

Connecting Rod의 強度計算

曹 永 甲

<大宇重工業(株) 엔진本部技術部長>

1. 머리 말

內燃機關에 있어서 connecting rod는 piston에 作用하는 가스壓力과 慣性力을 少端部로부터 shaft를 거쳐 大端部를 通하여 crankshaft에 傳達하는 역할을 한다. 그러므로 機關의 運轉中 끊임없이 引張, 壓縮, 坐屈, 굽힘등의 荷重을 반복하여 받기 때문에 이것에 견딜 충분한 強性을 유지해야 한다.

그러나 一般的으로 connecting rod에 作用하는 荷重과, 各部分에 나타나는 應力의 解析은 간단하지 않다. 왜냐하면 行程을 수행하는 동안 크랭크의 各位置에 對하여 가스 壓力이나 慣性力이 변하고, 또한 connecting rod 자체의 形狀도 복잡하게 구성되기 때문이다. 따라서 보다 計算을 간단하게 하기 위하여 여기에서는 일단 connecting rod에 作用하는 荷重은 最惡條件으로서 最大爆發壓力 및 最大慣性力을 適用하기로 하고, 計算結果에 따라 취약부위에 대한 應

力을 검토하기로 한다.

특히 大端部에 있어서는 cap을 連結하는 보울트가 分離面에 作用하는 荷重을 充分히 견딜 수 있어야 하므로 보울트計算 또한 중요하나 여기서는 취급치 않고, 다만 이 計算에서 구한 荷중을 使用하여 VDI 2230에 의한 方法으로 計算하면 될 것이다.

2. Connecting Rod의 형상

보통 connecting rod는 그림 1과 같은 形狀을 갖고 있다.

3. Connecting Rod Shaft

3.1 Shaft의 解析

Shaft는 가벼우면서도 運動方向에 對하여 충분한 強度를 유지하도록 그림 2와 같이 I-단면 形狀을 갖고 있다. 보통 소형 기관에서는 단조한 형태로 圓(fin)만 제거하나, 대형 기관에서는 단조후 全表面을 加工하는데, 이 shaft에는 引張, 壓縮, 坐屈 및 굽힘 荷중이 作用한다. 이때 最大荷重으로 作用하는 것은 爆發壓力인데, 이것은 實際的으로 저회전에서는 慣性力의 影響을 거의 받지 않기 때문이다. 따라서 shaft

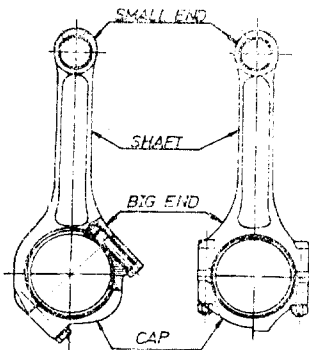


그림 1. Connectin rod 形상

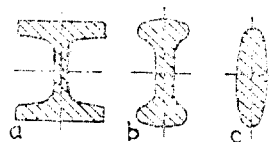


그림 2. Shaft의 단면

에서는 最少斷面에 對한 爆發壓力의 영향만을 計算한다.

3.2 爆發壓力의 영향

3.2.1 Shaft의 관성 모우멘트

그림 3으로부터 慣性모우멘트는

$$I_x = \frac{BH^3 + 6h^3}{12} \quad I_y = \frac{H(B+b)^3 - (H-h)b^3}{12}$$

$$i_{x,y} = \sqrt{\frac{I_{x,y}}{F}}$$

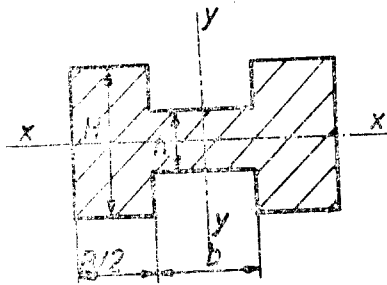


그림 3. Shaft 단면

여기서 $I_{x,y}$ 는 慣性모우멘트
 $i_{x,y}$ 는 最少 慣性半徑
 F 는 斷面積이다.

