

LOB의 벡터 解析 (Vector Analysis of LOB)

李 載 寬*

ABSTRACT

This paper tries to show that LOB, a graphic device, can be equipped with the vector concept. The notations, calculations, and relationships of useful vectors are introduced and the general procedure for Vector Analysis of LOB is applied in this paper. Comparing vector analysis with graphical method, the author concludes that the former is more powerful than the latter in production control.

I. 序 論

LOB(Line of Balance)는 그래프手法이라는 점에서 Gantt 圖表方法과 비슷하며 工程네트워크를 사용한다는 점에서 PERT와도 유사하다. Glaser [3]는 이 세가지 技法이 얼마나 비슷하고 또 어떻게 다른지를 명확히 설명하고 있다. Schoderbek과 Digman[7]은 大規模·1回事業에 적합한 PERT와 反復的·注文生産에 적합한 LOB를 결합시켜서 研究·開發로 부터 量産에 까지 두루 적용할 수 있는 PERT/LOB를 발전시키려고 시도한 바 있다.

Mundurff [5]의 지적대로 LOB는 實績과 計劃量을 活動別로 비교하고 그 偏差를 발견하여 是正한다는 단순한 설명 이상의 特徵을 갖춘 技法이다. 그 特徵을 말하자면 첫째는 偏差들 사이의 重要度 또는 深刻性의 程度를 가늠하는 것이며 둘째는 適時統制를 위한 情報의 適時獲得이며, 셋째는 問題領域 中心의 重點管理이고, 넷째는 進度豫測이다.

LOB는 이러한 特徵들을 살릴 수 있는 手法이지만 그래프에만 의존하기 때문에 그 限界도 크며 사실상 위와 같은 特徵들을 충분히 발휘하지 못한다. 그래프方式의 長點은 물론 單純性이다. 現場管理者들에게는 單純化된 要約情報가 더욱 환영을 받는다. 그러나 신중한 管理者나 스태프들은 보다 깊이 있는 分析을 요구한다.

일반적으로 合理的統制를 위해서는 어느 統制時點의 靜態의 狀態 만을 아는 것으로는 불충분하다. 그런데 그

* 崇田大學校 經營學科

래프식의 LOB方法으로는 現在까지의 經過, 進度의 豫測, 修正行動의 影響 등에 대한 動態의 情報를 알아내기 어렵다.

이 論文의 目的은 LOB에 벡터概念을 도입함으로써 生産活動을 체계있게 표현하고 보다 충분히 분석할 수 있음을 보여 주자는 데에 있다. LOB의 벡터解析을 통하여 그래프方式으로는 얻기 어려운 統制情報들을 얻게 되며, 앞에서 열거한 LOB의 特徵들을 살릴 수 있고 또한 LOB問題의 電算化에 도움이 될 줄 믿는다.

II. LOB의 벡터概念

그래프식의 LOB는 몇단계로 나뉘어 적용된다. King [4]은 計劃(plan)과 進行(progress)의 두단계로 크게 나누고 計劃을 生産日程表(production schedule chart), 生産흐름圖表(production flow chart), 購買日程(purchasing schedules)의 세가지로 다시 나누며, 進行은 進行圖表(progress chart)와 是正行動(corrective action)으로 구분한다.

Riggs[6]는 目標圖表(objective chart), 프로그램計劃(program plan), 進行圖表(progress chart), 均衡線(line of balance)의 4段階에 따라 LOB方法이 적용된다고 한다. 이러한 그래프方法的의 적용단계와 여러가지 圖表들의 내용에서 벡터概念의 아이디어를 찾아낼 수 있다.

生産흐름圖表 또는 프로그램計劃의 工程네트워크는 行列形式으로 표시할 수 있다. 이 行列을 흐름行列(flow matrix)이라고 부르기로 하겠다.

