

經濟的 檢査方式의 採択을 위한 計量的 接近方法의 類型과 그 特徵의 比較

(A Study on the Mathematical Models for determining the Economic Inspection Plan and It's Characteristics)

李 相 鎔*

Abstract

There are many kinds of the mathematical models which are developed for choosing the economic inspection plan. The aim of this paper is to classify these mathematical models, and to examine their characteristics.

The mathematical models for choosing the economic inspection plan can be classified into three groups. The first of it is the break-even analysis, the second group of the model is to choose the inspection plan so as to minimize total sampling inspection cost function, and the third group of it is the model to choose the inspection plan which maximize the profit function of the sampling inspection.

As a result of examining the characteristics of this classified group of the models the model to choose the inspection plan which minimize total sampling inspection cost is more economical than the other models.

1. 序 言

現在 一般的으로 行하여 지고 있는 샘플링 檢査方法은 合格品質水準 AQL, 生産者危險 α 와 消費者危險 β 에 對한 로트不良率 P_0 , P_1 , 出檢品質限界 AOQL 또는 로트許容不良率 LTPD 등의 값을 決定하므로서 決定된다. 그런데 이들 값을 決定하기 위한 一義的 定量的方法이 아직 確立되어 있지 않기 때문에 生産者나 消費者에 의해 實用性和 經濟性を 考慮하여 經驗的으로 決定되고 있는 경우가 많다.

뿐만 아니라 이들값의 決定은 原來 主觀的인 것으로서 主觀的으로 決定된 이들 값에 의한 샘플링 檢査方法이 過然 最良의 것이 되있는 지는 保障할수가 없다. 따라서 좀더 客觀的인 方法으로 이것을 決定하고자 하는 方法이 여러가지로 研究되고 있다.

檢査를 할것인가 또는 안 할것인가 하는 것은 經濟性的인 問題로서 이것은 費用을 考慮하여 解決하지

않으면 안된다. 即 檢査를 하는 경우의 收入이 檢査에 投入된 費用보다 큰 경우에는 檢査를 하는 편이 有利하며 그렇지 않은 경우에는 檢査를 하지 않는 편이 有利하게 된다.

그러나 이러한 觀點에서 問題를 解決하고자 하는 경우 어떠한 費用을 考慮하는가, 그리고 그것을 어떻게 決定하는가 하는 등의 問題때문에 그렇게 容易하지만은 않다.

따라서, 本稿에서는 지금까지 發表된 經濟性的인 觀點에서 最適의 檢査方式을 計量的으로 求하는 方法을 類型別로 分類하고 그의 接近(Approach) 및 思考方法의 特徵을 比較하여 보고, 이들 方法中 主流를 이루고 있는 샘플링 檢査의 費用函數를 極少化하는 方法과 Dodge-Romig 샘플링方式과의 關係를 比較하여 보고자 한다.

2. 經濟的 檢査方式의 決定을 위한 計量的 接近方法의 類型.

(1) 檢査의 損益分岐分析에 의한 方法

檢査를 實施하느냐 안 하느냐 하는 것은 經濟的理由에 의하는 경우가 많다. 따라서 物品中 不良品이 매우 적다고 推定되는 경우에는 無檢査, 그리고 不良品이 매우 많다고 推定되는 경우에는 全數檢査를 實施하게 되는 것이 一般的이다. 이와 같이 로트의 不良率과 經濟性을 考慮하여 檢査의 實施如否를 計量的으로 判斷하는 方法을 檢査의 損益分岐分析이라고 말하고 있다.

이제 이러한 檢査의 損益分岐分析方法에 對한 思考方法을 理解하기 위하여 여기에 使用하는 記號를 다음과 같이 定義하면.

\bar{P} : 로트의 平均不良率

I : 檢査하고자 하는 物品數에 比例하는 個當 檢査費用.