3.2.2. 細長比 및 좌굴응력

x軸에 대하여는 그림 4와 같이

$$\lambda_x = \frac{0.5l}{i_x}$$

y軸에 대하여는 그림 5와 같이 兩端回轉의 境
 遇이므로,



그림 4. x축에 대한 지지방법



그림 5. y축에 대한 지지방법

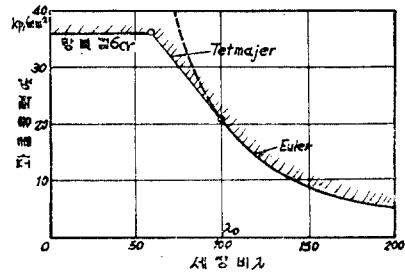


그림 6. ST52 (DIN 1629)의 좌굴응력

$$\lambda_y = \frac{l}{i_y} \text{ 이다.}$$

그림 6은 細長比 λ 에 따른 坐屈應力의 影响을 나타낸다. 그림에서와 같이 彈性領域에서는 Euler法則에 의하여 坐屈應力은 $\sigma_k = \frac{\pi^2 \cdot e}{\lambda^2}$ 이다 여기서 e 는 材料의 彈性係數이며, 이식은 $\sigma_k = \sigma_{cr}$ 가 되는 位置까지는 成立한다. 이때 細長比 λ_0 는 $\lambda_0 = \sqrt{\frac{e}{\sigma_{cr}}}$ 가 되며 σ_{cr} 은 材料의 壓縮降伏應力이다. 그러므로 $\lambda < \lambda_0$ 범위에서는 坐屈에 依한 파괴보다 材料의 壓縮應力에 의한 파괴가 일어나므로 坐屈現象은 考慮하지 않아도 된다.

λ_0 의 값은 炭素鋼의 경우 $\lambda_0 \geq 90$, 合金鋼의 경우 $\lambda_0 \geq 60$ 이다. 대개의 경우 connecting rod에 있어서 λ 는 60보다 작으며 大部分 $\lambda < 40$ 의 범위에 있다. 그러므로 坐屈에 대하여는 考慮하지 않고 壓縮應力에 對하여만 計算한다. 한편 $\lambda > 60$ 의 경우에는 Euler나 Tetmajer式에 의한 坐屈計算을 하여야 할 것이다.

3.2.3 壓縮應力

一般的으로 connecting rod에서는 材料의 降伏強度를 最大強度로 取扱하여도 무방하다, 壓縮應力은 $\sigma_c = P_{max}/F_{min}$ 이고 보통 SM 45 C 材料의 경우 $\sigma_s = 500 \text{ N/mm}^2$ 이고, 安全率을 1.5로 하면 最大許容壓縮應力 σ_{max} 을 310 N/mm^2 까지는 許容할 수 있다.

3.3 굽힘 모우멘트의 影响

굽힘 모우멘트에 對한 計算은 一定한 斷面에 對하여 最大 굽힘 모우멘트가 作用하는 것으로 하여.

■ 解 說

$$M_b = 0.064l^2F \frac{\gamma}{g} rw^2 \text{ 이다.}$$

여기서 l =shaft 길이 (cm)

γ =비중량 (KP. cm⁻³)

g =중력가속도 (cm s⁻²)

r =Crank 반경 (cm)

w =각속도 (s⁻¹)

F =shaft 평균 단면적 (cm²)

그러므로 y 축에 대한 最大굽힘應力은 $\sigma_b = \frac{Mb}{Z_y}$ 이다.

여기서 $Z_y=y$ 축에 대한 斷面係數

$$= \frac{2 \cdot J_y}{B+b}$$

4. Connecting Rod의 端部

Connecting rod의 端部에 대한 應力解析은 간단하지가 않으나, 一般的으로 外力으로는 最大慣性力에 대하여 고려한다. 지금까지 잘 알려진 計算方法으로는 그림 7 및 그림 8과 같은

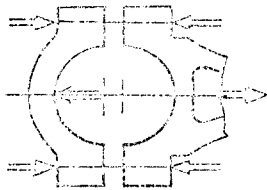


그림 7.

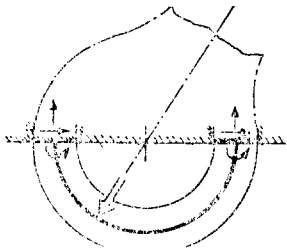


그림 8. 단부 하중 해석

것으로 특히 大端部에 있어서는 cap이 이탈되지 않도록 연결 보울트의 強度에 대하여 주의하여야 한다. 本 計算에서는 大端部 및 少端部를 폐쇄된 ring으로 考慮하여 任意의 外力分布에 대한 計算은 Bieceno & Grammel 方法을 使用

한다. 또한 ring 주위의 各斷面에 대한 荷重 및 應力解析은 상당히 복잡하므로 Computer를 利用하여 計算하는 것이 좋다.

