技術報告

최적화 기법을 이용한 선체중앙단면의 최소중량설계

신 종 계*

Minimum Weight Design of Midship Structure Using Optimization Technique

J. G. Shin

Abstract

The ship structural design problem is formulated as a general nonlinear optimization problem with constraints. Characteristics of the general structural problems and various optimization techniques are discussed, with special emphasis on penalty function method for constrained problems.

A simple example of the solution of a midship structure design of cargo vessel, which complies with the rules of the Korean Register of Shipping is shown using SUMT-exterior method with some search methods.

1. 서 언

경제적 측면에서 선박을 건조하려는 경향은 최적화 기법의 발달로 상당한 진보가 이루어졌으며 최근 국내에서도 관심을 갖고 시도되었다 [2]. 선체구조설계를 위한 최적화 방법은 외국의 경우 구조해석용 program과 결합하여 대형 program package를 이루고 있어 실제구조 설계작업에 상당히 효용있게 사용되고 있다. HULDA(노르웨이 : Hull Design and Analysis), MAESTRO (오스트레일리아 : Method for Automated Evaluation and Structural Optimization), DESAP(미국 : Design and Static Analysis Program)등이 그 대표적인 program이다.

선체구조물은 상당히 복잡하고 제한요소가 많아 초기설계에서 수학적 문제화(mathematical formulation)하기가 어려우므로 최적화기법의 사용에 세심한 주의가 필요하다. 즉 강도, 안전성, 원가, 중량, 충격 및 진동, 건조 및 유지, 부재배치등의 요소를 어떤 순서로 설계에 고려해야 할 것인가는 경우에 따라 달라지기 때문이다.

여기서는 그 기본적 연구로서, 일반구조물의 최적설계를 위한 software개발을 목적으로 우선 최적화 기법의 이론적 배경과 기존 방법들을 검토한 후 수정, 보완하여 computer program화 하였다. 이 program을 사용하여 한국선급협회 규칙을 적용받는 선박에 대해 최소중량을 갖는 선체중앙부를 예를들어 계산하고 그 결과들을 비교하였다.

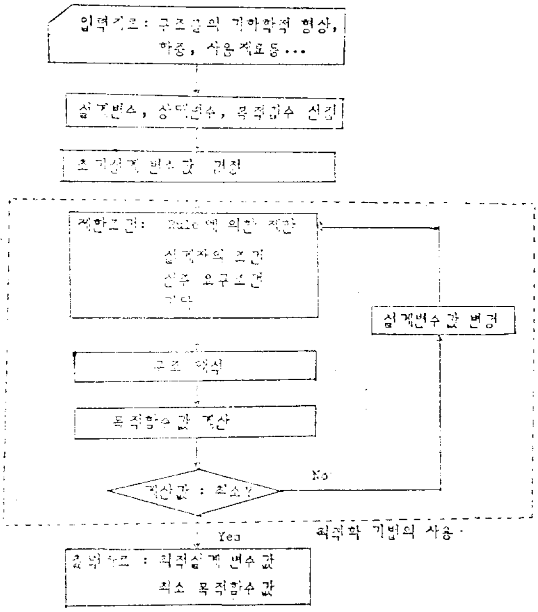
2. 최적구조설계의 formulation

일반적으로 최적구조설계는 위와같은 과정으로 진행된다. 최초의 어려움은 설계변수, 목적함수의 선정에 있다.