N : 로트의 크기

D : 不良品이 混入된 로트가 次工程에 흐름으로 因하여 發生하는 個當損失

全數檢査를 行하는 경우의 利益은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

全數檢査의 利益 = 無檢査時의 費用(損失) - 全數檢査의 費用 = $N \cdot \bar{P} \cdot D - N \cdot I$ —— (1)

여기서 無檢査時의 費用(損失)은 로트의 平均不良率 \bar{P} 에 比例하여 增加하지만 全數檢査의 費用은 로트의 平均不良率 \bar{P} 에 關係없이 一定하다. 따라서 이 2個의 費用曲線의 交叉點에서의 로트의 平均不良率을 求하기 위하여.

$$N \cdot \bar{P} \cdot D - I \cdot 1 = 0$$

으로 놓고 \bar{P} 를 求하여 보면

$$\bar{P} = \frac{I}{D} = P_0 \text{ —— (2)}$$

가 된다. 그리고 이 P_0 를 一般的으로 檢査의 損益分岐點(Break Even Point)이라고 말하고 있다.

以上的 關係를 圖示하면 (그림 1)과 같이 되며 (그림 1)에서

$\bar{P} < P_0$ 이면 無檢査

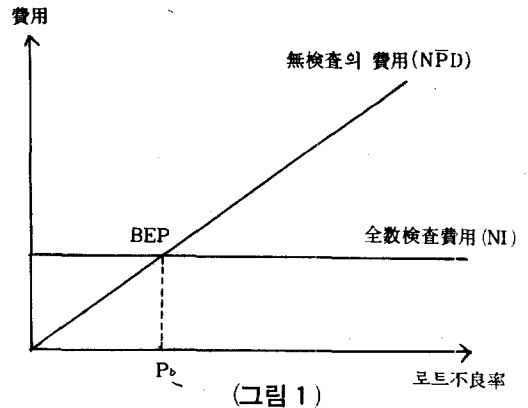
$\bar{P} \approx P_0$ 이면 샘플링 檢査

$\bar{P} > P_0$ 이면 全數檢査

가 有利하게 된다.

그러므로 P_0 가

正確하게 決定되고 또한



檢査할 로트의 不良率 P를 正確하게 推定할수만 있다면 無檢査로 할 것인가 또는 全數檢査로 할 것인가를 經濟性을 考慮하여 쉽게 判斷할수가 있다.

한편 檢査할 로트의 不良率이 P_0 보다 큰지 또는 적은지를 正確하게 알수 없는 경우 即 로트不良率 P_0 近處에 散布되어 있는 경우에는 샘플링 檢査를 實施하게 되며 이 경우에는 샘플링 檢査에 의하여 그 로트의 不良率을 推定하고 이것이 P_0 보다 큰가 또는 적은가를 判斷하는 것이 된다.

그런데 여기서 問題가 되는 것은 P_0 를 正確하게 求하기 위하여 D를 어떻게 求할 것인가 하는 것이며 따라서 D를 正確하게 求하기 위한 數學모델이 여러가지로 研究되고 있기는 하지만 모두가 限定된 條件下에서의 方法이 되고 있다. 다시 말하면 D의 內容은 實際로 需要와 生産能力과의 關係에 따라 매우 달라지기 때문에 需要가 生産能力을 上廻하는 경우 또는 需要가 生産能力을 下廻하는 경우 등의 限定된 前題條件下에서 數學모델이 設定되고 있다.

(2) 費用函數의 極少化에 의한 方法

지금까지 發表된 論文의 大部分은 몇가지 種類의 費用을 導入하여 샘플링 檢査의 費用函數를 定式化하고 이 費用函數를 極少化하는 檢査方式을 決定하고자 하는 것이 었다. 그리고 여기에 考慮된 費用은 個當檢査費 I, 不合格로트의 個當選別費 H, 合格로트에 混入된 不良品으로 因한 個當損失 D 등이다.

또한 費用函數를 導入하는 경우에 있어서는 (1) 不合格로트選別의 立場을 取한 것과 (2) 返却 또는 棄却의 立場을 取하고 있는 것이 있다. 그리고 不合格로트返却의 立場을 取하고 있는 것에는 需要者가 사고 싶는데도 不合格으로 返却시키는 것이 되기 때문에 不合格로트 中에 包含되는 良品을 使用하지 못함

으로 인한 個當損失 R 를 導入하고 있다. 棄却의 立場을 取하고 있는 것은 R 과 同一한 棄却損 R' 을 導入하고 있다.

여기서의 R 의 評價는 매우 어렵다. 例를 들면 部品를 購入하여 組立하는 경우 이 部品의 在庫가 없으면 生産을 中止하지 않으면 안 되기 때문에 이 경우 R 의 값은 매우 크지만 在庫가 充分히 있으면 R 의 값은 별것이 아니다. 한편 修理費用을 考慮하고 있는 것도 있다.

