Journal of the KSQC
Vol. 7, No. 1 (1979)

受入検査의 經済性에 관한 研究

— 計数型샘플링検査를 中心으로 —

金　光　燮 *
李　京　學 * *

ABSTRACT

This paper intends to decide the optimum OC curves and to find the minimized α,β-risk based upon the Linear Cost Model (L. C. M.) for the destructive or nondestructive acceptance sampling inspection plan. For the solution from the L. C. M., the author used the prior-distribution on some assumptions.

Ⅰ. 序　論

샘플링費用을 決定하는 parameter中에서 중요한 것으로는 샘플의 크기 (size), 要求品質水準 (specified quality level), α-risk 및 β-risk의 네가지로 分類할 수 있으며, 그밖의 것으로 検査費用, lot의 品質, 不良品의 修理費用 등이 있다. 이중에서도 α, β-risk는 샘플링計劃의 決定에 가장 큰 영향을 미친다.[1]

샘플링計劃을 決定하는 것이란 말할 것도 없이 OC 曲線을 決定하는 것이며, α, β-risk는 OC곡선의 決定에 가장 큰 영향을 미치는 바, 이것이 결정되면 最適의 샘플링計劃을 決定할 수 있다.

따라서 만약 α,β-risk를 모두 費用化한 cost model을 만들 수 있다면 이 model을 最小로 하는 (n, p_0)가 最適샘플링計劃이 될 것이다. 그러나 현실적으로는 이들을 모두 費用化한다는 것은 매우 어려운 일이다. 特히 β-risk의 費用化에는 많은 애로点이 뒤따른다. 따라서 이 경우에는 β-risk와 要求品質水準 (LTPD)을 미리 정해주고 α-risk만을 費用化한 cost model을 만들어, 定해진 β-risk를 만족하는 (n, p_0)의 組合中 이 model을 最小로 하는 OC곡선이 바로 最適의 샘플링計劃이다.

本 論文에서는 α,β-risk를 모두 費用化하여 線型結合한 Linear Cost Model (L. C. M.)을 파괴 및 비파괴検査의 경우로 나누어 세우고, 또 β-risk와 LTPD를 定해주고 α-risk만을 費用化한 L. C. M.을 樹立하여 그 解를 求해봄으로써 model의 實際에의 適応性을 考察하고자 한다.

* 亜洲工科大學工業経営學科教授
* *KIST 電算組織開発室

Ⅱ. α,β-risk를 費用化한 L. C. M

1. 비파괴検査의 L. C. M.

(1) 仮定:

(가) 検査하는 모든 製品을 비파괴検査로 良, 不良品으로 判定한다.

(나) 一定한 順序의 体系的인 検査를 한다.

(다) 샘플의 検査費用, screen費用, 不良品의 修正 및 良好品과의 交換費用은 모두 그에 해당하는 製品数에 비례한다.

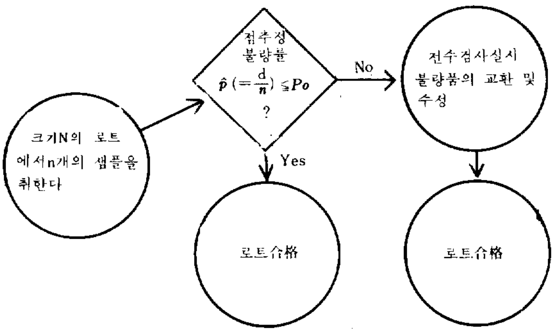
(라) 検査한 샘플중에서 발견된 不良品은 交換 혹은 修正해준다.

(마) 合格된 로트중에 포함하는 不良品은 그로 因한 費用의 發生을 予想하며, 이 費用은 그 不良品의 数에 비례하는 것으로 仮定한다.

(바) 이 検査는 販賣者측에서 최종 출하검사로 実施하여 구매자는 検査를 하지 않는 것으로 한다.

(2) 検査節次:

위 仮定하에서 샘플링検査順序를 Flow Diagram으로 나타내면 다음과 같다.



(3) 모델의 樹立

위와 같은 가정과 검사절차하에서 고려될 수 있는 α, β- risk를 각각 費用化하여 이것을 線型結合한 L. C. M을 定立해 본다. 우선, α- risk에 해당하는 費用으로는 不良品의 修理費用이 여기에 해당될 것이며,

첫째, 단위제품당 檢査費用을 Ic라 하면 여기에 평균檢査量을 곱해준,

$I_c\,[n+(N-n)(1-P_a)]$

가 平均檢査費用이 될 것이다.

둘째, 檢査中 発見된 不良品의 수리 혹은 교환을 가정했으므로 단위製品当 수정 혹은 교환費用을 R_c 라고 하면 總修正 혹은 交換費用은,

$R_c \cdot P \cdot [n+(N-n)(1-P_a)]$

가 된다. 다음으로 생산자 입장에서 본 β- risk에 해당하는 費用은 合格된 로트중 포함된 不良品으로 인한 총손실비용이 될 것이며 이것은 不良品 한개로 인한 손실비용을 A_c라고 했을때 여기에 合格로트안에 포함된 不良品의 数를 곱해준,

$A_c \cdot (N-n) \cdot P \cdot P_a$

가 된다.

