
 論 文

大韓造船學會誌
 第17卷 第2號 1980年 6月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 17, No. 2, June 1980

平面 Frame 의 最適塑性設計

任 尙 鏞* · 黃 善 禧*

Optimal Plastic Design of Planar Frames

S.J. Yim*, S.H. Hwang*

Abstract.

The optimal plastic design of framed structures has been treated as the minimum weight design while satisfying the limit equilibrium condition that the structure may not fail in any of the all possible collapse modes before the specified design ultimate load is reached.

Conventional optimum frame designs assume that a continuous spectrum of member size is available. In fact, the available sections merely consist of a finite range of discrete member sizes. Optimum frame design using discrete sections has been performed by adopting the plastic collapse theory and using the Complex Method of Box.

This study has presented an iterative approach to the optimal plastic design of plane structures that involves the performance of a series of minimum weight design where the limit equilibrium equation pertaining to the critical collapse mode is added to the constraint set for the next design. The critical collapse mode is found by the collapse load analysis that is formulated as a linear programming problem.

This area of research is currently being studied. This study would be applied and extended to design the larger and more complex framed structures.

1. 序 論

理想화된 平面 뼈대 構造物의 設計를 중내의 彈性設計의 方法을 탈피하여, 極限設計의 概念을 利用하여 限界平衡條件(limit equilibrium equation)을 制約條件으로 갖는 最小重量設計 問題로 다루었다[1][2].

흔히 最適 뼈대 構造設計(optimum frame design)는 部材크기의 선택에서 連續量을 使用하였으나 실제로 使用 가능한 部材의 斷面크기는 不連續인 有限범위로 制限된다. 따라서 不連續斷面(discrete section) 선택문제 를 고려하여 單純塑性理論을 利用한 最適 뼈대 構造設計를 Box의 complex method를 使用하여 行하였다[5][8].

設計制約條件으로 나타나는 限界平衡條件은 臨界崩

壞型式(critical collapse mode)을 찾는 崩壞荷重解析(collapse load analysis)을 線形計劃 問題로 다루어 구 하였다[3][4][13].

1-1. 設計 條件

平面 뼈대 構造物에서 最下端기둥은 基礎에 고정되어 있고, 각 部材들은 節點(joint)에서 고정되어 연결되어 있다고 생각한다. 構造設計者는 기능의 요구와 基礎設計에 따라 뼈대構造物의 層(story)의 높이, 區劃(bay)의 길이 등 幾何學的 條件을 決定한다.

따라서 이들 條件은 構造設計過程 以前에 부여되어 있다고 생각한다. 모든 荷重은 靜的荷重으로서 각 節點에 걸리는 集中荷重으로 치환하여 생각한다.

또한 設計條件을 單純하게 하기 위해 다음 假定을

接受日字 : 1980年 3月 1日

*正會員 : 서울大學校 工科大學

하였다.

1) 材料의 應力-變形度曲線은 彈性雙一次(bilinear) 曲線으로 본다. 즉 變形度硬化(strain hardening) 是 무시한다.

2) 塑性힌지(plastic hinge)의 概念이 適用된다.

3) 殘留應力은 無視한다.

4) 樑대 構造物의 모든 部材는 平面內에 있으며, 荷重도 平面內에서 作用한다.

5) 橫座屈, 橫뒤틀림座屈은 適當한 間隔, 剛性 및 強度를 갖는 조임에 의해 구속된다. 部材의 部分座屈도 拘束된다.

2. 平面 frame 設計

2-1. 塑性 設計

全體構造物의 安全性(overall safety)을 이루기 위해 極限強度를 基準으로 한 安全條件, 作用荷重下에서의 처짐의 制限, 最大應力의 要求條件을 同時에 滿足하도록 設計하여야 한다. 工學的 見地에서 볼때 어떤 設計 基準이 더 큰 重要性을 갖는가를 찾아서 反復過程에서 最優先 要素로 使用할 때 모든 必要條件을 滿足하는 合理的 設計에 빨리 收斂하게 된다. 剛體 Frame의 部材를 設計하는데 가장 合理的 設計基準은 單純 塑性理論에 따른 極限強度 基準이다.

鋼構造物의 塑性設計를 할때 滿足시켜야 할 3條件은

- 1) 平衡條件(equilibrium condition)
- 2) 崩壞機構條件(mechanism condition)
- 3) 降伏條件(yield condition)

이다[10][17]. 1), 3)의 條件을 滿足하는 設計를 假定한 後 2)의 條件을 檢討하는 kinematic approach를 擇하였다. 이 設計過程에서는 어느 可能한 崩壞機構에서나 構造物의 모우멘트가 外部荷重條件에서 平衡狀態에 있고 그 部材의 全塑性 모우멘트의 값을 넘지 못하도록 하며 目的函數를 最小化하는 '設計', 즉 Frame 各 部材의 全塑性모우멘트(fully plastic moment)의 特定한 값을 '決定' 하는 것이다.

