朴成宇, "韓國河川의 流況에 關한 研究", 韓國農工學會誌, Vol. 5, pp.77～87, 1968.

25. 朴成宇, "流域에서의 長期流出機構에 對하여"' 韓國水文學會誌, Vol. 5—2, pp.99—102, 1972.

26. 朴成宇, "河川의 流況에 關한 水文學的 研究", 韓國農工學會誌, Vol. 16—2, pp.78～93, 1974.

27. 李舜鐸, "河川流量의 sequential generation 에 關한 研究", 韓國水文學會誌, 19—2, 1971.

28. 李舜鐸, "河川流量의 推計學的 模擬發生에 關한 研究", 韓國水文學會誌, Vol. 7—1, 1974.

29. 李舜鐸, "Simulation technique 에 依한 水資源의 變動 樣相 및 그 模擬發生 모델에 關한 研究", 韓國水文學會誌, Vol. 9—2, 1976.

30. 尹龍男, "水文學", 清文閣, 1975.

31. 崔榮博, "貯水池設計 및 操作에 關한 시스템 解析에 대하여", 韓國水文學會誌, Vol.8—2, 1975.

32. 韓相麒, "統計學", 集賢社, pp.161～175, pp. 199～208, 1976.

33. 建設部, "IHD 代表試驗流域調査(경안천, 무심천, 신천)報告書", 1974.

34. 農業振興公社, "榮山江流域開發 第Ⅱ段階事業 水文調査報告書", 1974.

35. 農業振興公社, "榮山江流域開發事業 水文調査報告書(綜合計劃 및 第一段階)" 卷Ⅲ, 1971.

36. 農業振興公社, "受水量公式補完示範事業 報告書(綜合編)", 1975.

37. 農業振興公社, "Hydrological Review", TAHAL-DPU. Consultants Engineerings, 1970.

38. 中央觀象臺, "氣象月報", 1962～1976.

39. Yakubu Och'ojila Agada, "Determination of Irrigation water requirements, using Hungarian Methodology in Shemanker River basin, Nigeria", ICID BULETIN, 1980.