이상의 各費用을 線型結合한 L. C. M은 T_c를 總費用이라 할때,

$$T_c = I_c[n+(N-n)(1-P_a)] + A_c(N-n)P \cdot P_a + R_c \cdot P[n+(N-n)(1-P_a)]$$

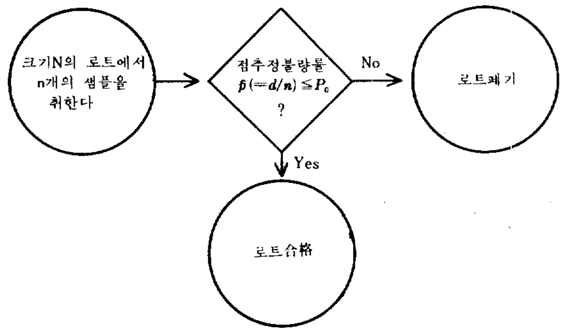
단, P : 로트의 불량률

P_a : 불량률 P 인 로트의 合格할 확률

2. 파괴檢査의 L. C. M.

(1) 假定 : 비파괴 검사와 同一하다.

(2) 檢査절차 : 샘플링檢査順序를 Flow Diagram 으로 나타내면 다음과 같다.



(3) 모델의 樹立 :

이 경우는 파괴檢査이므로 α- risk에 해당하는 비용은 合格되어야 할 좋은 製品이 不合格됨으로써 발생하는 손실費用이 될 것이다.

첫째, 檢査費用의 경우 製品단가를 U_c, 檢査費用을 I_c라고 할때 파괴檢査를 하면 좋은 製品을 使用할 수가 없으므로 總檢査費用은 제품단가에 檢査費用을 合한 費用에 檢査갯수를 곱해준, $(U_c+I_c)n$ 이 될 것이다.

둘째, 合格되어야 할 좋은 製品이 不合格됨으로써 發生하는 손실비용은, 檢査後 좋은 제품이 不合格되어 남은 갯수가 $(N-n)P_p(\alpha)$이므로 여기에 제품단가에서 残存價値를 뺀 費用(U_c-S_c)를 곱해준 것이다. 즉, 이것이 비파괴檢査의 경우 修理費用(reworking cost)에 해당된다.

셋째, β- risk에 해당하는 費用은 비파괴檢査의 경우와 동일하게,

$A_c \cdot P[N-n)P_a]$

가 될 것이다.

이상의 費用을 각각 L. C. M로한 総費用을 T_c 라고 하면,

$$T_c = (U_c+I_c) \cdot n + A_c \cdot P[(N-n)P_a] + (N-n)P_p(\alpha)(U_c-S_c)$$

단, $P_p = \alpha =$ Producer's risk

Ⅲ. β- risk와 이에 해당하는 LTPD를 定해주고 α- risk만을 費用化한 L. C. M.

前節에서는 α, β- risk가 모두 cost化된 一般的인 모델을 생각해 보았으나 실제로 β- risk를 cost化 해주는 것이 現實的으로 불가능하거나 正確히 計算할 수 없는 경우가 많다.

불량로트를 消費者가 받아들임으로써 발생되는 損失費用을 계산하려면 不良製品 한개당 발생하는 損失費用을 정해야 하며 로트의 실제 불량률을 알아야 한다. 그러나 만일 로트内의 참(眞)불량률을 알고있다면 不良로트는 결코 合格되지 않을 것이다.

더욱이 문제가 되는 것은 費用化의 問題이다. 즉, 製品이 실제로 출하되어 使用되었을 때 不良品으로 인해 發生되는 손실비용을 어떻게 결정할 것인가이다. 왜냐하면 不良品으로 인한 손실은 거의 모두가 그 고장(malfunction)이 일어난 주위상황의 函数인 바 이것은 우발적이므로 예측이 不可能하기 때문이다. 예를들면 우주선의 部品이나 군수품의 경우, 그 故障의 정도와 發生한 상황에 따라 国家利益의 상실내지 전쟁의 패배까지도 예측할 수 있는 반면 혹은 약간의 손해만을 가져올 수도 있다. 즉, 예측할 수 없는 우연이 각 경우의 손실을 좌우하게 될 것이다. 그러나 消費者 위험률의 費用化가 결코 不可能하다는 것은 아니다. 이런 경우, 最適 샘플링計劃決定을 위한 한 方法을 Mandelson[1]은 잘 제시하고 있다. 즉, 要求品質水準으로 LTFD(Lot Tolerance Fraction Defective)와 이에 대응하는 β-risk가 最適샘플 size의 決定에 영향을 미치지 않도록 하고 대신에β-risk는 지속적으로 유지되는 品質水準의 決定인자로 간주함으로써 最適샘플 size의 決定이 可能해 진다.

다시 말하면, 주어진 LTFD, β를 만족하는 OC곡선중 α-risk와 検査費用만이 考慮된 T_c를 最小化하는 OC곡선을 택하면 이것이 바로 最適샘플링計劃이 될 것이다.

1. 비파괴検査의 L.C.M.

LTFD, β를 정해주는 대신 α, β-risk가 모두 費用化된 L, C, M에서 β-risk에 해당하는,

$$A_c \cdot P[(N-n)\cdot P_a]$$

만을 빼주면 될 것이다. 즉,

$$T_c = I_c[n+(N-n)(1-P_a)] + R_c \cdot P[n+(N-n)(1-P_a)]$$

가 된다.

2. 파괴検査의 L.C.M.

마찬가지로 β-risk의 費用을 빼주면,

$$T_c = (U_c + I_c)n + (N-n)P_p(U_c - S_c)$$

가 된다.

