

四重積分에 의한 船舶推進軸系の 配置에 關한 研究

朴 泰 仁* · 李 玄 燦**

Alignment Calculation of Marine Engine Shafting System
by Quadruple Integration Method

Taein Park, Hyunyup Lee,

Abstract

Alignment of marine engine shafting generally implies a judicious slope alignment of supporting bearings in order to achieve acceptable values of bearing reactions and shaft stresses for all deformation conditions of hull.

Authors developed a computer program, which computes the bearing reaction forces, the bearing reaction influence numbers and etc, using quadruple integration method.

And the results of calculation for a 26,000 DWT steam container carrier were in good agreements with those of foreign shipyard. Also they introduced the optimization technique of slope alignment combined technical economic basis, and as a result of comparing characteristics of shafting in case of straight alignment with those in case of slope alignment, the latter was found to be much better than the former.

1. 序 言

船舶推進軸系の alignment에 관한 研究는 二次大戰 以後부터 서서히 시작되어 근간에는 그 基本的인 研究는 거의 完成되었으며 實際的 條件을 반영하는 方向으로 研究가 계속되고 있는 실정이다.

從來의 베어링中心들이 一直線上에 있는 直線配列(straight line alignment)에 있어서는 各種 베어링荷重의 異常分布로 인하여 船尾管의 마멸, 베어링의 破損, 감속차의 損傷, 軸의 whirling 등이 야기되어 왔었다. 이러한 現象

들은 各 베어링을 올리거나 내림으로써, 即 傾斜配列(slope alignment)로 함으로써 줄일 수 있으며, 그 크기는 시행착오법(trial and error method)이나 最適化技法(optimization technique)으로 定하게 된다.

베어링反力 및 反力影響係數는 3-moment theory, 유한요소법, 전달행렬법, quadruple integration method 등에 의해 計算되는데 本 研究에서는 quadruple integration method로 實用目的에 利用될 수 있는 計算프로그램을 개발하였으며 實船에 대해 計算, 比較하여 보았다.

또한 이를 土台로 軸系の 傾斜配列에 있어서 最適化技法의 導入을 시도하여 보았다.

* 正會員, 韓國船舶研究所 船用機械研究室 ** 韓國船舶研究所 船用機械研究室

2. 베어링反力 및 反力影響係數의 計算

軸系를 解析하기 위해서는 우선 베어링反力의 作用點을 決定해야 한다. 이에 關한 研究은 아직도 未비된 실정이나 一般적으로 베어링길이의 1/2, 또는 1/3되는 點으로 定한다. 그러나 船尾管과 같이 比較的 긴 베어링에 대해서는 베어링의 끝에서 베어링의 直徑만큼 떨어진 點을 擇하는 수도 있으며, 좀 더 正確한 解析을 위해서는 여러 點을 擇하는 수도 있다.

2.1 計算方法

보에 있어서 처짐량과 荷重과는 다음과 같은 關係式이 成立된다.

$$\frac{d^4\delta}{dx^4} = \frac{W}{EI} \dots\dots\dots(2.1)$$

E ; 彈性係數

I ; 단면 2차모멘트

δ ; 처짐량

W ; 荷重

x ; 보의 길이方向으로의 座標

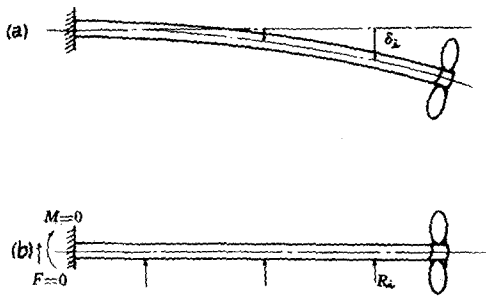


그림 2.1 Quadruple integration method의 基本개념도

軸系를 한 쪽 端이 固定되어 (fixed)있고 다른 支點이 없는 外팔보로 가정하고 W 를 軸系의 自重으로 하여 (2.1)式을 4번 積分하면 그림 2.1(a)에 表示된 것과 같은 처짐량 δ 를 얻게 된다. 그런데 支點이 있었던 點에서 外力을 適當히 加하면 그림 2.1(b)와 같이 이 外팔보는 兩

端에서 境界條件을 滿足시키면서 支點이 있었던 點에서 定하는 처짐량을 求하게 되는데 結局 이 外力들이 베어링反力이다. 이 方法은 다음과 같다.