위의 設計問題는 다음의 最小化 問題가 된다.

$$\left. \begin{aligned} \min W &= \sum_{i=1}^n M_{pi} L_i \\ \text{subject to } & \sum_{i=1}^n a_{ij} M_{pi} \geq b_j; 1 \leq j \leq m \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

M_{pi} : 部材 i 의 塑性모우멘트限界(plastic moment capacity)

a_{ij} : 塑性모우멘트限界 i 와 崩壞機構 j 에 一致하는 非彈性 回轉增加量

b_j : 崩壞機構 j 에서 일어나는 外部力

여기서 設計變數 M_{pi} 가 有窮斷面 中에서 選擇되는 異散量인 設計變數 制約條件을 고려하고, 目的函數도 選擇된 斷面의 實際 重量으로 취하면

$$\left. \begin{aligned} W &= \sum_{i=1}^n L_i \left(\sum_{k=1}^p \delta_{ik} w_{ik} \right) \\ \delta_{ik} &= 0 \text{ or } 1; 1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq p \\ \sum_{k=1}^p \delta_{ik} &= 1; 1 \leq i \leq n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

w_{ik} : 部材 i 에 對해 주어진 斷面 k 의 實際單位길이 當 重量
 p : 주어진 有窮斷面의 數

이 된다. 여기서 目的函數에 對해 實際重量을 取하되 制約條件에서는 M_{pi} 를 連續量으로 취하면, 위의 最適化 問題는

$$\left. \begin{aligned} \text{Find } \delta_{ik} &= 0 \text{ or } 1 \text{ for all } \left. \begin{aligned} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq k \leq p \end{aligned} \right\} \quad (a) \\ \text{s.t. min } W &= \sum_{i=1}^n L_i \left(\sum_{k=1}^p \delta_{ik} w_{ik} \right) \quad (b) \\ \sum_{k=1}^p \delta_{ik} &= 1; 1 \leq i \leq n \quad (c) \\ \sum_{i=1}^n a_{ij} M_{pi} &\geq b_j; 1 \leq j \leq m \quad (d) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

로 된다.

2-2. 崩壞荷重解析(collapse load analysis)[3][4]

위의 最適化問題의 制約條件(constraints)은 可能한 崩壞型式을 모두 包含하는 限界平衡條件의 全集合이 된다. 그러나 어느 하나의 設計에 모든 崩壞型式이 決定的인 것은 아니다. 따라서 制限된 數의 限界平衡條件만 생각하면 된다. 이에 따라 極限崩壞型式을 찾는 問題 以外에 몇개의 어떤 崩壞型式을 制約條件으로 취할 것인가 하는 問題가 나타난다. 여기서는 前段階의 設計 結果를 基礎로 한 '崩壞荷重解析'에 의해 구한 臨界崩壞型式(critical collapse mode)을 前段階의 限界平衡條件에 添加하여 다음 段階 設計의 制約條件을 構成한다. 初期 設計에 對한 初期 制約條件은 節點 崩壞機構(joint mechanism)를 除外한 基本 崩壞機構型式이 된다.

kinematic approach에 따르면 平衡條件과 崩壞機構條件을 滿足하는 崩壞荷重係數를 最小化하는 問題로되어 線形計劃 問題로 된다. 最小荷重係數를 갖는 崩壞機構가 發見될 때까지 다른 崩壞機構를 構成하도록 基本 崩壞機構를 線形結合하는 것이다.

崩壞가 일어날 때 平衡方程式은

$$\sum_{j=1}^m M_{pj} \beta_{ij} = \lambda_i e_i \quad 1 \leq i \leq m \quad (4)$$

M_{pj} : 臨界斷面 j 의 塑性모우멘트 限界

θ_{ij} : 基本 崩壞機構 i 의 變形中 臨界斷面 j 에서 일어나는 非彈性 回轉增加量(相對回轉)
 e_i : 基本 崩壞機構 i 의 變形中 適用 荷重에 依한 外部일
 λ_i : 基本 崩壞機構 i 의 崩壞와 一致하는 荷重係數
 最小 崩壞荷重係數 λ_c

$$\lambda_c = \frac{u}{e} = \frac{\sum_{j=1}^s M_{pj} \theta_j}{\sum_{i=1}^m t_i e_i} = \min! \quad (5)$$

u : λ_c 를 갖는 崩壞機構에서의 內部 에너지
 e : λ_c 를 갖는 崩壞機構에서의 外部일

$\theta_j = \sum_{i=1}^m t_i \theta_{ij}$; λ_c 를 갖는 崩壞機構에서, 臨界 斷面 j 에

發生되는 非彈性 回轉增加量

t_i : 基本 崩壞機構 i 가 λ_c 를 갖는 崩壞機構를 構成하는 線形結合에 어느 정도, 어떤 方法으로 包含되었는가를 決定하는 scale factor

u, e 의 값은 相對值가 重要하다. 그러므로 e 를 任意的 陽의 값으로 假定한다면, 問題는 이 값에 對한 最小의 값 U 를 찾는 問題로 歸着된다.

$$\left. \begin{aligned} \min U &= \sum_{j=1}^s M_{pj} \theta_j \\ \text{subject to } \theta_j &= \sum_{i=1}^m t_i \theta_{ij} \quad (j=1, \dots, s) \\ \sum_{i=1}^m t_i e_i &= e \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$M_{pj}, \theta_{ij}, e_i, e$ 는 既知의 量이다.