복잡한 형상의 구조물인 경우 실제의 거동(actual behaviour)에 맞도록 단순화(simplify)및 이상화(idealize)하여 설계변수를 무의미하게 많이 선정하지 않도록 해야 한다. 목적함수는 관심의 대상에 따라 건조비, 중량, 안전성등이 되며 설계변수의 함수로 표시될 수 있어야 한다. 일반적으로 설계변수는 부재의 치수 단면 특성치, 부재간의 간격등이 되며 상태변수는 응력변형도, 진동수 등이 선택된다. 실제과정중 가장 중

接受日字 : 1980年 11月 29日, 再接受日字 ; 1980年 12月 6日

* 正會員, 韓國船舶硏究所



요하며 어려운 부분은 구조해석과 최적화 기법의 선택이다. 구조해석의 결과는 해에 결정적 영향을 준다. 여기에는 최근에 널리 사용되는 유한요소법을 이용할 수 있는데 정확한 해석을 얻을 수 있는 반면에 computer 사용시간이 길어지는 단점이 있다. 또한 최적화 기법 역시 많은 iteration을 요구하므로 구조설계 문제에 적절한 방법을 필요로 한다.

3. 수학적 문제화

일반적으로 최적화 문제를 수학적으로 표시하면 다음과 같다.

$$\bar{x}^*=\{\bar{x}\,|\,\text{minimize } f(\bar{x}),\ g_i(\bar{x})\ \leq 0,\ h_j(\bar{x})=0\} \tag{1}$$

$i=1,\cdots\cdots,\ m$

$i=1,\cdots\cdots,\ p$

$\bar{x}$:design variable vectors

$\bar{x}^*$:optimum solution.

$f(x)$: 목적함수

$g_i(x)$: inequality constraints

$h_j(x)$: equality constrsints

또 함수가 연속이고 미분 가능, convex인 경우 다음 식을 만족하는 mulipliers $u\in R^m$ $v\in R^p$가 존재하여야 한다(여기서 R^n: n dimensional real space).

$u_i\geq 0\ (i=1,\cdots,\mathrm{m})$

$u_i\ g_i\ (\bar{x}^*)=0\ (i=1,\ \cdots\cdots,\ m)$

$\nabla L(\bar{x}^*,u,v)=0$

L: Lagrangian, $(=f(\bar{x})+u^Tg(\bar{x})+v^Th(\bar{x}))$

∇:gradient of function

이 u,v를 Lagrangian multiplier라 한다.

(2)식을 Kuhn-Tucker의 필요조건이라 한다. 동시에

$\nabla g_i(\bar{x}^*)y=0$ for $u_i>0$

$\nabla g_i(\bar{x}^*)y\leq 0$ for $g_i(\bar{x}^*)=0, u_i=0$

$\nabla h(\bar{x}^*)y=0$

를 만족하는 0이 아닌 y에 대해 다음식을 만족해야 한다.

$y^T\nabla^2L(\bar{x}^*,u,v)y>0$

이는 $\bar{x}^*$가 극소점이 되기 위한 충분조건이다.

(1)식에 나타난 함수들의 성질에 따라 표1과 같이 3가지 형태의 문제로 분류될 수 있다.

Table 1. Types of programming

Programming	functions		
	$f(\bar{x})$	$g(\bar{x})$	$h(\bar{x})$
Linear Programming(LP)	linear	linear	linear
Quadratic Programming (QP)	quadratic	linear	linear
Non-Linear Programming (NLP)	any function that is continuous and convex		

설계자가 수식화한 문제에 따라 그 해법도 달라지는데 일반적으로 구조설계 문제는 복잡한 non-linear function으로 표시되기 때문에 NLP 경우만 다루고자 한다. 그러나 문제의 처리에 따라 LP가 되기도 하는데 [4], 오히려 좋은 결과를 얻기도 한다.

4. 최적화방법

4.1 Unconstrained Optimization Problem

식(1)과 같이 표시된 문제를 푸는데는 여러가지 방법이 소개되고 있는데[5, 6] 크게 두가지로 나눌 수 있다. 해석적 방법은 variational method를 이용하는 방법으로 [7] 간단한 구조요소 즉 beam, column, plate 등의 문제에 사용된다.

수치적방법은 대형구조물과 같이 문제가 복잡하여 해석적 방법으로는 불가능한 경우에 사용되며 대형 전산기의 사용이 필수적이다. 이 방법에서도 해를 얻는 과정에서 목적함수의 gradient를 필요로 하는방법(gradient method)과 필요로 하지 않는 방법(search method)이 있다. Table 2에 그 주요 방법들이 분류되어 있다.