Ⅳ. 모델에 의한 最適샘플링計劃樹立
— 모델의 解 —

1. α, β-risk를 모두 費用化한 L.C.M.의 解

(1) 비파괴検査모델의 解

샘플링計劃의 樹立에 있어 工程平均不良率 $\bar{P}$가 Parameter로 들어가게 된다. 그런데 기존의 샘플링計劃樹立은 $\bar{P}$의 点推定을 가정하여 왔으나 많은 경우, 로트別 P가 一定하다고 가정하는 것은 非現實的이다. 예를 들면 어떤 特定製品을 生產하는 경우, 매 로트別 生産後 기계는 점검되고 보정된다. 따라서 特定製品의 로트의 P는 일정하다고 생각되나 각 로트별 P는 어떤 分布를 이룬다고 보아야 한다.

이 分布를 P의 事前分布(prior distribution)라 하며, P의 事前分布중 가장 合理的인 分布는 β-分布이다. 즉,

$$f(P:\alpha,\beta) = \frac{(\alpha+\beta-1)!}{(\alpha-1)!(\beta-1)!}\cdot P^{\alpha-1}\cdot(1-P)^{\beta-1}$$

단, $0<P<1$, $\alpha, \beta>0$

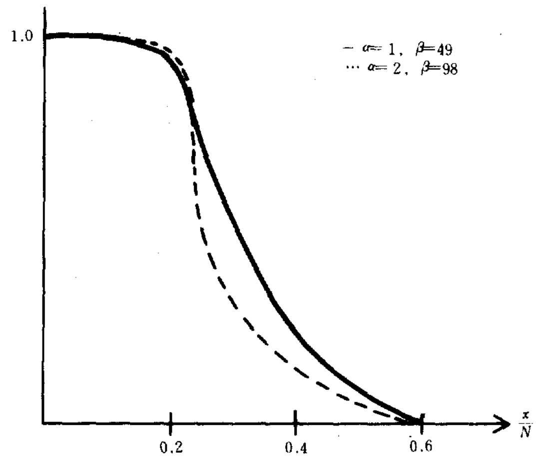
그러나 現實的으로 P의 사전분포의 推定은 다소 불확실하므로 事前分布의 변화가 総샘플링費用에 미치는 영향을 알아보는 것이 重要하다. Pfanzagl[2]에 의하면 事前分布의 변화는 실제로 샘플링費用에 큰 영향을 미치지 않는다고 한다. 물론 一般的으로 事前分布의 영향을 무시할 수 없는 것이지만 事前分布의 현저한 차이에 비해 샘플링費用은 매우 둔감(insentive)하다(〈Table 1〉참조).

〈Table 1〉 사전분포에 따른 샘플링 검사 비용의 변화 ($N=400$, $K=0.2$)

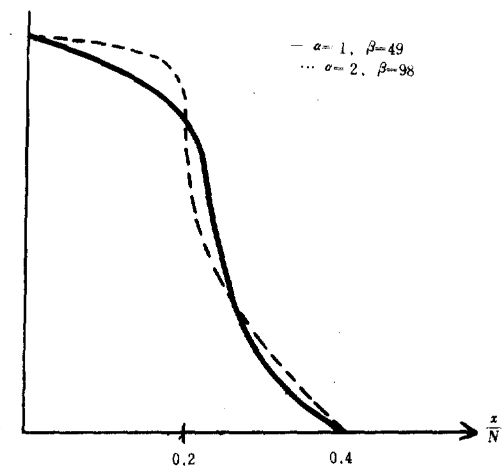
(α, β)	$n^*(\alpha, \beta)$	C	$C(73:\alpha,\beta)$	$C(78:\alpha,\beta)$	△
(1, 49)	73	1	0.7881	0.7876	0.0006
(2, 98)	78	1	0.8554	0.8550	0.0004

이 表에서 보듯이 △(事前分布의 変化에 따른 費用変化)는 事前分布가 (1.49)에서 (2.98)로 크게 변했음에도 불구하고 5%미만이다.

이러한 結論은 OC曲線을 생각해 보면 더욱 명확해진다 (〈Fig. 1〉 및 〈Fig. 2〉참조).



〈Fig 1〉 $N=1600$, $K=0.02$일때
최적샘플링계획의 OC곡선
$\alpha=1$, $\beta=49:n^*=173$, $c=3$
$\alpha=2$, $\beta=98:n^*=224$, $c=4$



〈Fig 2〉 $N=1600$, $K=0.01$일때
최적샘플링계획의 OC곡선
$\alpha=1$, $\beta=49:n^*=299$, $c=2$
$\alpha=2$, $\beta=98:n^*=449$, $c=3$

이상에서 보듯이 不良率 P의 事前分布로서 β分布를 仮定하여 工程平均不良率 $\bar{P}$ 대신에 P의 期待値를 이용할 수 있다. 本 샘플링計劃樹立에서는 $\alpha=1$, $\beta=1$인 β-分布, 즉 구형분포인 $f(P)=1$을 사용하기로 한다. 検査로트의 眞不良率을 P, P의 事前分布의 $p.d.f.$를 $f(p)$, 点推定不良率〔(샘플중 불량품수/샘플수)$=\frac{d}{n}$〕를 $\hat{p}$, P_0를 合格判定不良率이라 하면 合格되어야 할 로트가 不合格할 確率, 즉 生産者 위험률 α는 다음과 같이 定義된다.

$$\alpha=1-P_a[n, P_0/P<P_0]=1-P_r[\hat{p}<P_0/P<P_0]$$

이것은 條件附確率이므로,

$$1-[P_r(\hat{p}<P_0,\ P<P_0)/P_r(P<P_0)]$$

가 되며,

모집단의 로트가 비교적 적을때 点推定不良率 $\hat{p}$는,

$$P_r(\hat{p}=\frac{d}{n})=\frac{\binom{NP}{d}\binom{N-NP}{n-d}}{\binom{N}{n}}$$

인 Hypergeometric-分布를 하므로,

$$\alpha=1-\{\int_0^{P_0}\sum_{d=0}^{nP_0}\frac{\binom{NP}{d}\binom{N-NP}{n-d}}{\binom{N}{n}}f(P)dp \Big/ \int_{P_0}^{1}f(P)dp\}$$