그림 2.2(a)와 같이 自重이 없고 B 點에 單位荷重을 받는 外팔보를 考慮하면 전단력 F , 彎矩 모멘트 M 은 그림 2.2(b),(c)와 같이 되고 變形되었을 때의 直線 AB 를 基準軸으로 하면 傾斜角 θ 와 처짐량 δ 는 그림 2.2(d),(e)와 같이 된다.

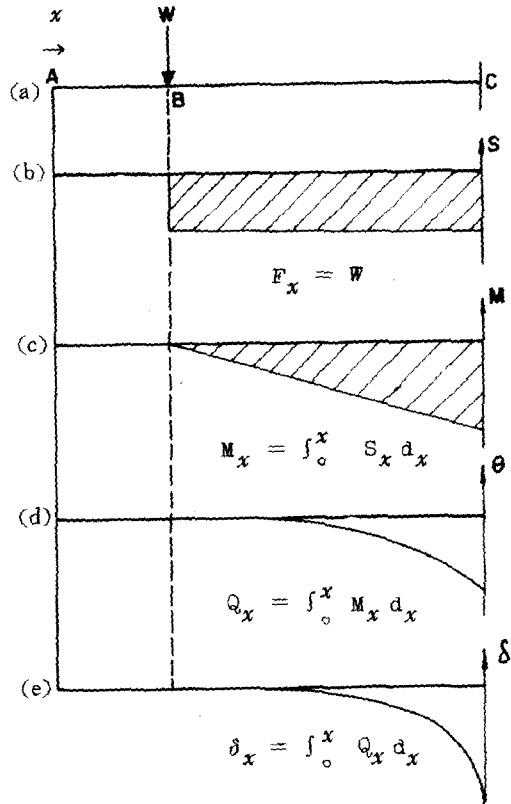


그림 2.2 하중, 모멘트, 전단력 및 처짐곡선도

또한 支點 j (j 번째 베어링反力의 作用點)에 單位荷重을 作用시켰을 때 支點 i 에서의 처짐량을 d_{ij} 라 하고, 그림 2.3과 같이 A 點에서의 처짐량은 d_0 , 傾斜角을 θ_0 라 하면 各 支點에 作用하는 힘과 처짐량간에는 다음 式이 成立된다.

$$\delta_i = \delta_0 + \theta_0 x_i + \sum_{j=1}^n d_{ij} R_j \dots\dots\dots(2.2)$$

- x_i ; A點에서 支點 i 까지의 距離
- R_j ; 支點 j 에 作用하는 힘
- k ; 支點의 個數
- δ_i ; 支點 i 의 처짐량

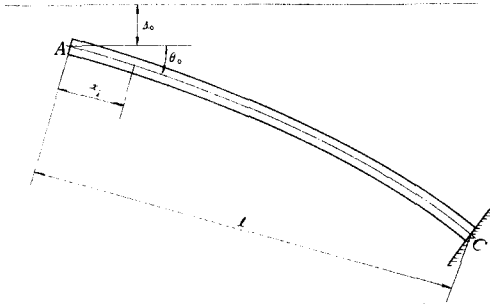


그림 2-3 기준선으로부터의 처짐량

또한 實際軸系에 있어서는 兩端이 自由(free)이므로 C點에 다음과 같은 自由條件을 주어야 한다.

$$\sum_{i=1}^k R_i = 0 \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

$$\sum_{i=1}^k R_i(l-x_i) = 0 \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

(2.2)式, (2.3)式, (2.4)式을 行列式으로 表現하면 (2.5)式로 된다.