平面 構造物의 臨界斷面 j 는 2 次元方向中 1方向으로 塑性限지를 形成한다.

$$\left. \begin{aligned} \theta_j^+ &= \theta \text{ if } \theta_j \geq 0, \quad \theta_j^- = 0 \text{ if } \theta_j \geq 0 \\ \theta_j^+ &= 0 \text{ if } \theta_j < 0, \quad \theta_j^- = -\theta \text{ if } \theta_j < 0 \\ \theta_j &= \theta_j^+ - \theta_j^- \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

로 된다. 一致하는 塑性모우먼트限界(plastic moment capacity)도 M_{pj}^+ 와 M_{pj}^- 로 나누고 臨界斷面 j 에서의 塑性限지를 形成하는 內部일은

$$\left. \begin{aligned} M_{pj} \theta_j &= M_{pj}^+ \theta_j^+ \text{ if } \theta_j \geq 0 \\ &= -M_{pj}^- \theta_j^- \text{ if } \theta_j < 0 \\ M_{pj} \theta_j &= M_{pj}^+ \theta_j^+ + M_{pj}^- \theta_j^- \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

로 된다. t_i 의 값이 陰의 값이 나타나 可能性이 있다. 그러나 線形計劃 問題의 制約條件에서 變數는 모두 陰이 아니므로 다음과 같은 變換이 必要하다.

$$t_i = t_i' - t \quad (i=1, \dots, m) \quad (9)$$

變數 t_i 가 陽이 되도록 陽의 常數 t 를 任意로 크게 選擇한다. 따라서 崩壞荷重解析 問題는 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} \min U &= \sum_{j=1}^s (M_{pj}^+ \theta_j^+ + M_{pj}^- \theta_j^-) \\ \text{subject to } (\theta_j^+ + \theta_j^-) - \sum_{i=1}^m (t_i' - t) \theta_{ij} &= 0, \\ \sum_{i=1}^m (t_i' - t) e_i &= e \end{aligned} \right\} \quad (10) \quad j=1, \dots, s$$

結果에 따라 θ_j^+, θ_j^- 의 값은 崩壞機構에서 나타나는 塑性 限지의 位置, 符號, 非彈性 回轉增加量의 相對의 크기를 나타내준다. t_i' 의 값은 式(9)에 依해 t_i 의 값을 주고 이는 λ_c 의 崩壞機構를 形成하는 基本 崩壞機構의 結合을 定義해준다.

2-3. 彈塑性 解析

2-1, 2-2의 過程을 通하여 設計된 結果의 妥當性을 檢討하기 위하여 單純塑性理論에 依한 彈塑性解析을 하였다.

單純塑性理論에서는 變形度硬化와 變形모우먼트의 補償 效果를 無視한다. Wang의 原理에 따르면 彈性解

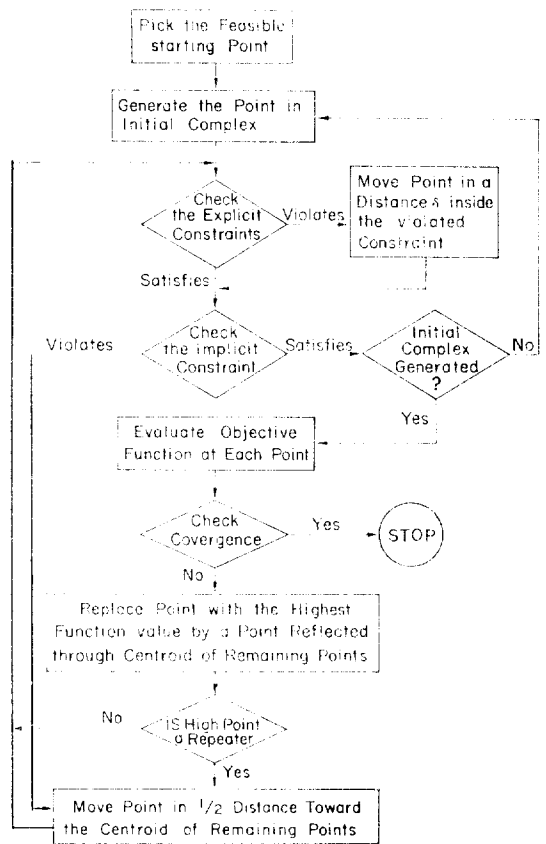


Fig. 1. Complex logic program

折 結果 最小荷重係數가 나타나는 곳에 塑性힌지가 發生되었다고 본다[9]. 따라서 이곳을 自由힌지 狀態로 하여 다시 彈性解析을 反復한다. 이 過程은 frame의 崩壞荷重에 이를때까지 繼續된다. 이 決定은 1) 大變形, 2) zero division, 3) 全塑全塑性모우먼트 超過, 4) 過小荷重 係數의 基準에 依한다.

3. 計算例 및 考察

3-1. 프로그램 構成

3-1-1. 塑性 設計

다음의 complex method에 依해 計算한다[8].

3-1-2. 反復 設計[13]

初期 設計結果를 基礎로 한 崩壞荷重解析 問題를 simplex method에 依해 求한다. 여기서 求해진 崩壞型式에 의해 새로운 制約條件을 添加하여 塑性設計過程을 反復한다.

最適設計의 收斂限界는 1) 崩壞荷重係數가 特定值를 超過하는 경우, 2) 不連續設計 變數의 特性에 따라 同一한 設計 結果가 나타나 崩壞荷重係數도 同一하게 나타나는 경우의 2基準으로 하였다.

3-1-3. 彈塑性 解析

Wang의 解析過程에 따라 彈性解析과 塑性힌지 發生에 依한 境界條件의 變化를 反復한다.