費用函數의 大部分은 (1) 檢査費用 (2) 로트가 不合格 되기 때문에 發生하는 損失(選別費 또는 返却損, 棄却損 등) 및 (3) 合格로트에 不良品이 混入되므로서 發生하는 損失의 和가 된다.

그리고 費用函數를 定式化함에 있어서는 過去의 品質情報(로트不良率의 分布)를 利用하는 경우 그만큼 情報量이 많기 때문에 經濟的인 設計가 可能해진다. 그렇기 때문에 이 方法의 大部分은 過去의 実績으로부터 여러가지로 로트不良率의 事前分布(Priori-distribution)를 假定하고 接近하는 方法을 採하고 있다. 例를 들면 Sitting⁽¹⁾ 은 Beta 分布로, Hajime⁽²⁾ 는 Gamma 分布로, Hald⁽³⁾ 는 포리아의 分布로, 田口⁽⁴⁾ 는 正規分布로 各各 로트不良率의 事前分布를 假定하고 있다.

(3) 利益函數의 極大化에 의한 方法

샘플링 檢査의 費用函數를 導入하는 경우 만일 売上高(또는 需要)가 一定한 경우에는 費用을 最少로 하는 것이 經濟的인 意味에서 最適의 檢査方式이 되겠지만 需要가 生産能力을 上廻하고 있는 경우에는 受入 檢査方式을 달리 함에 따라 売上高도 달라지게 되며 利益最大의 解와 費用最少의 解가 반드시 一致하지 않게 된다.

그렇기 때문에 利益은 売上高와 費用의 差가 된다 는 關係로부터 샘플링 檢査의 利益函數를 定式化하여 利益을 最大로 하는 檢査方式(全數檢査, 샘플링 檢査 또는 無檢査등)을 求하고자 하는 方法⁽⁵⁾도 發表되어 있다.

利益函數를 導入함에 있어서 考慮하고 있는 諸條件과 各種과라메타(Parameter)의 主된 것에는 다음과 같은 것이 있다.

諸條件:

가. 製品에 對한 需要가 生産能力을 上廻 또는 下廻하는지의 與否

나. 受入品中에 있는 不良品을 加工后에 있어서도 納入者에게 返却할수 있는지의 與否

다. 加工不良品の 재손질(再作業)이 可能한지의 與否.

各種과라메타:

가. 販賣單價

나. 受入品 및 部品(또는 材料)의 購入單位

다. 檢査費用

라. 變動加工費

마. 受入品の 로트不良率의 分布

그런데 샘플링 檢査의 利益函數와 前述한 費用函數 사이에는 다음과 같은 興味있는 關係가 있다⁽⁶⁾.

$$\text{샘플링 檢査의 利益函數} = (\text{無檢査의 費用函數}) - (\text{샘플링 檢査의 費用函數})$$

여기서 만일 無檢査의 費用函數가 一定하다면 샘플링 檢査의 利益函數를 極大化하는 것이나 샘플링 檢査의 費用函數를 極少化하는 것은 同一한 結果가 된다. 即 費用函數를 極少化하는 方法과 利益函數를 極大化하는 方法은 마찬가지로 된다.

3. 費用函數極少化方法과 Dodge-Romig 샘플링 方式의 比較

Dodge-Romig의 샘플링 方式은 AOQL의 制限條件下에 平均檢査量(또는 費用)을 最少로 하고자하는 것으로서 이것은 經濟性을 考慮한 샘플링 方式이라 할 수 있다. 따라서 本節에서는 이러한 Dodge-Romig의 샘플링 方式과 經濟的 檢査方式의 採択을 위한 計量的 接近方法中 主流가 되고 있는 샘플링 檢査의 費用函數를 極少化하는 方式과의 關係를 比較하여 브리기로 하겠다.

Hamaker⁽⁶⁾⁽⁷⁾와 그밖의 많은 사람들은 샘플링 檢査의 費用函數 K 를 다음과 같은 式으로 나타내고 있다.

$$K = I \cdot n + H(N-n) \{1 - L(p)\} + D(N-n)P \cdot L(P) \quad (3)$$

여기서 N: 로트의 크기

n: 샘플의 크기

P: 로트不良率

H: 選別費用 / 個

I: 檢査費用 / 個

D: 不良品混入으로 인한 損失 / 個

L(P): 不良率 P 의 로트가 合格될 確率

한편 Dodge-Romig는 平均檢査量 ATI를 다음과 같은 式으로 求하고 있다

$$ATI = n + (N - n) \{ 1 - L(P) \} \quad \text{--- (4)}$$

그런데 (4)式은 (3)式에서 $I=H=1$ 이라고 보는 경우 (3)式의 第1項과 第2項의 和와 같아진다.