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & d_{11} & \dots & d_{1k} \\ 1 & X_2 & d_{21} & \dots & d_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_k & d_{k1} & \dots & d_{kk} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & X_1 & \dots & X_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_0 \\ \theta_0 \\ R_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ R_k \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

(2.5)式에서 $(k+2) \times (k+2)$ 行列의 逆行列을 K 行列이라 하면 (2.6)式과 같이 表示할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta_0 \\ \theta_0 \\ R_1 \\ \vdots \\ R_k \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

다음에 (2.1)式에 代入하여 自重에 의한 처짐상태를 구하고 各支點에서 원하는 처짐량과의 差를 (2.6)式에 代入하여 베어링反力과 Δ_0, θ_0 를 구한다. 또한 固定端에서의 전단력과 굽힘모멘트가 0이 되도록 R_1 과 R_k 를 (2.7)式, (2.8)式과 같이 調整한다.

$$\left. \begin{aligned} R_a + R_b &= -F_e \\ (l-x_1)R_a + (l-x_k)R_b &= -M_e \end{aligned} \right\} \quad (2.7-1)$$

式(2.7-1)로부터

$$\left. \begin{aligned} R_a &= \frac{-M_e + (l-x_k)F_e}{x_k - x_1} \\ R_b &= \frac{M_e - (l-x_1)F_e}{x_k - x_1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.7-2)$$

로 된다.

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_1' + R_a \\ R_k &= R_k' + R_b \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

但, F_e 와 M_e 는 固定端에서의 전단력 및 굽힘모멘트이고 R_1', R_k' 은 (2.6)式에서 구한 R_1 및 R_k 이다.

위에서 구한 값들을 다시 (2.1)式에 代入하여 처짐량을 구한다. 이런 方法으로 모든 支點이 원하는 처짐량을 갖게 되고, 固定端에서의 전단력과 굽힘모멘트가 無視할 수 있을 정도로 될 때까지 反復하여 베어링反力을 구한다. 그런데 실제 배가 운항중에는 軸系가 프로펠러에 의한 推力의 편심작용에 의해 굽힘모멘트 M_p 가 걸리게 되므로 固定端에서의 전단력은 0이 되도록 굽힘모멘트는 M_p 가 걸리도록 反復한다.

以上の 過程을 다음과 같이 電算프로그램화 하였다.

軸系의 처짐상태를 不連續點(베어링支持點, 集中荷重의 作用點, 軸徑의 變化가 있는 곳)等에는 station을 두어 구간을 나누어 計算했다. 不連續點이 아니더라도 그 位置에서의 처짐상태를 計算할 필요가 있을 때는 그 點을 station으로 둘 수 있다.

反力影響係數 F_{ij} 는 支點 j 를 單位길이 (本研究에서는 0.0001m)을 났을 때 支點 i 에 걸리는 荷重의 變化量이므로 $\delta_i = 0 (i=1 \sim k, i \neq j), \delta_j = 0.0001m$ 가 되도록 自重을 無視하고 앞의 方法으로 支點 i 에 作用시켜야 할 힘을 구하면 그 값이 F_{ij} 가 된다. 베어링反力을 구할 때 (2.6)式

에서 K 行列 대신 이 F 行列을 使用하면 反復이 必要없게 된다.

이 프로그램에서는 支點의 처짐량과 원하는 처짐량과의 差가 $10^{-8}m$ 보다 작고 固定端에서는 전단력이 $10^{-8}kg$ 보다 작고 굽힘모멘트와 M_p 와 의 差가 $10^{-4}kg \cdot m$ 보다 작을 때까지 反復한다. 出力은 各 station 에서의 전단력, 굽힘모멘트, 傾斜角, 처짐량등과 反力影響係數 및 베어링 反力이다.

2.2 計算例

그림 2.4, 表2.1, 表2.2와 같은 軸系를 갖는 實船 26,000 DWT steam container carrier에 대해 앞의 方法으로 計算한 結果를 表2.3~表2.6

에 실었다.(但, ()의 값은 日本 Kawasaki 重工業의 結果이다)

表 2.1 그림 2.4의 기호설명

$M_1(kg \cdot m)$	-65409 *-69692
$M_7(kg \cdot m)$	-4855
$F_1(kg)$	-43511 *-48919
$F_7(kg)$	6668

註: *表示는 setting condition in dock일 때를 뜻한다.