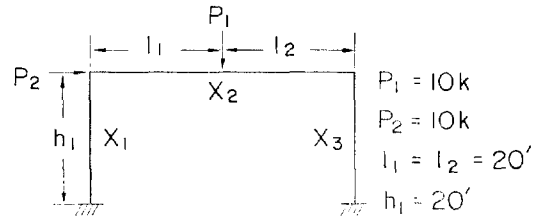


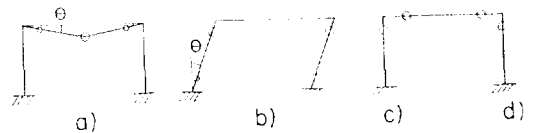
Fig. 3. Example 1; Frame geometry and service loading

Table 1. Available sections of example 1

Section	Unit weight (lb/ft)	Plastic moment capacity (kip-in)
16WF36	36	2470
12WF31	31	1700
12WF27	27	1470
10WF25	25	1150
10WF21	21	930
8WF20	20	710
8WF17	17	580
8WF15.5	15.5	420
4WF13	13	230

面은 Table 1에 주어진 斷面中에서 獨立的으로 選擇된다.

위의 임계斷面에서 非彈性 回轉增加를 單位量으로 생각하면 다음과 같이 獨立的인 基本 崩壞機構를 생각할 수 있다.



θ ; 非彈性 回轉 增加의 單位量

o ; 塑性힌지가 發生한 臨界斷面의 位置

Fig. 4. Elementary collapse mechanisms of example 1.

a)는 모崩壞機構, b)는 兩端崩壞機構, c)d)는 節點崩壞機構이다.

이들 基本崩壞機構의 線形結合의 狀態로 나타나는 崩壞機構를 다음과 같이 생각할 수 있다.

a)~l)의 崩壞機構들로부터 式(3-d)에 該當하는 制約條件이 求해진다. 여기서 設計變數 x_i 의 範圍는 Table 1에 주어진 塑性모우먼트 限界의 上限值와 下限值로 주어진다.

$$230 \leq x_i \leq 2470 \quad i=1, 2, 3 \quad (11)$$

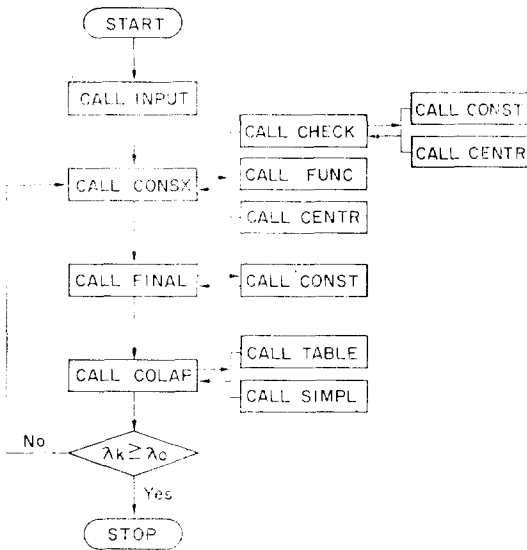


Fig. 2. Flow chart of iterative design program

3-2. 計算例

3-2-1. 一層 一區劃 frame(1-story 1-bay frame)

Fig. 3에 보인 一層一區劃 平面 frame의 三部材의 斷

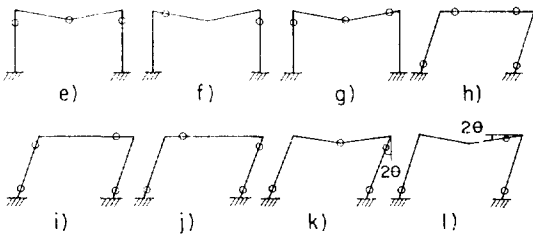


Fig. 5. Other collapse mechanisms of example 1.

따라서 이 문제는 다음의最適化 문제가 된다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } W = 20\omega_1 + 40\omega_2 + 20\omega_3 \\
 & \text{subject to } 230 \leq \chi_i \leq 2470 \quad i=1, 2, 3 \\
 & \chi_1 + \chi_3 \geq 1200 \\
 & \chi_1 + 2\chi_2 + \chi_3 \geq 2400 \\
 & 3\chi_2 + \chi_3 \geq 2400 \\
 & \chi_1 + 3\chi_2 \geq 2400 \\
 & 2\chi_1 + \chi_2 + \chi_3 \geq 2400 \\
 & \chi_1 + \chi_2 + 2\chi_3 \geq 2400 \\
 & \chi_1 + 2\chi_2 + 3\chi_3 \geq 4800 \\
 & \chi_1 + 4\chi_2 + \chi_3 \geq 4800
 \end{aligned} \tag{12}$$

이 문제에 대한設計 결과는 다음과 같다.

이는 Hodge의 결과와一致한다[10]. 위設計結果에 의해選擇된斷面으로 이루어진平面 frame에 대한彈塑性解析을 다음과 같이 하였다. 解析을 위해平面 frame의各節點과要素를 Fig. 6과 같이定義하였다. 解析結果는 다음과 같다.

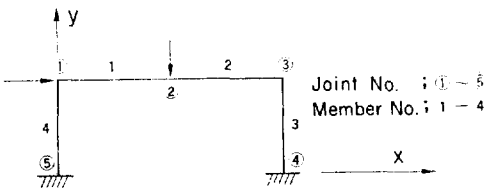


Fig. 6. Joint; Member numbering; Example 1.

Table 2. Results of example 1.

Design variables	Arbitrary initial design	Iteration 5	Iteration 10	Iteration 15	Iteration 20	Iteration 21	Iteration 25	Iteration 29
χ_1 (kip-in)	2470	930	710	580	580	420	420	420
χ_2	2470	930	930	930	930	930	930	930
χ_3	2470	930	930	930	930	930	930	930
Frame weight (lb)	2880	1680	1660	1600	1600	1570	1570	1570

Table 3. Sectional properties of members in example 1.