1. 흐름 行列

흐름行列이란 어떤 時點에 있어서 工程네트워크상에 物量의 흐름을 行列形式으로 표시한 것이다. N 개의 活動(또는 作業場)으로 구성된 네트워크를 생각하여 보자. 行列의 i 行- j 列의 元은 活動 i 의 產出이 活動 j 의 投入으로 흐르는 物量의 크기를 표시한다. 그런데 이 흐름량은 두가지로 구분된다.

첫째는 예정된 計劃量인 LOB數量이며, 둘째는 實際進度를 표시하는 實績數量이다. 따라서 다음과 같은 흐름行列들을 생각할 수 있다.

① LOB行列

$$B_t = [b_{ij}^t], \quad i=1, \dots, N; j=1, \dots, N$$

② 實績行列

$$A_t = [a_{ij}^t], \quad i=1, \dots, N; j=1, \dots, N$$

③ 偏差行列

$$D_t = A_t - B_t = [d_{ij}^t], \quad i=1, \dots, N; j=1, \dots, N$$

B_t 는 生産日程計劃의 納品日程(delivery schedule)에 따라 계산되며, A_t 는 實績資料로부터 얻게된다. 물론 工程네트워크에서 연결이 없는 i 와 j 에 대한 a_{ij}^t, b_{ij}^t 는 0이다. 그리고 $i=j$ 즉, 主對角線의 값들은 그 活動의 在庫量을 뜻한다.

2. LOB問題의 諸벡터

흐름行列 A_t, B_t, D_t 로부터 LOB問題 分析에 필요한 아래의 벡터들을 얻는다.

$$\text{① LOB벡터} : b^t = (b_i^t), \quad i=1, \dots, N$$

$$\text{② 實績벡터} : a^t = (a_i^t), \quad i=1, \dots, N$$

$$\text{③ 偏差벡터} : d^t = (d_i^t), \quad i=1, \dots, N$$

$$\text{④ LOB對角線벡터} : V_t^B = (b_{ii}^t), \quad i=1, \dots, N$$

$$\text{⑤ 實績對角線벡터} : V_t^A = (a_{ii}^t), \quad i=1, \dots, N$$

$$\text{⑥ 偏差對角線벡터} : V_t^D = (d_{ii}^t), \quad i=1, \dots, N$$

위 벡터의 元들은 다음과 같은 관계를 갖는 것으로 定義한다.

$$b_i^t = \sum_{j=1}^N b_{ij}^t$$

$$a_i^t = \sum_{j=1}^N a_{ij}^t$$

$$d_{ii}^t = a_{ii}^t - b_{ii}^t = \sum_{i=1}^N d_{ij}^t$$

$$d_{ii}^t = a_{ii}^t - b_{ii}^t$$

Ⅲ. LOB 벡터解析의 節次

LOB問題를 벡터로 解析하려면 그래프方法을 보완하여 다음의 일곱단계를 밟는 것이 바람직하다. 統制時點이 바뀔 때마다 第2段階에서 第7段階까지는 反復된다.

1. 生産흐름圖表의 作成

그래프方式에서의 길이, 全工程을 구성하는 活動 또는 作業들이 기술적으로 어떻게 연결되어 있으며, 각 활동들의 所要時間, 즉 「리이드 타임」(lead time)은 어떤가를 네트워크로 표시한다. 이 工程네트워크는 앞으로 흐름行列과 벡터計算의 기초가 된다. 네트워크에는 個別活動間의 「리이드 타임」 l_{ij} 뿐만 아니라 最終作業(納品)과의 時差 l_{iN} , $i=1, \dots, N$ 까지 분명히 표시될 필요가 있다.

2. 納品日程函數 決定

그래프方法에서는 生産日程圖表 또는 目標圖表에 이 函數가 그려진다. 納品日程函數는 作業日數 t 에 대한 果續納品量 $f_p(t)$ 로 표시된다.