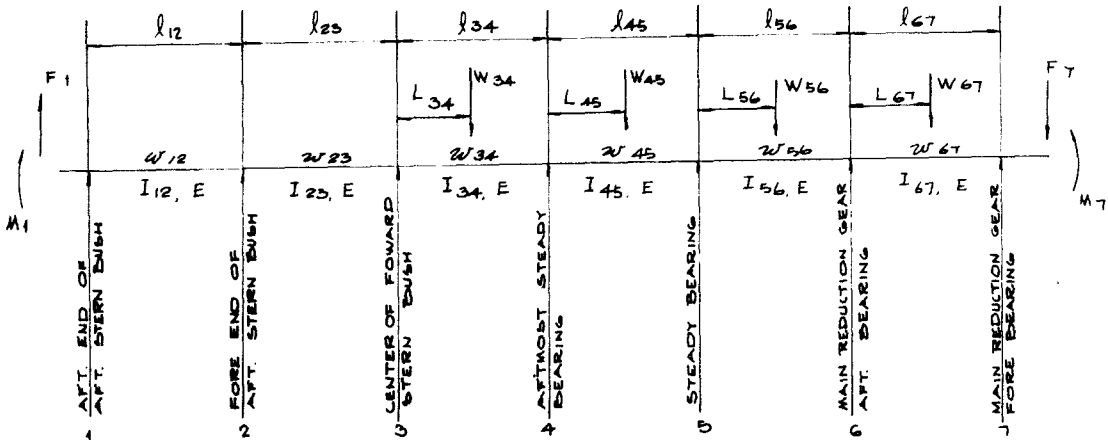


그림 2.4 26,000 DWT steam container carrier의 軸系 model

表 2.2 그림 2.4의 기호설명

ITEM	SPAN	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7
길이(m)	l_{ij}	1.3913	6.32675	4.44535	5.40018	7.235	2.270
분포하중(kg/m)	w_{ij}	4049	4054	3169	2319	2536	8437
집중하중과 베어링간의 거리(m)	L_{ij}	0	0	1.94535	2.70018	6.3	1.135
집중하중(kg)	W_{ij}	0	0	2462	1888	2842	35600 (21200)
2차모멘트(m^4)	I_{ij}	2.685×10^{-2}	2.692×10^{-2}	1.476×10^{-2}	7.306×10^{-3}	9.155×10^{-3}	1.193×10^{-1}
탄성계수(kg/m ²)	E	21000×10^6					

註: ()表示는 setting condition일 때를 뜻한다.

表 2-3 直線軸系配列時의 배어링反力(hot condition)

배 어 링 No.	1	3	4	5	6	7
反 力(kg)	67347.9 (67350)	14844.51 (14841)	15947.8 (15948)	16399.0 (16399)	43980.9 (43981)	29843.9 (29844)

表 2-4 反力影響係數(hot condition)

단위 : kg/0.0001m

배 어 링 No.	1	3	4	5	6	7
1	187.62 (187)	-565.64 (-565)	432.97 (433)	-68.16 (-68)	27.04 (27)	-13.82 (-14)
3	-565.64 (-565)	2045.20 (2044)	2002.31 (-2001)	648.54 (648)	-257.28 (-257)	131.50 (132)
4	432.97 (433)	-2002.31 (-2001)	2590.14 (2589)	-1407.07 (-1407)	790.14 (790)	-403.87 (-404)
5	-68.16 (-68)	648.54 (648)	-1407.07 (-1407)	1471.25 (1471)	-1636.94 (-1637)	992.40 (992)
6	27.04 (27)	-257.2 (-257)	790.14 (790)	-1636.94 (-1637)	3536.75 (3537)	-2459.71 (-2460)
7	-13.82 (-14)	131.50 (132)	-403.87 (-404)	992.40 (992)	-2459.71 (-2460)	1753.50 (1754)

表 2-5 最適軸系配列

단위 : mm

배 어 링 No.	치	값
	hot condition	cold condition & setting condition
1	0.0	0.0
3	0.0	0.0
4	-0.97	-1.16
5	-3.16	-3.36
6	-4.63	-5.22
7	-4.62	-5.23

註 : 最適値 計算은 3章에서 설명할 것이나 本 計算에서는 入力資料의 不足으로 實績船의 數值를 그대로 引用하였다.