4.1 端部の 應力分布

端部에 作用하는 荷重은 그림 9와 같이 shaft 中心에서 양쪽으로 18° 위치에 半徑方向 힘 P_1 이 作用하여 이 P_1 의 合成力은 上死點 (T.D.C.)에서의 慣性力의 最大値 P_m 과 같다고 가정한다. 이것은 實際의 경우와 큰 차이는 없으며, 한편 이 힘의 反對側에서 sine形狀의 荷重分布를 갖고 vector합이 慣性力 P_m 과 같은 힘이 作用한다.

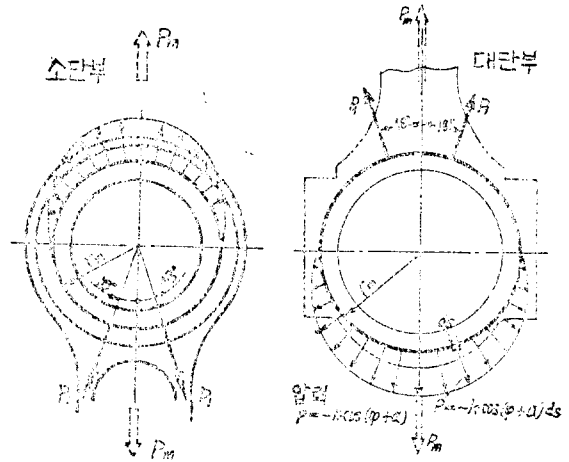


그림 9. 단부의 하중분포

4.2 端部の 斷面に 作用하는 荷重

Connecting rod의 shaft 中心으로부터 α° 위치에 있는 任意의 斷面に 作用하는 荷重은 그림 10과 같으며, 각각에 대한 計算式은 다음과 같다.

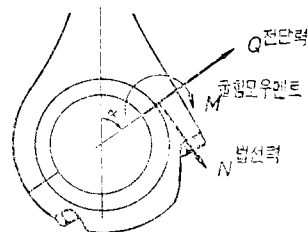


그림 19. 단부에 작용하는 하중

法線力은 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ 에서

$$N = P_m \left\{ \frac{1}{4\pi} [\cos\alpha \cos 2\alpha - \sin\alpha (2\pi - 2\alpha - \sin 2\alpha)] - A \right\}$$

$90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 에서

$$N = P_m \left\{ -\frac{1}{4\pi} [\cos\alpha \cos 2\alpha + 2\cos\alpha + \sin(2\alpha + \sin 2\alpha)] - A \right\}$$

剪斷力은 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ 에서

$$Q = P_m \left\{ -\frac{1}{4\pi} [\sin\alpha \cos 2\alpha - \cos\alpha (2\pi - 2\alpha + \sin 2\alpha)] - B \right\}$$

$90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 에서

$$Q = P_m \left\{ \frac{1}{4\pi} [\sin\alpha \cos 2\alpha + 2\sin\alpha + \cos\alpha (2\alpha - \sin 2\alpha)] - B \right\}$$

굽힘 모우멘트는 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 에서

$$M = r_m P_m \left[\left(\frac{0.526}{\pi} + \frac{2}{\pi^2} \right) - \frac{N}{P_m} \right]$$

여기서 常數는

$$A = 0.526 \left[\frac{342^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ} \sin(342^\circ - \alpha^\circ) + \frac{378^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ} \sin(378^\circ - \alpha^\circ) \right]$$

$$B = 0.526 \left[\frac{342^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ} \cos(342^\circ - \alpha^\circ) + \frac{378^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ} \cos(378^\circ - \alpha^\circ) \right]$$

한편 $0^\circ \leq \alpha \leq 18^\circ$ 범위에서는 $\frac{378^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ}$ 대신 $\frac{18^\circ - \alpha^\circ}{360^\circ}$ 를 使用한다.

이식은 상당히 복잡하고, 또한 實際計算에 많은 時間이 소요되므로 computer를 利用하는 것이 效果的이다. 또한 이 식은 少端部 및 大端部에 다같이 適用되며 여기에 使用되는 data는 다음과 같다.