가 된다. 또한 나쁜 제품임에도 불구하고 合格할 確率, 즉 消費者위험률β는 定義에 의해,

$$\beta=P_a[n, P_0/P>P_0]=P_r[p<P_0/P>P_0]$$
$$=P_r[\hat{p}<P_0, P>P_0]/P_r[P>P_0]$$
$$=\int_{P_0}^{1}\sum_{d=0}^{nP_0}\frac{\binom{NP}{d}\binom{N-NP}{n-d}}{\binom{N}{n}}f(P)dp \Big/ \int_{P_0}^{1}f(P)dp$$

가 된다.

마찬가지로 合格確率의 기대치는,

$$E[P_a]=\int_0^1\sum_{d=0}^{nP_0}\frac{\binom{NP}{d}\binom{N-NP}{n-d}}{\binom{N}{n}}f(P)dp$$

이다.

이 경우는 α, β-risk가 모두 費用化되어 모델상에 반영되어 있으므로 각 n에 대한 総費用을 계산하여 이것이 最小가 되는 (n, P_0)가 最適샘플링計劃이 될 것이며 이때의 α, β-risk는 最適OC曲線을 결정해 줄 것이다.

이상의 結果에 의거하여 비파괴검사의 費用모델을 다시 써 보면,

$$T_c=I_c\int_0^1[n+(N-n)(1-P_a)]f(p)dp+$$
$$A_c\int_0^1(N-n)\cdot P\cdot P_af(P)dp+R_c\int_0^1P[n+$$
$$(N-n)(1-P_a)]f(P)dp$$

가 된다. 각 n에 따른 結果値는 다음〈Table 2〉와같다.

〈Table 2〉 α, β - risk를 모두 비용화한 L. C. M을 이용한 비파괴검사의 총검사비용.

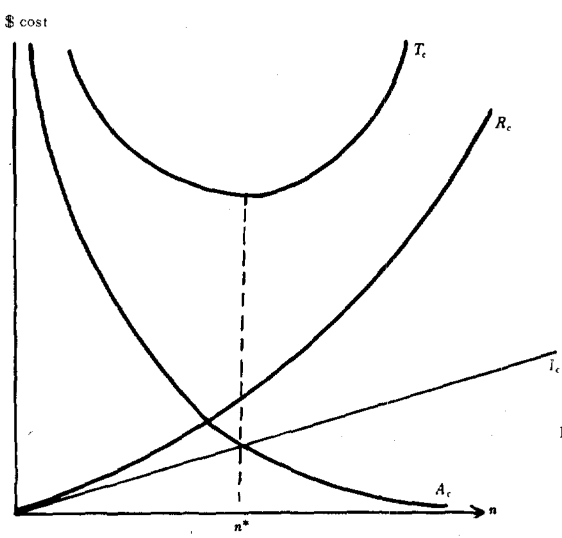
$I_c=\$0.1,\ A_c=\$1.0,\ R_c=\$0.5$
$N=100,\ P_o=0.05$

$$P_a=\int_0^1 \sum_{do}^{np_o} \frac{\binom{Np}{d}\binom{N-Np}{n-d}}{\binom{N}{n}} f(p)\,dp$$

n	N−n	L(P)	1−P_a	P·P_a	P(1−P_a)	α	β	I_c	A_c	R_c	T_c
0	100	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1.0	0	50	0	50
1	99	1−P	0.50	$\frac{1}{6}$	0.33	0.025	0.475	5.05	16.50	16.5	38.3
2	98	$(1-P)^2$	0.67	$\frac{1}{12}$	0.42	0.05	0.30	6.766	8.17	21.0	35.9
3	97	$(1-P)^3$	0.75	$\frac{1}{20}$	0.45	0.075	0.214	7.275	4.85	22.6	34.7
4	96	$(1-P)^4$	0.80	$\frac{1}{30}$	0.47	0.10	0.163	8.08	3.20	23.4	34.68
5	95	$(1-P)^5$	0.83	$\frac{1}{42}$	0.48	0.125	0.129	8.385	2.26	23.9	34.52
6	94	$(1-P)^6$	0.86	$\frac{1}{56}$	0.482	0.150	0.105	8.656	1.68	24.1	34.45 ▲
7	93	$(1-P)^7$	0.88	$\frac{1}{72}$	0.486	0.175	0.087	8.838	1.29	24.4	34.48
8	92	$(1-P)^8$	0.89	$\frac{1}{90}$	0.489	0.20	0.074	8.979	1.02	24.5	34.49
9	91	$(1-P)^9$	0.90	$\frac{1}{110}$	0.491	0.215	0.063	9.09	0.83	24.6	34.50