Member	Section	A (in ²)	I (in ⁴)
1	10WF21	6.19	106.3
2	10WF21	6.19	106.3
3	10WF21	6.19	106.3
4	8WF15.5	4.12	44.6

A: Cross sectional area
I: Moment of inertia

Table 4. Member forces in example 1

Mem-ber	Plas-tic mo-ment	Terminal applied moment				Axial force
		Jo-int	Moment	Jo-int	Moment	
1	930	1	-420.0039	2	-929.9993	-4.9211
2	930	2	929.9973	3	929.9973	-4.9203
3	930	3	-929.9998	4	-250.8881	-7.7500
4	420	1	419.9998	5	250.9983	-10.0765

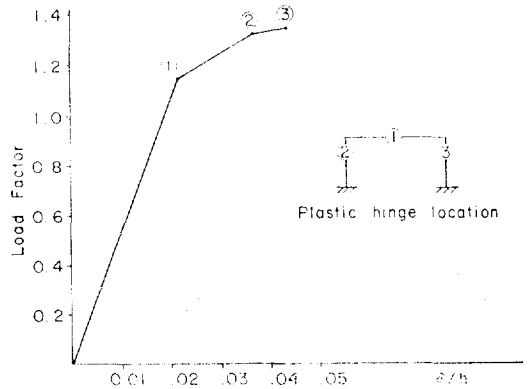


Fig. 7. Vertical deflection at the center of upper beam

위의彈塑性解析에서塑性힌지가發生하여崩壞機構를形成하는過程은 Fig. 7과 같다. 또한崩壞荷重係數와變位가變化하는過程도 함께 보였다.

Table 4에서 보는 바와 같이 塑性設計 結果에 따라 選擇된 斷面으로 이루어진 frame의 應力狀態가 그 斷面의 全塑性모우먼트와 一致하는 것을 보여주고 있다. 따라서 塑性設計된 最後 結果가 最適 設計로서 妥當하다고 생각할 수 있다.

3-2-2. 二層 一區劃 frame (2-story 1-bay frame)

A) 塑性 設計

Fig. 8에 보인 二層一區劃 frame의 各部材의 斷面은 Table 5에 주어진 斷面中에서 獨立的으로 選擇된다.

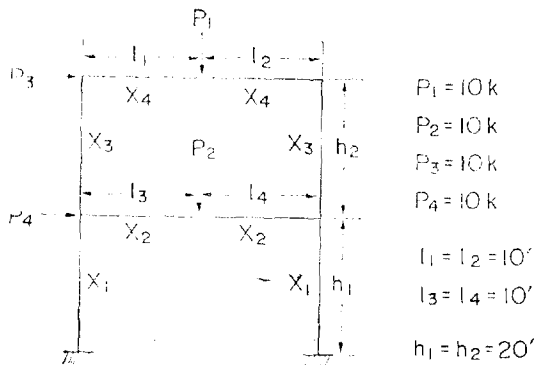


Fig. 8. Frame geometry and service loading of example 2

Table 5. Available sections of example 2.

Design variables	Section	Unit weight (lb/ft)	Plastic moment capacity (kip-in)
X ₁	16WF36	36	2470
	12WF31	31	1700
	12WF27	27	1470
	10WF25	25	1150
	10WF21	21	930
	8WF20	20	710
X ₂	16WF36	36	2470
	12WF31	31	1700
	12WF27	27	1470
	10WF25	25	1150
	10WF21	21	930
X ₃ -X ₄	10WF25	25	1150
	10WF21	21	930
	8WF20	20	710
	8WF17	17	580
	8WF15.5	15.5	420
	4WF13	13	230

다음과 같이 獨立的인 基本崩壞機構를 생각할 수 있다.

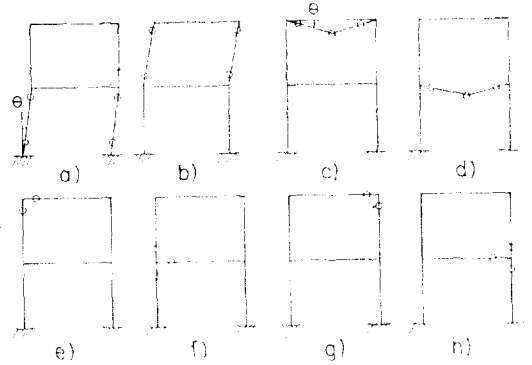


Fig. 9. Elementary collapse mechanisms of example 2

이들 基本 崩壞機構의 線形結合으로 形成되는 崩壞機構를 다음과 같이 생각할 수 있다.