表 2-6 Slope alignment時의 배어링 反力(kg) 및 굽힘모멘트(kg·m)

배어링 No.		1	3	4	5	6	7
hot condition	反 力	64687.9 (64693)	19610.0 (19601)	17361.8 (17366)	13498.0 (13497)	37931.1 (37931)	35274.5 (35274)
	모 멘 트	-65409.1 (-65409)	-22661.2 (-22645)	-17875.2 (-17878)	-1070.6 (1070)	-2061.7 (-2062)	-4855.0 (4855)

cold condition	反力	63926.3 (63932)	22833.2 (22823)	13056.4 (13062)	16833.3 (16832)	33841.0 (33841)	37873.2 (37873)	
	모멘트	-65409.1 (-65409)	-28583.9 (-28518)	-12816.3 (-12813)	-5962.7 (-5962)	+3837.1 (3837)	-4855.0 (-4855)	
setting condition	afloat (full in water)	反力	63925.7 (63931)	22838.7 (22828)	13039.4 (13045)	16875.0 (16874)	26537.7 (26538)	30746.8 (30747)
		모멘트	-65409.1 (-65409)	-28543.4 (-28524)	-12792.8 (-12796)	-6010.1 (-6009)	4004.4 (4004)	-4855.0 (-4855)
	afloat (half in water)	反力	67325.8 (67331)	21858.2 (21848)	13365.2 (13371)	16823.7 (16823)	26558.1 (26558)	30736.4 (30736)
		모멘트	-69692.1 (-69692)	-27454 (-27434)	-12967.7 (-12971)	-5961.8 (-5961)	3980.8 (3980)	-4855.0 (-4855)
	in dock	反力	70725.9 (70736)	20877.7 (20867)	13690.9 (13697)	16772.4 (16771)	26578.4 (26579)	30726.0 (30726)
		모멘트	-73975.1 (-73974)	-26364.6 (-26344)	-13142.5 (-13146)	-5913.4 (-5913)	3957.2 (3957)	-4855.0 (-4855)

3. 最適値計算

積載狀態의 變化, 海上狀態의 變化에 의한 船體의 變形狀態에 따라 베어링의 높이가 變하게 되는데 이 變化가 크면 베어링反力의 變化가 커지게 되므로 모든 운항조건에서 만족할만한 軸系를 얻기가 힘들다.

따라서 베어링個數를 줄여서 軸系를 되도록 유연하게 만들고, 船體의 變形狀態에 따라 位置變化가 적은 곳에 베어링을 設置하여 베어링反力의 變化를 줄인다. 그 다음에는 다음과 같은 事項을 고려하여 베어링의 높이를 결정한다. 이것이 최근의 傾向이다. 여기서는 risk function을 만들어 制限條件을 만족시키면서, 이것을 최소로 하는 傾斜配列을 얻는 방법을 提示하였다.

1) 감속치차

감속치차 양측 베어링의 反力差가 크게 되면 치차의 이상몰림이 유발되어 치차의 손상을 초래한다.

$$\text{risk factor} = \frac{\text{감속치차베어링의 反力差}}{\text{허용치}}$$

2) 베어링

① 軸과 베어링의 간격은 베어링反力이 클수

록, rpm이 작을수록 작아진다. 이 간격은 베어링反力/rpm으로 表示할 수 있다.

$$\text{risk factor} = \frac{\text{베어링反力/rpm}}{\text{허용치}}$$

② 베어링이 過小荷重을 받게되면 shaft whirl이 유발되므로 反力의 최소허용치를 정할 수 있고 베어링강도에 대한 허용치로부터 反力의 최대허용치를 정할 수 있다.

$$R_{minj} < R_j < R_{maxj} \quad (j=1, 2, \dots, k)$$

위의 위험계수에다 파손이 초래됐을 때의 수리비 및 수리기간중의 결항에 의한 손해등 총 손실을 곱하여 작기 더하면 경제적으로 고려된 financial risk(이하 FR이라 함)으로 된다.