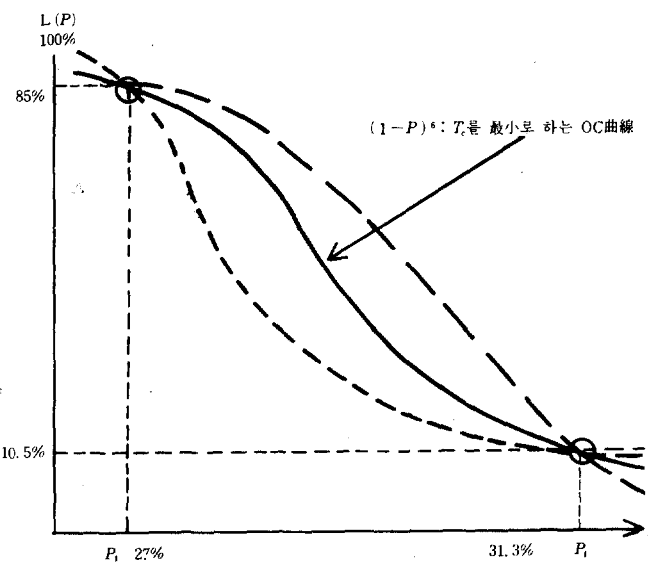
위 表에서 보듯이 $n=6$일때 $T_c=\$$ 34.45로서 最小費用이 되므로 $(n, P_0)=(6, 5\%)$가 最適샘플링計劃이 될 것이다.

또한 L. C. M의 그래프는 다음과 같으므로 n에 대해 T_c의 最小値는 유일하게 存在한다. 즉 費用함수식은 uni-model이다(〈Fig 3〉참조).



〈Fig 3〉 α, β-risk가 모두 비용화된 비파괴 검사의 비용함수 그래프

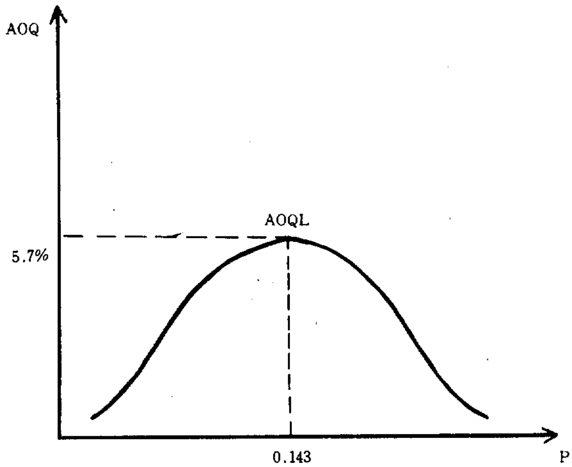
이 費用函数式에서 각 費用要素에 따른 최적샘플링갯수는 A_c, I_c가 일정하고 R_c가 증가할 경우 α-risk를 작게 하기 위하여 n이 감소하며 또, A_c, R_c가 일정하고 I_c가 증가할 경우 檢査費用을 작게 하기 위하여 n이 감소한다. 반면 I_c, R_c가 일정하고 A_c가 증가할 경우, β-risk를 작게 하기 위하여 n이 증가하게 된다. 위에서 최적샘플링계획 $(n, P_0)=(6,5\%)$에서 α, β-risk는 각각 15%, 10.5%가 된다. 즉 수 많은 OC曲線중 다음과 같은 OC曲線이 最適OC曲線이 된다(〈Fig 4〉참조).



〈Fig 4〉 α, β-risk가 모두 비용화된 비파괴 검사의 OC곡선

이때 $L(P)=(1-P)^6$이므로 이것은 매우 判別力이 좋은 OC曲線을 이룬다. 또한 AOQ(平均出檢品質)는 $P \cdot L(P)=P(1-P)^6$이고, $dAOQ/dp=(1-P)^5 \times$

$(1-7P)=0$로 놓으면 $P=\frac{1}{7}=0.143$일때 $AOQL=\frac{1}{7}(1-\frac{1}{7})^6=0.057=5.7\%$가 된다. 이것을 그래프로 나타내면 다음 〈Fig .5〉와 같다.

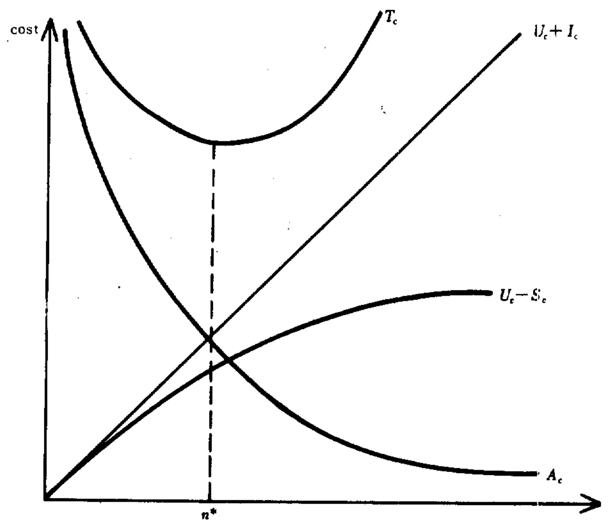


〈Fig 5〉 α, β-risk가 모두 비용화된 비파괴 검사의 AOQ곡선

즉, 이 検査를 통과한 로트의 平均不良率은 5.7%를 초과하지 아니한다.

(2) 파괴検査모델의 解

이 경우도 비파괴의 경우와 동일한 方法으로 계산하였으며 이때의 総費用函数式도 uni-model로서 最小値는 유일하게 存在한다(〈Fig 6〉참조).



〈Fig 6〉 α, β-risk가 모두 비용화된 비파괴 검사의 비용함수 그래프

각 n에 대한 費用의 結果値는 다음 〈Table 3〉과 같다.