P_m = 慣性力 [kp]

r_m = 端部 ring의 平均半徑 [cm]

4.3. 慣性力の 크기

大端部에서는

$$P_m = r \cdot \frac{w^2}{g} [G_{osc}(1+\lambda) + G_{erot} - G_{c.c}]$$

少端部에서는

$$P_m^* = r \cdot \frac{w^2}{g} [G^*_{osc}] (1+\lambda)$$

여기서

r = 크랭크 半徑 (mm)

g = 重力 加速度 (mm/S²)

$\lambda = r/l$ connecting rod 比

G^*_{osc} = piston, ring, pin을 合한 무게 (kp)

G_{osc} = piston, ring, pin 및 connecting rod의 往復重量을 合한 무게 (kp)

$G_{c.rot}$ = connecting rod의 回轉重量 (kp)

$G_{c.c}$ = connecting rod의 cap重量 (kp)

4.4 Program의 構成

Program은 大端部에 對하여는 shaft 中心을 기준으로하여 한쪽에 對하여 約 10° 간격으로 計算하고 다음 反對側에 對하여 같은 간격으로 하며, 少端部에 對하여는 對稱이므로 한쪽에 對하여 計算하도록 하는 것이 便利하다.

4.5 任意斷面에 對한 解析

지금까지는 各端部에 對하여 一定한 斷面을 가진 폐쇄된 ring으로 취급하였으나, 實際적으로 各位置에 對한 斷面形狀은 다르다. 따라서 實際應力을 計算하기 위하여 各位置에 對한 慣性모우멘트와 斷面係數, 中立面位置를 구하기로 한다. Program에서는 이 計算을 위하여 sub program을 構成하는 것이 좋다.

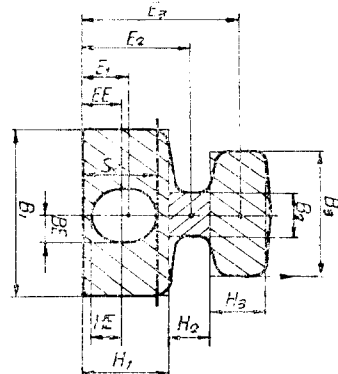


그림 11. 단부의 단면형상

■ 解 說

그림 11에서 보느냐와 같이 斷面의 형상은 最大 3개의 사각형과 1개의 타원으로 構成되어 있다. 따라서 鍛造形狀에 의한 곡선부분과 경사부분은 類似한 4각형으로 置換하도록 하고 program에서는 各 斷面의 길이와 폭 및 面積中心까지의 거리를 data로 한다. 그림 11에서와 같이 中立面의 位置는

$$S_x = \frac{B_2 H_2 E_2 + B_3 H_3 E_3 - B_E \cdot H_E \cdot E_E \cdot \pi + B_1 H_1 E_1}{B_1 H_1 + B_2 H_2 + B_3 H_3 - B_E \cdot H_E \cdot \pi}$$

慣性모우멘트는

$$I = \frac{1}{12} B_1 H_1^3 + B_1 H_1 (E_1 - S_x)^2 + \frac{1}{12} B_2 H_2^3 + B_2 H_2 (E_2 - S_x)^2 + \frac{1}{12} B_3 H_3^3 + B_3 H_3 (E_3 - S_x)^2 - 0.78 B_E H_E^3 - \pi B_E H_E (E_E - S_x)^2$$

그러므로 斷面係數는

$$Z_i = I/E_i, Z_o = I/E_o$$

여기서 E_i, E_o 는 中立面으로부터 內側 및 外側面까지의 거리이다.

4.6 斷面의 合成應力

任意의 斷面積 S 에서의 法線力 N 에 의한 應力 σ_n 은 $\sigma_n = N/S$, 굽힘 모우멘트 M 에 의한 굽힘應力 σ_b 는 $\sigma_b = M/Z_i$ 이다. 여기서 內側面에 對하여는 $Z_i = Z_i$, 外側面에 對하여는 $Z_o = Z_o$ 이다.

合成應力은 法線應력과 굽힘應力の 合成으로 求해지며 +일 경우 引張應力, -일 경우 壓縮應力이 된다. 이것에 대한 說明은 그림 12와 같다.

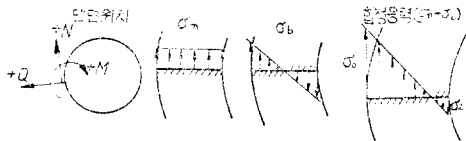


그림 12. 단면에 대한 합성응력

4.7. 計算結果에 對한 境界值

一般적으로 各 斷面에 計算된 應力이 絕對的 일 수는 없다. 왜냐하면 보울트의 初期張力으로 인한 壓縮 및 各 端部의 notch에 의한 영향 등이 고려되지 않았고, 實際적으로 connecting rod에 계속적인 引張, 壓縮의 反復으로 인하여 耐久性이 훨씬 약하다. 따라서 connecting

rod의 強度計算에는 經驗值로서 다음과 같은 境界值를 둔다.