船舶은 그 operating mode에 따라 船體의 變形狀態가 다르므로 각각의 mode에 대한 FR을 구하고 그 mode의 총운항시간에 대한 比, η_i 를 곱하여 모두 합하면 average financial risk(이하 AFR이라 함)이 되며 이것을 目的函數(objective function)로 하여 最適値計算을 한다.

以上을 다음과 같이 數式化한다.

變位-反力의 관계식

$$(R_j)_I = r_j + \sum_{i=1}^k F_{ji}(\epsilon_i)_I + \sum_{i=1}^k F_{ji} A_i \quad \dots \dots (3.1)$$

$$(r_j)_I = r_j + \sum_{i=1}^k F_{ji}(\varepsilon_i)_I \dots\dots\dots(3.2)$$

라 하면

$$(R_j)_I = (r_j)_I + \sum_{i=1}^k F_{ji}A_i \dots\dots\dots(3.3)$$

로 된다.

- $(R_j)_I$; j 베어링의 反力
- r_j ; 축계설치시 直線配列로 했을 때 j 베어링의 反力
- F_{ji} ; 反力影響係數
- $(\varepsilon_i)_I$; 船體變形에 의한 j 베어링의 垂直位置 變化量
- A_i ; 軸系設置時 傾斜配列로 했을 때 i 베어링의 直線配列時로 부터의 垂直位置變化量

但, 첨자 I 는 I 번째 operating mode를 뜻함.

financial risk

$$(FR)_I = a_I | (R_k)_I - (R_{k-1})_I | + \sum (b_i)_I (R_i)_I \dots\dots\dots(3.4)$$

a_I ; 감속치차 양측 베어링의 許容反力差와 破損되었을 때의 총손실을 고려한 weighting factor

$(b_i)_I$; i 베어링의 최소허용간격과 파손되었을 때의 총손실을 고려한 weighting factor
(3.3)式을 (3.4)式에 代入하여 A_i 로 表現해 보면 (3.5)式과 같이된다.

$$(FR)_I = (f_1)_I A_1 + (f_2)_I A_2 + \dots + (f_k)_I A_k + G_I \dots(3.5)$$

$$(f_i)_I = \sum_{j=1}^k (b_j)_I \cdot F_{ji} + a_I | F_{k,1} - F_{k-1,1} |$$

$$G_I = \sum_{j=1}^k (b_j)_I \cdot (r_j)_I + a_I | (r_k)_I - (r_{k-1})_I |$$

average financial risk

$$AFR = \sum_I \eta_I \cdot (FR)_I \dots\dots\dots(3.6)$$

制限條件(constraint)

$$R_{minj} < (R_j)_I < R_{maxj} \dots\dots\dots(3.7)$$

(3.3)式을 (3.7)式에 代入하여 A_i 로 表現하여 보면 다음과 같다.

$$R_{minj} < (r_j)_I + \sum_i F_{ji} \cdot A_i < R_{maxj} \dots\dots(3.8)$$

$$j=1, 2, \dots, k$$

$$I=1, 2, \dots, n$$

$(r_j)_I$ 중 제일 작은 것을 $(r_j)_{min}$ 이라 하고, 제일 큰 것을 $(r_j)_{max}$ 라 하면 (3.8)式의 $n \times k$ 의 條件式은 (3.9)式과 같이 k 개의 條件式으로 된다.

$$R_{minj} - (r_j)_{min} < \sum_i F_{ji} \cdot A_i < R_{maxj} - (r_j)_{max} \dots(3.9)$$

또한 A_i 의 크기를 정하는 기준선을 정해야 하므로

$$A_1 = 0 \dots\dots\dots(3.10)$$

$$A_k = 0 \dots\dots\dots(3.11)$$

로 둔다.