일반적으로 gradient method가 search method보다 효율이 좋지만 [1] 구조물이 복잡하여 문제의 formulation이 어려운 경우에 그 object function의 gradient를 구한다는 것은 쉬운일이 아니다. 따라서 선체구조 설계의 경우 특별히 단순화하지 않는한 search method가 유용할 것이다. 예로써 Norway에서는 거의 대부분의 경우 Powell's conjugate direction method를 사용하며 그 방법으로 해가 얻어지지 않는 경우를 위해 몇가지 개발하여 사용하고 있다. Table 2의 여러방법은 각각의 장단점이 있고 문제에 따라 해를 얻을 수 없는 경우도 있으므로 신중히 선택해서 사용하여야 하며 많은 경험이 요구된다.

Table 2. Various optimization techniques

Gradient method	Search method
Newton-Raphson method	Univariate search
Fletcher-Reeves conjugate gradient method	Hooke and Jeeves search
Davidon-Fletcher-Powell's variable metric method	Nelder and Mead simplex search
Steepest descent method	Rosenbrock's rotating coordinate search
	Powell's conjugate direction search
	Box's complex method

4.2 Constrained Optimization Problem

실제의 대부분 문제에서는 제한조건이 있는 데 그 경우의 문제풀이방법은 unconstrained problem의 경우와는 다르다. 이 경우 제한조건을 그대로 사용하여 문제를 푸는 방법과 penalty 개념을 도입하여 푸는 방법이 있는데 Fiacco등이 제안한 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Techniques)가 최근에 가장 널리 사용된다. 그의 기본개념은 목적함수에 penalty term을 넣어서 feasible region을 벗어나는 경우 penalty를 주어 constrained문제를 unconstrained화 하는데 있다. 일단 문제가 unconstrained화 되면 4.1에 제시한 방법을 사용하여 해를 구할 수 있다.

SUMT에는 interior, exterior, mixed method가 있는데 [3] exterior method가 간단하고 편리하여 대체로 많이 사용된다 [1, 2, 4, 8]. Zangwill은 penalty function으로 다음 두 식을 추천하고 있다 [12].

$$p(\bar{x},r_k)=F(\bar{x})-r_k\sum_{j=1}^{m}\min(g_j(\bar{x}),0) \tag{4}$$

$$p(\bar{x},r_k)=F(\bar{x})+r_k\sum_{j=1}^{m}[\min\ (g_j(\bar{x}),0)]^2 \tag{5}$$

equality constraints가 있는 경우에는 다음식을 사용한다.

$$p(\bar{x},r_k)=F(\bar{x})-r_k\sum_{j=1}^{m}ln[g_j(\bar{x})] + \frac{1}{r_k}\sum_{i=1}^{p}h_i^2(\bar{x}) \tag{6}$$