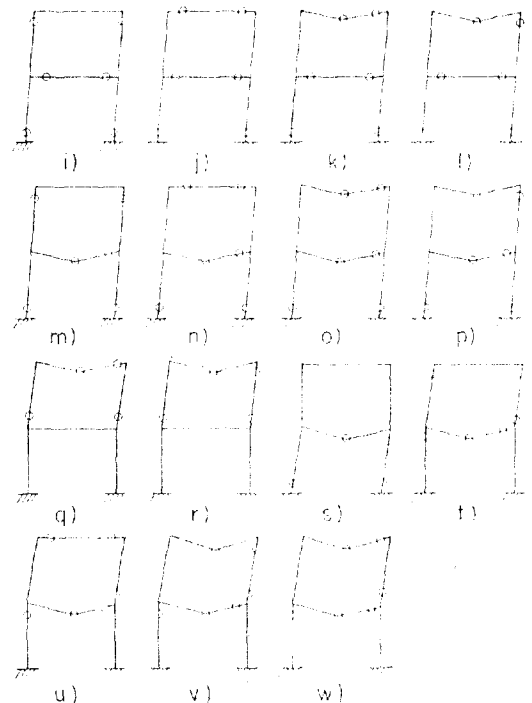


Fig. 10. Other collapse mechanisms of example 2

(a)~(w)의 崩壞機構로부터 式(3-d)에 該當하는 制約條件이 구해진다. 또 設計變數 χ_i 의 範圍는 Table 5에 주어진 塑性모우멘트限界의 上限値와 下限値로 주어진다. 따라서 위 問題는 다음의 最適化 問題가 된다

$$\begin{aligned} \min W &= 40\omega_1 + 20\omega_2 + 40\omega_3 + 20\omega_4 \\ \text{subject to } &710 \leq \chi_1 \leq 2470 \\ &930 \leq \chi_2 \leq 2470 \\ &230 \leq \chi_3 \leq 1150 \\ &230 \leq \chi_4 \leq 1150 \\ &\chi_1 \geq 1200 \\ &\chi_3 \geq 600 \\ &\chi_4 \geq 300 \\ &\chi_1 + \chi_2 + \chi_3 \geq 3600 \\ &\chi_1 + \chi_2 + \chi_4 \geq 3600 \\ &\chi_1 + \chi_2 + 2\chi_4 \geq 4200 \\ &\chi_1 + \chi_2 + \chi_3 + \chi_4 \geq 4200 \\ &\chi_1 + 2\chi_2 + \chi_3 \geq 4200 \\ &\chi_1 + 2\chi_2 + \chi_4 \geq 4200 \\ &\chi_1 + 2\chi_2 + 2\chi_4 \geq 4800 \\ &\chi_1 + 2\chi_2 + \chi_3 + \chi_4 \geq 4800 \\ &\chi_3 + 2\chi_4 \geq 1800 \\ &2\chi_3 + \chi_4 \geq 1800 \\ &3\chi_1 + 3\chi_2 + \chi_3 \geq 6000 \\ &\chi_1 + 3\chi_2 + 3\chi_3 \geq 3600 \\ &\chi_1 + 3\chi_2 + \chi_3 + 2\chi_4 \geq 3600 \\ &\chi_1 + 3\chi_2 + 3\chi_3 + 2\chi_4 \geq 4800 \\ &\chi_1 + 3\chi_2 + \chi_3 + 4\chi_4 \geq 4800 \end{aligned} \quad (13)$$

이 問題에 對한 設計 結果는 다음과 같다.

Table 6. Results of plastic design in example 2

Design variables	Arbitrary initial design	Iteration 2	Iteration 5	Iteration 10	Iteration 12
χ_1 (kip-in)	1470	1470	1470	1470	1470
χ_2	1700	1470	1470	1470	1470
χ_3	930	710	710	710	710
χ_4	930	710	710	710	710
Frame weight (lb)	2960	2820	2820	2820	2820

iteration 2에서 最適 設計値가 나타나고 iteration 12에서 收歛限界를 滿足하고 計算이 끝났다. 조속히 最適値가 나타나는 것은 初期設計가 最適値에 接近된 값이었기 때문이다.

B) 反復設計

臨界 崩壞機構에 對한 限界 平衡條件을 添加하여 塑

性設計 過程을 反復한다. 그 結果는 다음과 같다.

Table 7. Results of iterative design in example 2.

Design variables	Arbitrary initial Design	Iterative design		
		1st design	(1)	(2)
χ_1	2470	1470	1470	1470
χ_2	2470	1470	1470	1470
χ_3	1150	930	710	710
χ_4	1150	930	710	710
Frame weight	3660	2880	2820	2820

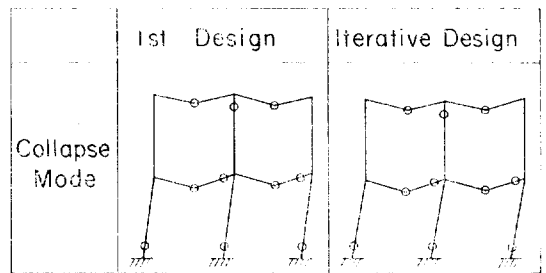


Fig. 11. Critical collapse mode; example 2

C) 彈塑性 解析

解析을 위해 앞의 設計 結果에 依해 選擇된 斷面으로 이루어진 平面 frame의 節點과 要素를 다음과 같이 定義하였다.

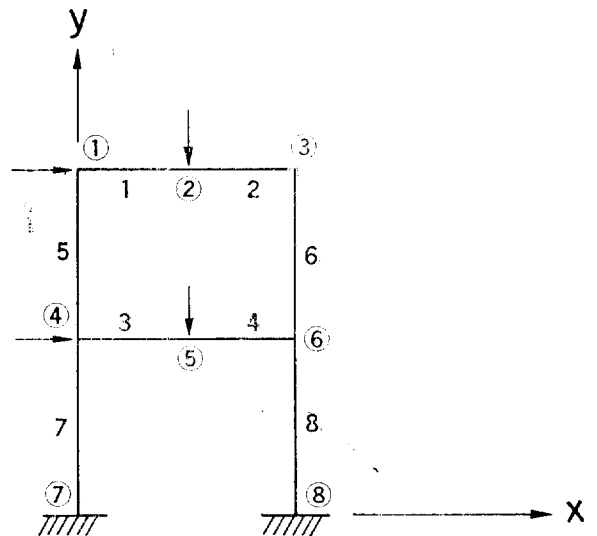


Fig. 12. Joint; Member numbering; example 2

Table 8. Sectional properties of members in example 2

Member	Section	A (in ²)	I (in ⁴)
1	8WF20	5.88	69.2
2	8WF20	5.88	69.2
3	10WF25	7.35	133.2
4	10WF25	7.35	133.2
5	8WF20	5.88	69.2
6	8WF20	5.88	69.2
7	10WF25	7.35	133.2
8	10WF25	7.35	133.2