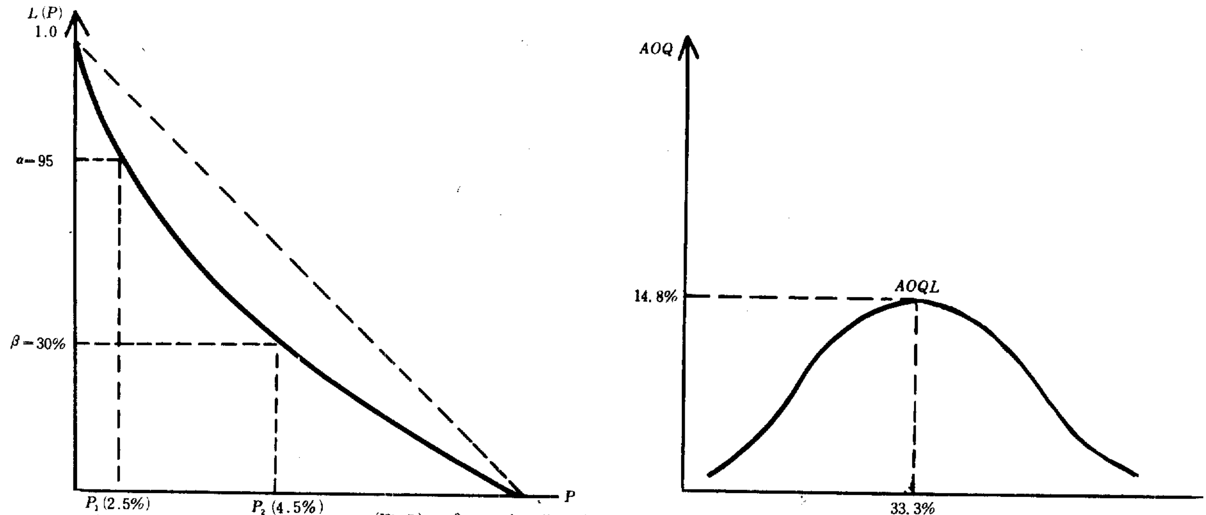
〈Table 3〉 α, β-risk가 모두 비용화된 파괴검사의 총검사비용

$U_c=\$5$, $I_c=\$10$, $S_c=\$3$, $A_c=\$5$, $P_0=0.05$, $N=100$

$T_c=(U_c+I_c)n+(U_c-S_c)(N-n)P_P+A_c(N-n)P\cdot P_a$, $f(p)=1$ ($\alpha=\beta=1$인β 분포)

n	N-n	L(P)	$P\cdot P_a$	$\alpha(P_P)$	β	$(U_c+I_c)n$	$(U_c-S_c)(N-n)P_P$	$A_c(N-n)P\cdot P_a$	T_c
0	100	1	$\frac{1}{2}$	0	1.0	0	0	250	250
1	99	$(1-P)^1$	$\frac{1}{6}$	0.025	0.475	15	4.95	83	102.95
2	98	$(1-P)^2$	$\frac{1}{12}$	0.05	0.30	30	9.30	41.0	80.8
3	97	$(1-P)^3$	$\frac{1}{20}$	0.075	0.214	45	14.55	24.3	83.85
4	96	$(1-P)^4$	$\frac{1}{30}$	0.10	0.163	60	19.20	16.0	95.2
5	95	$(1-P)^5$	$\frac{1}{42}$	0.125	0.129	75	23.75	11.3	110.05
6	94	$(1-P)^6$	$\frac{1}{56}$	0.15	0.105	90	28.2	8.4	126.6
7	93	$(1-P)^7$	$\frac{1}{72}$	0.175	0.087	105	32.55	6.5	140.55
8	92	$(1-P)^8$	$\frac{1}{90}$	0.20	0.074	120	38.80	5.1	163.9
9	91	$(1-P)^9$	$\frac{1}{110}$	0.215	0.063	135	39.13	4.1	178.23

이상의 결과에서 $n=2$, $P_0=0.05$일때 $T_c=\$80.8$로서 最小費用이 된다. 즉 $\alpha=0.05$, $\beta=0.30$일때 最適샘플링計劃이 結定된다. 이때 $L(P)=(1-P)^2$으로 OC곡선은 2차함수식이 된다. 또한 $AOQ=P\cdot L(P)=P(1-P)^2$이고 $dAOQ/dp=(1-P)(1-3P)=0$에서 $P=1/3$일때 $AOQL=14.8\%$이다(Fig. 7 >참조)



〈Fig 7〉 α, β-risk가 모두 비용화된 파괴 검사의 OC곡선과 AOQ곡선

또한 각 費用要素의 変化에 따른 最適샘플수의 변화를 보면 $U_c - S_c$, 혹은 $U_c + I_c$가 증가하면 α-risk를 줄이는 방향으로, 즉 n이 감소하며 A_c가 증가하면 β-risk를 적게 하는 방향으로, 즉 n이 증가한다.

2. β-risk가 定해지고 α-risk만 費用化된 L. C. M.의 解

(1) 비파괴検査모델의 解

여기서는 工程平均不良率 $\bar{P}$의 点推定을 가정하고 要求品質水準 LTFD(P_t)와 이에 対応하는 β-risk를 적절한 合格水準으로 정해주고 Poisson table을 이용하여 이 條件을 만족하는 (n, P_0)의 組合을 찾아 이 組合중에서 α-risk만이 費用化된 総費用函数式을 最小로 하는 것을 찾으면 이것이 바로 最適샘플링計劃이 된다.