$p(\bar{x},r_k)$: penalty term이 포함된 목적함수

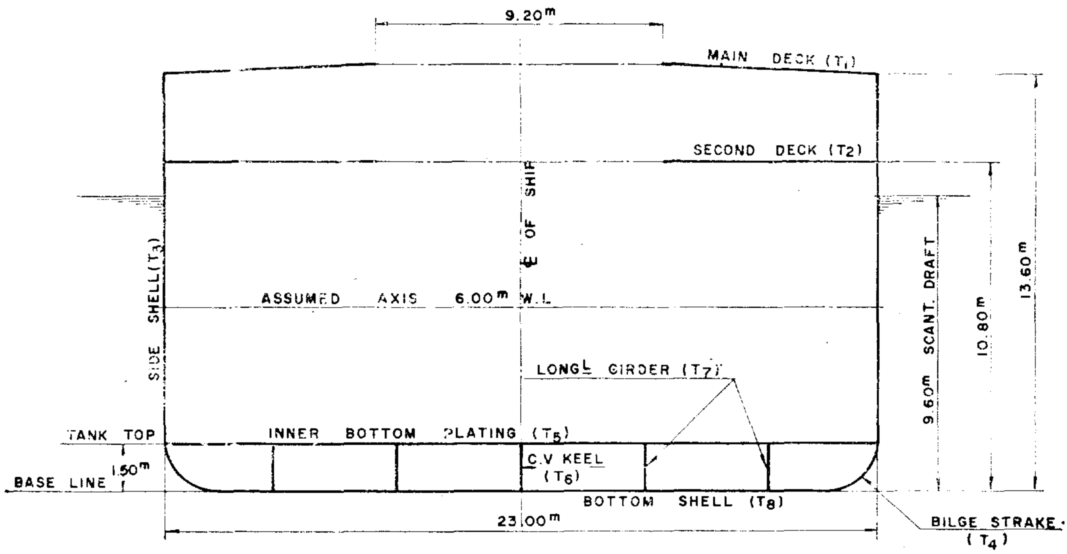


Fig. 1. Midship section of a cargo vessel

$f(\bar{x})$: 원목적함수
r_k : 임의의 상수
$g(\bar{x})$: inequality constraint functions
$h(\bar{x})$: equality constraint functions

5. 선체중앙단면의 설계

그림 1과 같은 단면을 갖는 cargo vessel [9]에 대해 주요부재치수를 최적화기법을 사용하여 최소 중량을 갖는 단면이 되도록 결정하였다.

이 배의 principal dimension은 다음과 같다.

Length	$L=171.8$m
Breadth	$B=23$m
Depth	$D=13.6$m
Draft	$d=9.6$m
Block coefficient	$C_B=0.75$
Breadth of hatch opening	$h=9.2$m

5.1 Problem Description

다음과 같은 조건하에서 문제를 수식화 하였다.

(1) Principal dimension 및 부재위치는 입력자료로 넣어준다.
(2) 종강도에 관한 응력만 고려하였으며 선체가 받는 최대 bending moment는 표준근사값 [9]을 사용하였다.
(3) 문제를 단순화하기 위하여 longitudinal stiffeners 및 brackets등 복잡한 구조물은 생략하였다.
(4) 제시된 모든 부재는 한국선급협회규칙 [10]에 적용되도록 하였다.
(5) 재료는 mild steel로 건조되는 것으로 하였다.
(6) 설계변수(design variables)는 Fig. 1에 나타난 것 같이 8개로 취하였다.

5.2 목적함수

중량, 비용등 관심 대상에 따라 취해질 수 있으나 여기서는 최소중량을 얻기 위해 단면적을 취하였다.

Object function= $f(A) = f(t_1, t_2\cdots, t_8)$

5.3 제한조건

충분한 종강도를 갖고(허용응력은 25kg/mm^2), KR-rule에 적용되는 조건으로 20개의 제한조건을 주었다. 제한조건에는 다음과 같은 내용이 포함되어 있다(자세한 내용은 KR-Rule 참조).

1. 종늑골식 구조의 선박에서 선체 횡단면 계수는 다음 2개의 산식에 의한 값중 큰것 이상으로 하여야 한다(제14장 105조).
$z_1=C_1K_1L_1^2\ B(C_b+0.7)$ (cm^3)
$z_2=65C_2\ [0.14K_2L_1^2\ BC_b\left(1+0.04\ \frac{L_1}{B}\right)+$
$+Ms]$(cm^3)
2. 중앙부에 있어서 강력갑판 이하의 외판의 두께는 다음 산식에 의한 것 이상이어야 하며 6.5mm미만이어서는 안된다(제15장 104조).
$\sqrt{L}$ (mm)
3. 선측외판의 두께는 종늑골식 구조의 경우 다음산식에 의한 것 이상이어야 한다(제15장 105조).
$4.0CS\ \sqrt{d-0.125D+0.05L}\ +2.5$(mm)
4. 이중저의 모든 구조부재의 두께는 6mm 이상이어야 한다(제 8 장 108조).