A: Cross sectional area

I: Moment of inertia

塑性힌지가 발생하여 崩壞機構가 形成되는 過程과 崩壞荷重係數와 變位の 變化를 Fig. 13에 보였다.

Table 9에서 보는 바와 같이 反復設計 結果 選擇된 塑性모우먼트를 超過하지 않는다. 따라서 最適 設計로 서 妥當하다고 생각된다.

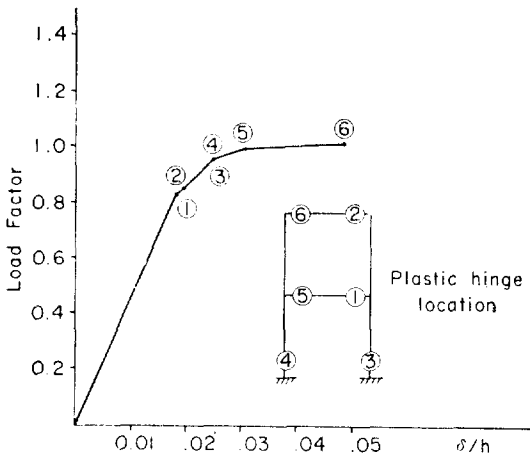


Fig. 13. Horizontal movement of upper beam

Table 9. Member forces (unit; kips-in)

Member	Plastic moment	Terminal applied moment				Axial force
		Joint	Moment	Joint	Moment	
1	710	1	709.9998	2	-609.0999	-5.0825
2	710	2	609.1023	3	709.9998	-5.0330
3	1470	4	1470.0	5	-609.1111	-5.0705
4	1470	5	609.1104	6	1470.0	-5.0532
5	710	1	-709.9902	4	-506.2261	0.8411
6	710	3	-709.9939	6	-506.5195	-10.9924
7	1470	4	-963.7717	7	-1470.0	8.014E
8	1470	6	-963.4717	8	-1470.0	-28.3183

3-2-3. 二層二區劃 frame (2-story 2-Bay frame)

Fig. 14의 二層二區劃 frame의 各部件의 斷面은 Table 10에 주어진 斷面 中에서 獨立的으로 選擇된다.

Table 10. Available sections of example 3.

Design variables	Plastic modulus of sections (in ³)	Unit weight (lb/ft)	Plastic moment Capacity (kip-in)
χ_1	90.6	72	2763.3
	75.0	60	2281.5
	60.3	49	1839.2
	49.0	48	1494.5
χ_2	82.0	45	2501.0
	72.7	40	2217.4
	63.8	36	1945.9
	54.5	34	1662.2
χ_3	34.7	35	1058.4
	30.4	31	927.2
	18.9	25	576.4
	15.1	20	460.6
χ_4	38.0	27	1159.0
	29.6	25	902.8
	24.1	21	735.0
	19.1	20	582.6

Yield point; 30,500 psi

臨界斷面에서 非彈性 回轉 增加를 單位量으로 하여 다음의 基本 崩壞機構를 생각할 수 있다.

이 問題에 對해서는 基本 崩壞機構의 線形 結合에 依해 崩壞機構를 豫想하는 것이 상당히 複雜하므로 反復設計만을 行하였다.

이 結果 設計變數의 異散量的 特性에 依해 새로운 制約條件이 添加되도, 發展된 設計를 하지 못하고, 一回의 反復設計로 最終 設計를 하였다. 다른 崩壞機構