이때의 계산식을 보면 Poisson table을 이용하기 위해 不良率 P를 Poisson-分布로 approximation하고, α에 対応하는 要求品質水準을 P_1, β에 対應하는 要求品質水準을 P_2라고 하면,

$$\alpha = 1 - \sum_{d=0}^{nP_0} \frac{e^{-nP_1}(nP_1)^d}{d!}, \quad \beta = \sum_{d=0}^{nP_0} \frac{e^{-nP_2}(nP_2)^d}{d!}$$

이 되며 불량률 P인 로트의 平均合格確率은,

$$P_a = \sum_{d=0}^{nP_0} \frac{e^{-n\bar{P}}(n\bar{P})^d}{d!}$$

이 된다.

L. C. M은,

$$T_c = n + (N-n)(1-P_a) + P[n + (N-n)(1-P_a)]$$
$$= (P+1)[n + (N-n)(1-P_a)]$$

로 간단히 되며 LTFD$(P_2) = 0.1$, $\beta = 10\%$로 정했을 때 이 條件을 만족하는 (n, P_0)의 組合은 다음〈Table 4〉와 같다.

〈Table 4〉 α, β-risk만이 비용화된 비파괴 검사의 총검사비용.

$I_c = \$1.0$, $R_c = \$1.0$, $\bar{P} = 0.02$, $P_1 = 0.01$, $N = 100$

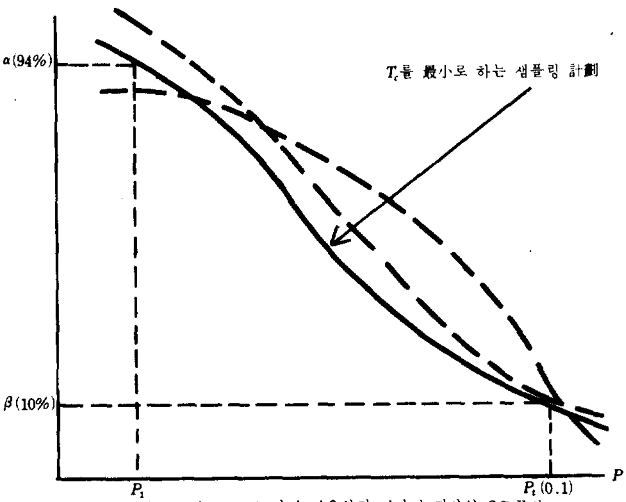
d	$\lambda = nP_2$	(n, P_0)	$\lambda' = n\bar{p}$	P_a	$(N-n)(1-P_a)$	$(P+1)[n+(N-n)(1-P_a)]$
0	2.3	(23,0)	0.46	0.632	28.3	52.3
1	3.9	(39,0.026)	0.78	0.816	11.2	51.2
2	5.3	(53,0.038)	1.06	0.908	4.30	58.5
3	6.7	(67,0.045)	1.34	0.953	1.6	70.0
4	8.0	(80,0.050)	1.60	0.976	0.5	82.1
5	9.3	(93,0.053)	1.86	0.988	0.02	94.9

위 表에서 보듯이 $(n, P_0)=(39, 0.026)$일때가 최적 샘플링계획이 된다. 이 때 α-risk는,

$$\alpha=1-\sum_{d=0}^{1}\frac{e^{-3.9}(3.9)^d}{d!}=0.06=6\%$$

가 된다.

이것은 $\beta=0.1$, $P_t=0.1$을 만족하는 OC曲線중 T_c를 最小로 하는 OC曲線은 $(n, P_0)=(39,\ 0.026)$일 때, 즉 $\alpha=6\%$일 때가 된다(〈Fig 8〉참조).

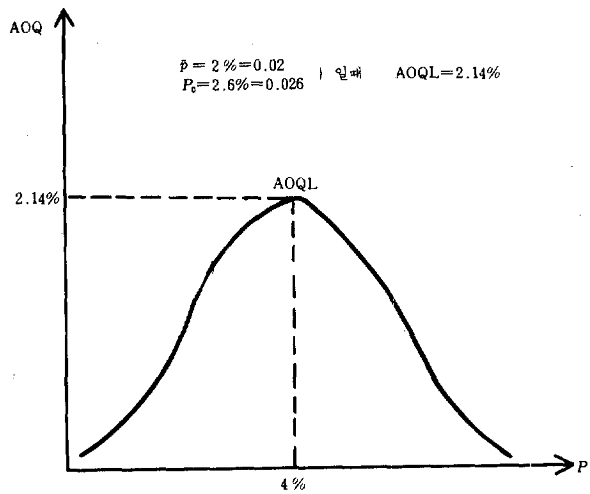


〈Fig. 8〉 α-risk 만이 비용화된 비파괴 검사의 OC 곡선

이때 AOQ의 계산表는 다음〈Table 5〉와 같다(〈Fig. 9〉참조).

〈Table 5〉 α-risk만이 비용화된 비파괴 검사의 AOQ계산

P(%)	$\lambda=39P$	L(P)	P×L(P)
0	0	1.00	0
1	0.39	0.940	0.94
2	0.78	0.815	1.63
3	1.17	0.670	2.01
4	1.56	0.536	2.14
5	1.95	0.420	2.10
6	2.34	0.328	1.97
7	2.73	0.246	1.72
8	3.12	0.184	1.47
9	3.51	0.136	1.22
10	3.90	0.100	1.00



〈Fig 9〉 α-risk만이 비용화된 비파괴 검사의 OC 곡선

(2) 파괴検査모델의 解

이것은 비파괴검사와 同一한 방법이다.

L.C.M은,

$$T_C=(U_C+I_C)\,n+(U_C-S_C)(N-n)P_P(=\alpha)$$

이며 $\mathrm{LTFD}(P_2)=0.1$, $\beta=10\%$로 정했을 때•이 條件을 만족하는 (n, P_0)의 組合은 다음〈Table 6〉과 같다.