Table 3. Results from weight minimization of cargo vessel

Alternatives	Unit	N/M	H/J	R
t_1	mm	37.47	25.4	25.4
t_2	mm	10.5	25.4	25.4
t_3	mm	14.27	25.4	25.4
t_4	mm	10.58	11.1	25.4
t_5	mm	7.62	23.8	25.4
t_6	mm	20.32	20.4	25.4
t_7	mm	20.31	23.8	25.4
t_8	mm	29.93	26.98	25.4
Total area (AREA)	cm^2	9420.55	15686.3	26106.4
Moment of inertia (I)	cm^{2}m^2	656557	704674	738496
Section modulus of deck (SM_D)	cm$^2-$m	89206.2	89182.4	90175.2
Section modulus of bottom (SM_B)	cm$^2-$m	105835	124454	137419
N.A. from base line	m	6.2	5.66	5.37

```
PDS> RUN OPTIMUM
10:05:25
0.
 INPUT VALUES:   X(I)      DELTA(I)        EPS(I)

                1.000       1.0000         0.00001

                1.000       1.0000         0.00001

                1.000       1.0000         0.00001

                1.000       1.0000         0.00001

                1.000       1.0000         0.00001

                1.000       1.0000         0.00001

                1.000       1.0000         0.00001

                1.000       1.0000         0.00001


 ROSENBROCK'S SEARCH METHOD
 **************************


 OPTIMUM POINT:  X(I)        DELTA(I)          EPS(I)

            0.254000E+02    0.100000E+01      0.100000E-04

            0.254000E+02    0.100000E+01      0.100000E-04

            0.254000E+02    0.100000E+01      0.100000E-04

            0.254000E+02    0.100000E+01      0.100000E-04

            0.254000E+02    0.100000E+01      0.100000E-04

            0.254000E+02    0.100000E+01      0.100000E-04

            0.254000E+02    0.100000E+01      0.100000E-04

            0.254000E+02    0.100000E+01      0.100000E-04

 OBJECT FUNCTION VALUE AT OPTIMUM POINT = 0.261064E+05

 MOMENT OF INERTIA AT MIDSHIP =     0.738496E+06
 DECK SECTION MODULUS         =     0.901752E+05
 BOTTOM SECTION MODULUS       =     0.137419E+06
 DISTANCE FROM N.A. TO DECK   =     0.818957E+01
 DISTANCE FROM N.A. TO BOTTOM =     0.537403E+01


 NO. OF EVALUATIONS =          29

JOB16  --  STOP

10:06:14  Size: 26K  CPU: 0.27  Status: Success
```

```
PDS> RUN OPTIMUM
10:06:53
0.
 INPUT VALUES:     X(I)        DELTA(I)          EPS(I)

                   1.000        1.0000           0.00001

                   1.000        1.0000           0.00001

                   1.000        1.0000           0.00001

                   1.000        1.0000           0.00001

                   1.000        1.0000           0.00001

                   1.000        1.0000           0.00001

                   1.000        1.0000           0.00001

                   1.000        1.0000           0.00001


 NELDER AND MEAD EXTERNAL PENALTY FUNCTION OPTION
 ***************************************************



 OPTIMUM POINT:  X(I)          DELTA(I)           EPS(I)

              0.374746E+02    0.100000E+01       0.100000E-04

              0.105012E+02    0.100000E+01       0.100000E-04

              0.142757E+02    0.100000E+01       0.100000E-04

              0.105852E+02    0.100000E+01       0.100000E-04

              0.762155E+01    0.100000E+01       0.100000E-04

              0.203200E+02    0.100000E+01       0.100000E-04

              0.203179E+02    0.100000E+01       0.100000E-04

              0.299266E+02    0.100000E+01       0.100000E-04

 OBJECT FUNCTION VALUE AT OPTIMUM POINT = 0.242055E+04

 MOMENT OF INERTIA AT MIDSHIP =     0.656557E+06
 DECK SECTION MODULUS         =     0.892062E+05
 BOTTOM SECTION MODULUS       =     0.105835E+06
 DISTANCE FROM N.A. TO DECK   =     0.735998E+01
 DISTANCE FROM N.A. TO BOTTOM =     0.620361E+01


 NO. OF EVALUATIONS =        2864

JOB16  ---  STOP

10:07:58  Size: 26K  CPU: 12.45  Status: Success
```

```
RUN OPTIMUM
10:08:27
0,
 INPUT VALUES:    X(I)        DELTA(I)        EPS(I)

                  1.000        1.0000         0.00001

                  1.000        1.0000         0.00001

                  1.000        1.0000         0.00001

                  1.000        1.0000         0.00001

                  1.000        1.0000         0.00001

                  1.000        1.0000         0.00001

                  1.000        1.0000         0.00001

                  1.000        1.0000         0.00001


 HOOKE AND JEEVES EXTERNAL PENALTY FUNCTION OPTION
 **************************************************



 OPTIMUM POINT:  X(I)        DELTA(I)          EPS(I)

            0.254000E+02   0.762939E-05      0.100000E-04

            0.254000E+02   0.762939E-05      0.100000E-04

            0.254000E+02   0.762939E-05      0.100000E-04

            0.111125E+02   0.762939E-05      0.100000E-04

            0.238125E+02   0.762939E-05      0.100000E-04

            0.204445E+02   0.762939E-05      0.100000E-04

            0.238125E+02   0.762939E-05      0.100000E-04

            0.269875E+02   0.762939E-05      0.100000E-04

 OBJECT FUNCTION VALUE AT OPTIMUM POINT = 0.156863E+05

 MOMENT OF INERTIA AT MIDSHIP =    0.704674E+06
 DECK SECTION MODULUS         =    0.891824E+05
 BOTTOM SECTION MODULUS       =    0.124454E+06
 DISTANCE FROM N.A. TO DECK   =    0.790149E+01
 DISTANCE FROM N.A. TO BOTTOM =    0.566211E+01


 NO. OF EVALUATIONS =      467

JOB16  --  STOP

10:09:21  Size: 26K  CPU: 1.59  Status: Success
```