以上을 다시 整理하면

$$AFR = \sum_{I=1}^n \eta_I \cdot (FR)_I \dots\dots\dots(3.12)$$

$$A_1 = 0 \dots\dots\dots(3.13)$$

$$A_k = 0 \dots\dots\dots(3.14)$$

$$R_{minj} - (r_j)_{min} < \sum_{i=1}^k F_{ji} \cdot A_i < R_{maxj} - (r_j)_{max} \dots\dots\dots(3.15)$$

$$(i=1, 2, \dots, k)$$

로 되는데 (3.12)式을 목적 함수(objective function)로 하고 (3.13)式, (3.14)式, (3.15)式을 制限條件(constraint)으로 하여 linear programming problem 化 할 수 있고 simplex method를 利用하여 A_i 의 最適値를 計算할 수 있다.

4. 考察 및 結論

26,000 DWT steam container carrier에 대해 베어링反力 및 反力影響係數를 當프로그램으로 計算한 結果와 Kawasaki重工業의 結果를 比較하여 보면 表 2.3에서 表 2.6과 같은데 그 差異가 1%미만으로 잘 一致한다.

또한 表2.3과 表2.6을 比較하여 보면 傾斜配列을 함으로써 直線配列일 때보다 베어링反力の 分布가 좋아졌다는 것을 볼 수 있다.

表2.5에서 最適値를 計算하지 못하고 實績船의 數値를 引用한 것은 計算에 必要한 入力資料가 不足했기 때문이다.

여기서는 計算하여 보지 않았지만 軸系設置時 必要한 drop-gap 및 jack-up method로 反力을 測定할 때의 修正係數등도 計算할 수 있다. 以上을 要約·整理하여 보면 다음과 같다.

- 1) 當 프로그램은 軸系計算에 有用하게 쓸 수 있다.
- 2) 傾斜配列을 함으로써 直線配列로 했을 때의 문제점들을 줄일 수 있다.
- 3) 3章에서와 같이 베어링의 높이에 대해 linear programming problem化 할수 있고 simplex method를 利用하여 그 最適值를 구할 수 있다. 그러나 이에 必要한 入力資料에 대한 研究는 앞으로 계속하여야 할 課題이다.

參 考 文 獻

1. Timos hnko & Young. (임상진역), 材料力學, 1975.
2. SNAME, "Results of a Survey on Shaft Alignment Procedures Used by American Shipyards", Technical & Research Report R-25, 1978.
3. Harrington, R. L., Marine Engineering, Published by SNAME, 1971.
4. Siddal, James N., Optimum Value Analytical Decision-Making in Engineering Design, Published by Prentice-Hall, Inc.
5. Bradshaw, Ronald T., "The Optimum Alignment of Marine Sfhating", Marine Technology, Vol. 11, 1974.
6. Mann, Graene, "Analysis of Shafting Problems Using Fair Curve Alignment", Naval Engineers Journal, 1965.
7. Wilkin, T. A. and Strassheim, W., "Some Theoretical and Practical Aspects of Shaft Alignment", IMAS, LONDON 73.
8. Anderson, Henry C. and Zrodowski, J. J., "Co-ordinated Alignment of Line Shaft, Propulsion Gear and Turbines", Trans. SNAME, Vol. 67, 1959.
9. Kvamsdal, R., "Shaft Alignment, "European Shipbuilding, Nos. 1 and 2, 1969.
10. Volcy, G. C., "Influence of Hull Deformation on Shafting Alignment and Behavior of Marine Gearing", The 7th Round Table Conference on Marine Gearing, Finspong, Sweden, 1969.
11. Lehr, W. E. Jr. and Parker, E. L., "Consideration in the Design of Marine Propulsion Shaft System", Trans. SNAME, Vol. 69, 1961.
12. Anderson, H. C. and Bethune, D. E., "Summary of Studies on Recent Ship's Main Propulsion Line Shaft Systems and Recommendation-Future Designs", General Electric Co. Report DFI-MSD-200, 1961.
- 13) Shaw, M. C. and Macks, E. F., "Analysis and Lubrication of Bearings," McGraw-Hill, New York, 1949.