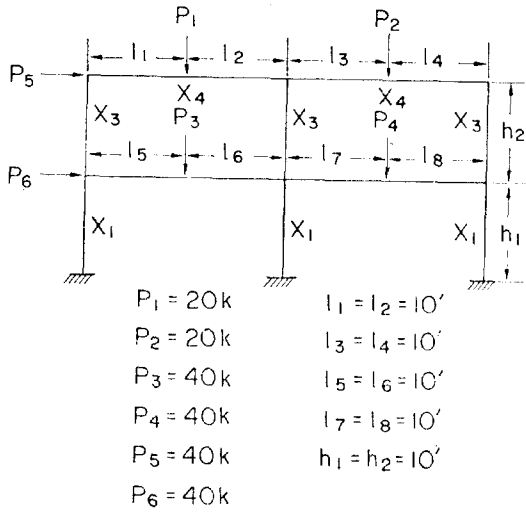


Fig. 14. Example 3: Frame geometry and service loading

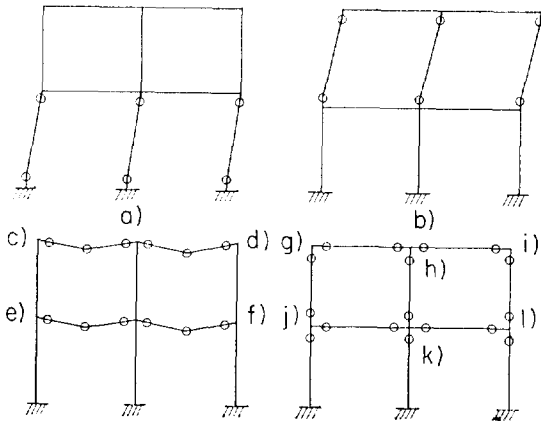


Fig. 15. Elementary collapse mechanisms of example 3

Table 11. Results of iterative design in example 3

Design variables	Arbitrary initial design	first design	Iterative design (1)	Toakley's result
χ_1	2763.3	1839.2	1839.2	1839.2
χ_2	2501.1	1945.9	1945.9	2217.4
χ_3	1058.4	927.2	927.2	927.2
χ_4	1159.0	902.8	902.8	902.8
Frame Weight (lb)	6090.0	4840.0	4840.0	5000.0

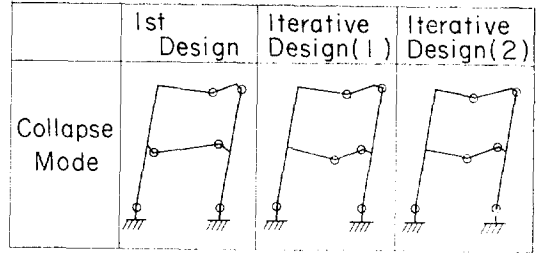


Fig. 16. Critical collapse mode: example 3

에 對한 檢討가 不可能해지고, 따라서 Toakley의 結果 보다 적은 값을 찾게 된다[5].

이 問題의 경우 使用 可能한 斷面의 特性值로서 塑性斷面係數만을 주었으므로, 彈塑性 解析에 依한 檢討를 하지 못하였다.

4. 結 言

(1) 設計變數의 異散量의 特性을 完璧하게 設計에 反映하는 0-1 整數計劃(zero-one integer programming)의 方法이 導入되면, 더욱 精度 높은 設計를 할 수 있을 것이다.

(2) 設計條件으로서 實際의 構造物과 實際 荷重에 接近된 境界條件과 荷重條件을 갖는 問題로 設計를 擴張할 수 있다.

(3) 設計變數를 連續量으로 하고 目的函數를 構造物의 길이와 塑性모우먼트 限界의 곱의 全合으로 取하는 問題로 計算한 結果를 土臺로 適切한 初期設計를 選擇할 必要가 있다.

參 考 文 獻

1. Rubinstein, M.F. and Karagozian, J., "Building Design using Linear Programming," *J. of S.D., ASCE*, Vol. 92, No. ST6, Proc. Paper 5012, Dec., 1966.
2. Nakamura, Y., "Plastic Design Method of Multi-Story Planar Frames with Deflection Constraints," Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Eng., M.I.T., June, 1968.
3. Grierson, D.E., and Galdwell, G.M.L., "Collapse Load Analysis Using Linear Programming," *J. of S.D., ASCE*, Vol. 97, No. ST6, Proc. Paper 8127, May, 1971.
4. Cohn, M.Z., Ghosh, S.K., and Parimi, S.R.,

- "Unified Approach to Theory of Plastic Structures," *J. of Eng. Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 98, No. EM5, Proc. Paper 9246, Oct., 1972.
5. Toakly, A.R., "Optimum Design Using Available Sections," *J. of S.D., ASCE*, Vol. 94, No. ST5, Proc. Paper 5960, May, 1968.
 6. Cella, A., and Logcher, R.D., "Automated Optimum Design From Discrete Components," *J. of S.D., ASCE*, Vol. 97, No. ST1, Proc. Paper 7845, Jan., 1971.
 7. Lai, Y.S., and Achenbach, J.D., "Direct Search Optimization Method," *J. of S.D., ASCE*, Vol. 99, No. ST1, Proc. Paper 9470, Jan., 1973.
 8. Box, M.J., "A New Method of Constrained Optimization and a Comparison with other Methods," *Computer Journal*, Vol. 8, 1965.
 9. Wang, C.K., "General Computer Program for Limit Analysis," *J. of S.D., ASCE*, Vol. 89, No. ST6, 1963.
 10. Hodge, P.H., "*Plastic Analysis of Structures*," McGraw-Hill, New York, 1959.
 11. Emkin, L.Z., and Little, W.A. "Plastic Design of Multi-Story Steel Frames by Computers," *J. of S.D., ASCE*, Vol. 96, No. ST11, Proc. Paper 7689, Nov., 1970.
 12. Kenneth, F., and Reinschmidt, "Discrete Structural Optimization," *J. of S.D., ASCE*, Vol. 97, No. ST1, Jan., 1971.
 13. Nobutaka, I., "Iterative Optimal Plastic Design of Steel Frames," *Proc. of J.S.C.E.*, No. 237, May, 1975.
 14. Cella, A. and Soosar, K., "Discrete Variables in Structural Optimization," *Optimum Structural Design—theory and application*, Chap. 11, edited by Gallagher, R.H., and Zienkiewicz, O.C., John Wiley & Sons, 1973.
 15. Horn, M.R., and Morris, "Optimum Frame of Multi-Story Rigid Frame," *Optimum Structural Design—theory and application*, Chap 14.
 16. 田中尚, 中村雄治, "建築構造物の自動設計と最適設計", コンピュータによる構造工学講座Ⅱ-7-B, 培風館,
 17. Heyman, J., "*Beams and Framed Structures*," Pergamon Press, 1974