Table 4. Results compared with model ship

t_1	37.47	28.575mm
t_2	10.5	14.3mm
t_3	14.27	18.25
t_4	10.58	20.64
t_5	7.62	12.7
t_6	20.32	15.08
t_7	10.16	11.90
t_8	29.93	20.64
AREA	9420.55	10002.7cm^2
I	656557	646570.4cm^{2}m^2
SM_D	89206.2	86266.3cm^{2}m
SM_B	105835	104858.5cm^{2}m
N.A from Base	6.20	6.20m

5. 중심선 거어더(center girder)의 두께는 다음 산식에 의한 것 이상이어야 한다(제 8 장 112조).

$0.6\sqrt{L}+2.5$(mm)

5.4 최적화 방법

SUMT중 exterior method를 사용하였고, penalty function은 식 (5)로 하였다. Search method의 일종인 Nelder and Mead의 simplex search method(Linear Programming에서 말하는 Dantzig의 simplex method와는 전혀 다르다), Hooke and Jeeves 방법, Rosenbrock방법을 적용하였다.

5.5 결과 및 고찰

Table 3에 계산된 결과를 비교하였다.

Rosenbrock의 방법과 Hooke 방법은 local minimum을 얻었는데 이는 경계근처에 깊은 협곡을 형성하는 경우 진행방향을 찾지 못할때 생기는 현상으로 보여진다. 함수의 convexity가 확실하지 않는 경우에 direction search는 간혹 이런 현상을 나타내며, 이때는 local information을 이용한 iterative method가 유용하며, Table 3의 Nelder and Mead방법이 global minimum을 보여주고 있다.