또한 Dodge-Romig는 制約條件으로서 一安한 값 AOQL를 다음의 (5)式으로 주고 있으며.

$$AOQL = \max \{ P \cdot L(P) \} \quad \text{--- (5)}$$

(5)式을 滿足시키는 몇가지의 (n, c) 의 組合中에서 (4)式의 ATI가 最少가 되는 (n, c) 의 組合을 最適의 샘플링方式으로 하고 있다.

이에 對하여 (3)式은 (4)式에다 合格로트에 對한 損失 即 $D'(N-n)P \cdot L(P)$ 를 더한 것으로서 이 (3)式을 最少로 하는 (n, c) 의 組合을 求하고자 하는 것이다 (여기서 D' 은 D/I 를 意味한다). 그런데 合格로트에 對한 不良品의 混入損失 $D(N-n)P \cdot L(P)$ 는 AOQ의 函數가 되고 있기 때문에 費用函數의 式인 (3)式과 Dodge-Romig方式의 式인 (4) 및 (5)式과는 類似하다고 할수 있다.

(3)式에서는 로트의 不良率 P 를 不變의 것으로 取扱하고 있으나 Sitting⁽¹⁾과 그밖의 많은 사람들이⁽²⁾⁻⁽⁸⁾ 생각한 것처럼 로트不良率의 事前分布 $\phi(P)$ 를 考慮하고

$$K \int_0^1 (P) dp = K' \quad \text{--- (6)}$$

라고 한다면 샘플링檢査의 費用函數는 다음과 같이 된다.

(表 1)

區 分	N	P_0	K	AOQ (%)	P (%)	n	C	ATI
費用函數方式	500	0.015	1	0.84	1.0	33	1	62.5
Dodge-Romig方式	500	-	-	0.85, AOQL(1.0)	1.0	70	1	135
費用函數方式	1000	0.04	1	1.61	2.2	55	3	138.2
Dodge-Romig方式	1000	-	-	1.94, AOQL(2.0)	2.2	90	3	200.0
費用函數方式	500	0.04	2	2.37	3.0	33	2	85.2
Dodge-Romig方式	500	-	-	2.61, AOQL(3.0)	3.0	42	2	102.1

(表 1)에서 K는 Gamma分布에 있어서의 定數로서 $K = (\frac{P}{\sigma_0})^2 = 1$ 로 計算하였으며 (여기서 σ_0 는 로트不良率P의 標準偏差) 또한 費用函數方式의 AOQ는 $\int_0^1 P \cdot L(P) \phi(P) dp$ 로, Dodge-Romig方式의 AOQ는 $P \cdot L(P)$ 로 各各 計算하였다.

(表 1)에서 볼수 있는 바와 같이 로트不良率의 事前分布를 考慮하지 않은 Dodge-Romig의 샘플링方

$$K' = I \cdot n + H(N-n) \int_0^1 \{ 1 - L(P) \} \phi(P) dp + D(N-n) \int_0^1 PL(P) dp \quad \text{--- (7)}$$

위 (7)式은 (3)式에 對하여 로트不良率의 事前分布 $\phi(P)$ 를 考慮한 샘플링方式의 經濟的인 設計方法을 對하여 본 것이라 하겠다. 그런데 이 方法에 對하여 Hamaker⁽⁹⁾는 다음과 같이 말하고 있다. “ $\phi(P)$ 로부터 생각하여도 알수 있는 바와 같이 AOQL은 實際로 나오는 AOQ보다 큰 것이 된다. 그렇기 때문에 이 AOQL를 基礎로 하여 (n, c) 를 決定한다는 것은 너무나 悲觀的인 것이며 實際로 必要로 하는 것보다도 큰 試料를 取하는 것이 되기 때문에 經濟性이 떨어지게 된다.”