보통 貨物自動車등에 있어서는 흔히 쓰이고 있는 재질 (SC74, SM45C)에 대하여 반복應力을 $300 \sim 350 \text{ N/mm}^2$ 로 사용하고 있다. 따라서 境界치로서 各 斷面의 表面應力이 $\sigma = 170 \sim 190 \text{ N/mm}^2$ 을 넘지 않도록 한다.

4.8. Bearing Shell의 영향

端部の 表面應力이 境界值 $170 \sim 190 \text{ N/mm}^2$ 에 근접할 경우에는 bearing shell의 crush 效果를 고려해야 한다. connecting rod와 bearing shell의 接觸面에 대한 平均面壓 P_m 은 2개의 실린더에서의 壓入效果에 의하여 計算되며, 一般적으로 近似值로서 $P_m = 8 \sim 10 \text{ N/mm}^2$ 을 使用한다. 이것으로부터 接線力 P_u (bearing shell에 對하여는 壓縮力, connecting rod에 對하여는 引張力)를 求할 수 있다.

$$P_u = 0.5 P_m \cdot D \cdot b$$

여기서 D 및 b 는 bearing shell의 外徑과 幅이다. 이것으로부터 crush에 의한 引張應力 σ_u 를 구한다.

$$\sigma_u = P_u / S$$

그러므로 端部에는 (특히 보울트에 의하여 壓縮을 받는 部位) 다음과 같은 應力들이 發生한다.

bearing shell crush에 의한 引張應力

$$\sigma_u = P_u / S$$

法線力에 의한 引張應力 $\sigma_n = N/S$ 굽힘 모우멘트에 의한 굽힘應力 $\sigma_b = M/Z_o$.

이것으로부터 合成反復應力은 다음과 같다.

$$\sigma_w \pm = \frac{1}{2} (\sigma_n + \sigma_b)$$

여기에 靜的應力 σ_u 를 고려하면 connecting rod에 作用하는 全應力은

$$\sigma = \sigma_u + \frac{1}{2} (\sigma_n + \sigma_b)$$

이것을 그림으로 表示하면 그림 13과 같다.

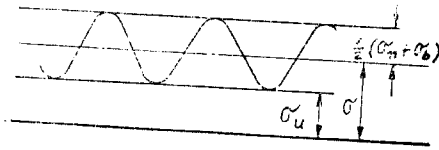


그림 13. 단부에 작용하는 합성응력

4. 9. 굽힘 모우멘트의 境界値

이상에서 본 바와 같이 connecting rod의 强度는 結果的으로 端部の 强度에 좌우된다고 할 수 있으며, 이때 端部에는 不規則한 引張荷重에 의하여 타원변형이 生成되는데 이것은 實驗에 의해서만 確認될 수 있다. 그러나 이 타원 변형으로 因한 bearing의 油膜 파괴를 방지하기 위하여 굽힘 모우멘트의 境界値를 定할 必要가 있다.

타원변형에 의한 굽힘 모우멘트는 다음 식으로 表示된다.

$$M_b = E \cdot I \cdot \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \text{ (kp} \cdot \text{mm)}$$

여기서 ρ_1, ρ_2 는 굽힘 모우멘트가 作用하기 前과 後의 端部の 半徑이며, 이것으로부터 굽힘

모우멘트의 境界値를 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$M_{b\max} = E \cdot I \cdot \frac{2C_B}{d^2} \text{ (kp} \cdot \text{mm)}$$

여기서 E =재료의 탄성계수 (kp·mm⁻²)

I =bearing shell을 포함한 端部 斷面的 慣性모우멘트

C_B =bearing의 oil clearance

參 考 文 獻

1. O.R Lang "Triebwerke Schnellaufender Verbrennungsmotoren" Berlin, Springer 1966.
2. Hermann METTIG "Die Konstruktion Schnellaufender Verbrennungsmotoren" Berlin, W de G 1973.
3. Biecono, C.B., u. R. Grammel "Technische Dynamik" Berlin, Springer 1939.
4. Bensinger, W.D., u.A. Meier "Kolben, Pleuel und Kurbel welle bei Schnellaufenden Verbrennungsmotoren" Berlin, Springer 1961.
5. Roemer, E. "Die Berechnung des Presssitzes von Gleitlagerschalen" MTZ 1961, H. 2, H. 4.