이 예에서는 종강도만을 고려하였고 구조를 단순화 시켰으므로 실제 배와는 직접적인 비교를 할 수가 없으나 참고로 경향을 보고자 Table 4에 그 값을 비교하였다.

Table 3에서 보듯이 deck 및 bottom plate두께가 크게 나온 것은 같은 강재로 큰 단면계수를 갖기 위해서는 중립축에서 먼 부재의 두께를 증가시켜주는 것이 효과적이라는 경향을 보여준다. 특히 갑판두께의 큰 값은 비교적 큰 bending moment가 계산에 사용되고 또 hatch openning이 있으므로 해서 큰 응력에 견딜수 있어야 하기 때문인 것으로 고려된다.

2개의 side longitudinal girder는 동일칫수로 가정하였으므로 계산된 두께는 2배의 크기를 갖는 하나의 side longitudinal girder의 칫수가 된다. 따라서 그 값을 반으로 나누었다.

계산결과에 의하면 5.8%의 중량 감소효과를 기대할 수 있고 또 단면 계수는 deck와 bottom shell의 경우 각각 3.45%, 0.75%의 증가효과를 얻었다. 이는 선체설계시 요구되는 최소중량 및 최대 단면계수의 경향과 잘 일치된다.

6. 결 언

여기서 계산한 예는 모든 Rule 조건을 설계변수나 그들의 함수로 수식화 하였고, 구조의 단순화로 문제가 복잡해지지 않도록 하였다. 그러나 실제 설계문제는 longitudinal stiffener 및 기타 국부 구조부재가 첨가되어야 하므로 상당히 복잡하게 된다. 그 경우에는 세밀한 구조 해석이 필요하며 유한요소법 같은 정확한 해석방법을 첨가해야 한다. 앞으로 전산기 사용시간(CPU 시간)을 줄이기 위해 최적설계용 유한요소 program의 개발이 필요하게 되는데 대형구조물을 간편하게 해석할 수 있도록 Substructure method, Constraint method등의 기법과 입력자료의 자동화가 필요하며 또한 선체구조 설계를 위한 전용 최적화 program의 개발도 이루어져야 한다.

참 고 문 헌

〔1〕 Moe, J., "Design of Ship Structures by Means of Non-linear Programming Techniques", ISP, Vol. 17, No. 187, March 1970.

〔2〕 김재근, 한순흥, "선박 기본설계 과정에서 경제성 검토와 최적화기법의 응용" 대한조선학회지 제15권 제 4 호, 1978.

〔3〕 Haug, Engineering Design Handbooks, "Computer Aided Design of Mechanical System", AMCP 706-192, 1973.

〔4〕 本間康之, 岩塚由雄, 骨組構造物の最小重量設計, 日本造船學會論文集, 第143號, 1978

〔5〕 Bleightler, Phillips, Wilde, Foundations of Optimization, 2nd ed. Prentice-Hall, 1979.

[6] Parsons, M.C., "Optimization Methods for Use in Computer Aided Ship Design", 1st Ship Technology and Research Symposium, SNAME, August, 1975.

[7] Smith, D.R., Variational Methods in Optimization, Prentice-Hall, 1974.

[8] Moe, J., "Fundamentals of Optimization", Computers and Structures, Vol. 4, Pergamon Press, 1974.

[9] 임상전, 기본조선학(상), 대한교과서주식회사, 1973.

[10] 한국선급협회, 선급 및 강선규칙, 1978.

[11] Gottfried, Weisman, Introduction to Optimization Theory, Prentic-Hall, 1973.

[12] Zangwill, W.I., Nonlinear Programming A Unified Approach, Prentice-Hall, 1969.

[13] Hughes, O.F. and Mistree, F., "A Comprehensive Method for the Automated Optimization of Ship Structures", PRADS-International Symposium on Practical Design in Shipbuilding, Tokyo, Oct. 1977.