이제 이것을 證明해 보기 위하여 샘플링檢査의 費用函數로부터 求한 샘플링方式과 이와 同一한 AOQ를 가지는 Dodge-Romig의 샘플링方式과의 (n, c) 및 平均檢査量 ATI를 比較하여 보기로 하겠다. 그런데 여기서 平均檢査量도 함께 比較하여 보는 理由는 同一의 AOQ를 保證하는 경우 問題가 되는 것은 (n, c) 뿐만이 아니라 平均檢査量 ATI도 問題가 되기 때문이다.

따라서 샘플링檢査의 費用函數 (7)式에 對하여 事前分布 $\phi(p)$ 가 Gamma分布가 된다고 假定하고 이 경우의 (n, c) 및 AOQ를 求하여 보고 이 샘플링方式과 同一한 N와 P를 가지며 위와 同一한 AOQ를 보증하는 Dodge-Romig 샘플링方式을 찾아서 平均檢査量 ATI를 計算하여 보면 그結果는 다음의 (表 1)과 같이 된다.

式에 比하여 不良率의 事前分布를 考慮한 샘플링方式이 n와 ATI가 모두 적게 나타나고 있다. 勿論 各各의 計算基礎가 相異한 兩者를 比較한다고 하는데에는 異論이 없지 않겠지만 經濟性을 考慮한 兩方式의 接近方法과 特性을 理解하는 데에는 큰 意義가 있다고 할수 있다.

4. 結 論

지금까지 發表된 經濟的인 檢査方式을 求하기 위한 여러가지 類型의 計量的 接近方式을 類型別로 大分하면 (1) 檢査의 損益分岐分析에 의한 方法 (2) 費用函數의 極少化에 의한 方法 (3) 利益函數의 極大化에 의한 方法의 3 가지로 나눌수 있으나 (2)와 (3)은 需要가 生産能力을 下廻하고 있는 경우에는 同一한 結果가 되며 또한 需要가 生産能力을 上廻하는 경우라 하더라도 無檢査의 費用函數가 一定하게 되면 結局 同一한 結果가 될 筈을 알수 있다.

經濟的인 檢査方式을 決定하기 위한 原型的 方法이라고 할수 있는 檢査의 損益分岐分析에 의한 方法에 있어서 問題가 되었던 것은 合格로트中에 混入되어 있는 不良品에 의한 個當損失 D 를 어떻게 定量的으로 正確하게 求하느냐 하는 것이나 需要가 生産能力을 上廻하는 경우 또는 需要가 生産能力을 下廻하는 경우등 비록 制限된 條件下에서의 모델이긴 하지만 費用函數에 의한 方法이 發展되므로서 D 를 定量的으로 正確하게 求할수 있게 되었고 따라서 이 方法은 經濟的인 檢査方式을 決定하는데 至大한 貢獻을 하게 되었다.

그리고 이와 같은 費用函數의 極少化에 의한 方法이 Dodge-Romig 方式 보다도 더욱 經濟的인 샘플링方式을 提供해 준다는 事實은 앞으로 이 方法을 좀더 一般화된 條件下에서 適用할수 있는 모델로 發展시킴이 要望된다는 것을 示唆해 주고 있다.

4. 田口, 經濟性を考慮した 抜取檢査の設計, 研究實用化報告, Vol. 7, No. 6, 通研, 1958.
5. 前野, 利益最大に基づく 受入檢査方式に関する一考察, 品質, Vol. 5, No. 2, 1975.
6. Hamaker, H. C., "Economic Principles in Industrial Sampling Problems; A General Introduction," Bulletin of the ISI, 33, Part 5, 1951.
7. Hamaker, H. C. "Some Basic Principle of Sampling Inspection by Attributes," Applied Statistics, 7, 1958.
8. Hamaker, H. C. (橫尾訳), 計數抜取檢査の實際 (第1部一般原則), 品質管理, Vol. 11, No. 10, 1961.

參考文獻

1. Sitting, J., "The Economic Choice of Sampling Systems in Acceptance Sampling", Bulletin of the ISI, 33, Part5, 1951.
2. Hajime Makiha, "On Coniderations and Tabulations for Some Sampling Inspection Plans by Attributes based on Priori Distribution," Bulletin of the Faculty of Engineering, Vol. 12, Yokohama National Univ., 1963.
3. Hald, A., "The Compound Hyper Geometric Distribution and a System of Single Sampling Inspection Plans based on Priori Distribution and Cost," Technometrics, Vol. 2, No. 3, 1960.