〈Table 6〉 α-risk만이 비용화된 파괴검사의 총검사 비용

$I_C=\$5$, $U_C=\$10$, $S_C=\$3$, $\bar{P}=0.02$, $P_1=0.01$, $N=100$							
d	$\lambda=nP_2$	$(n,\ P_0)$	$\lambda'=n\bar{P}$	$P_P(=\alpha)$	$(U_C+I_C)\,n$	$(U_C-S_C)(N-n)$	T_C
O	2.3	(23.0)	0.46	1 −0.79	345	113.2	457.2
1	3.7	(39, 0.026)	0.78	1 −0.94	585	25.6	610.6
2	5.3	(53, 0.038)	1.06	1 −0.984	795	5.3	800.3
3	6.7	(67, 0.045)	1.34	1 −0,995	1005	1.2	1006.2
4	8.0	(80, 0.050)	1.60	1 −0,999	1200	0.14	1200.14
5	9.3	(93, 0.053)	1.86	1 −1.0	1395	0	1395

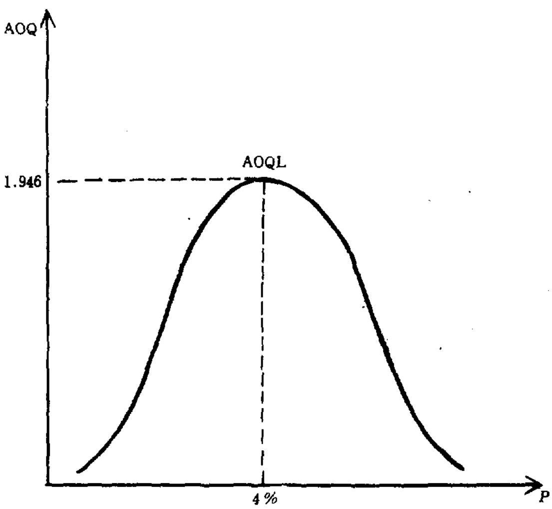
위 表에서 보듯이 $(n, P_0)=(23, 0)$ 일 때 最適샘플링計劃이 된다. 이 때,

$$\alpha=\sum_{d=0}^{0}\frac{e^{-2.3}(2.3)^{d}}{d!}=0.1=10\%$$

가 된다. AOQ계산表는 다음〈Table 7〉과 같다 (〈Fig10〉 참조).

〈Table 7〉 α-risk만이 비용화된 파괴검사의 AOQ계산

로트불량율 P(%)	λ=23p	L(p)	PxL(p) (%)
0	0	1.00	0
1	0.23	0.80	0.8
2	0.46	0.638	1.28
3	0.96	0.497	1.5
4	0.72	0.485	1.94
5	0.95	0.389	1.935
6	1.18	0.301	1,806
7	1.41	0.247	1,728
8	1.64	0.190	1.52
9	1.87	0.155	1,395
10	2.10	0.120	1.2



〈Fig10〉 α-risk만이 비용화된 파괴 검사의 AOQ곡선

V. 結論

計数규준형 1회샘플링検査方式에서와 같이 α, β를 임의로 정하여 주거나 혹은 「닷지-로믹」시스템 처럼 단지 検査費用만이 최소화가 되도록 α, β를 決定하여 주는 方法으로 샘플링計劃을 설계할 것이 아니라 앞에서 定立한 모델을 이용함으로써 α, β를 적절히 費用化 하여주고 또 기타 요구품질수준이 만족되는 條件하에서 総費用函数를 最小化하도록 OC곡선을 決定하여 주는 것이 바람직함을 알았다.

결국은 OC곡선상에서 α, β-risk를 어떻게 충분히 費用으로써 고려하여 反映시키는가의 문제이다.

여기서 α, β-risk를 모두 費用化하고 기타 要求品質水準을 費用化한 総費用函数를 만들 수 있다면 α, β를 事前에 정하여 주거나 요구품질수준을 정해 주지 않고 직접 총비용함수를 최소로 하는 OC곡선을 결정해 주는 α, β를 찾으면 될 것이다. 그러나 현실적으로 α, β를 모두 費用化하는 것은 불가능 하거나 애로점이 따른다. 특히 β-risk의 cost化는 여러가지 제약을 갖고 있다. 따라서 이러한 경우는 α나 β-risk 中 어느 하나 定해주고 나머지 하나를 cost化하여 総費用函数를 만들고 미리 주어진 α-risk나 β-risk를 만족하는 OC曲線중 総費用函数 G를 最小化하는 α-risk나β-risk를 찾아내면 OC곡선의 決定, 즉 最適샘플링検査方式이 決定될 것이다.

本 論文에서는 이러한 方法으로 最適샘플링計劃을 찾아내는 것을 図表를 利用하여 例示하는데 그쳤으나 이에 대한 解析的인 解法이 앞으로 研究되어야 할 것이다.

References

(1) Mandelson, J., "Sampling plans for destructive or expensive testing", Industrial quality control, Mar., 1967.

(2) Pfanzagl, J., "Sampling procedure based on prior distribution and costs", Technometrics, Vol. 5, No. 1, Feb., 1963.

(3) Martin, G. A., "The cost breakeven point in attribute sampling", Industrial quality control, Sep., 1964.

(4) Smith, B. E., "The economics of sampling inspection", Industrial quality control, Mar., 1965.

(5) Guenther, W. C., "On the determination of single sampling attribute plans based upon a linear cost model and a prior distribution", Technometrics, Vol. 13, No. 3, Aug., 1971.