3. 흐름行列 및 벡터 計算

① $b^t = (b_i^t)$ 를 계산한다. 계산법은 다음과 같다.

$$b_i^t = f_p(t + l_{iN}), \quad i=1, \dots, N; l_{NN}=0$$

② $b_{ij}^t = \sum_{k=1}^N b_{ik}^t$ 이며, 한편

$$b_{ij}^t = \begin{cases} \sum_{k=1}^N b_{jk}^t, & i \neq j \\ \sum_{j=1}^N b_{ii}^t - \sum_{k=1}^N b_{jk}^t, & i = j \end{cases}$$

이므로 이 관계식을 이용하여 B_t 를 계산한다. V_B^t 는 B_t 에서 저절로 얻게 된다.

③ 實績報告로부터 A_t, a^t, V_t^A 를 얻는다.

④ D_t, d^t, V_t^D 를 계산한다.

3. 經過 및 原因 檢討

可用한 實績資料를 통하여 현재까지의 經過를 분석하고 納品實績의 函數 $f_a(t)$ 를 찾아 본다 $f_a(t)$ 가 $f_b(t)$ 와 크게 다르다면 그 原因이 어디에 있었는지 조사한다. 偏差의 原因을 앞으로는 제거시킬 수 있는가 판단하고 未來의 進度豫測에 $f_a(t)$ 또는 $f_b(t)$ 어느 것을 사용하는 것이 實際의 일 것인가를 결정한다.

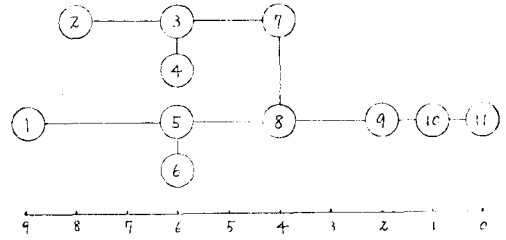


그림 1. 生産흐름圖表(例)

5. 進捗 豫測

주어진 條件인 現狀態 A_t 를 出發點으로 하여 納品 進度를 豫測한다. 現在庫偏差 V_t^D 는 앞으로의 進度에 직접 영향을 미치므로 조심스럽게 검토하여야 한다. 그리고 豫測線은 第4段階에서 결정한 納品日程函數에 의하여 계산된다.

6. 修正 計劃

計劃된 總目標量을 달성하기 어려운 것으로 豫測되었다면 이에 대한 對策이 필요하다. 目標量의 下向調整, 期間의 延長, 또는 納品日程函數의 修正 등의 代案이 검토되어야 한다. 納品日程函數를 가령 $f_c(t)$ 로 수정한다면 資源의 再割當이 뒤따르게 되므로 중대한 意思決定問題가 대두된다. 이는 性格上 總括生産計劃(aggregate production planning)의 문제이다.

7. 負荷 調整

수정된 函數 $f_c(t)$ 에 따라 생산하려면 $f_c(t)$ 의 始發點에서의 初期條件을 먼저 달성하여야 한다. 따라서 現時點으로부터 初期條件이 성취되는 始發點까지의 調整期間이 필요하고, 이 기간동안의 活動別 負荷(load) 配定이 구체화되어야 한다. 初期條件은 $f_c(t)$ 를 사용하여 그 時點의 LOB벡터를 구하면 얻는다.

IV. 事例 應用

1. 生産흐름圖表

(그림1)과 같이 11개의 活動들로 구성되는 네트워크를 事例로 들어 분석하기로 하겠다. 活動은 時間所가 없는 活動이다. 그림 아래 쪽의 눈금에는 $l_{i,n}$, 즉 活動에서 終點⑪까지의 時差가 표시되어 있다. $l_{8,11} = l_{7,11}$ 이므로 ⑦과 ⑧은 同時作業이다. 마찬가지로 ③, ④, ⑤, ⑥도 同時作業이다.

2. 納品日程函數

總目標量 800 개를 40일간에 一定率로 納品한다. 이를 函數型으로 표현하면 다음과 같다.

$$f_b(t) = 20t, \quad 0 \leq t \leq 40$$

3. 흐름行列 및 벡터 計算

現在는 $t=20$ 이다. 現時點에서의 LOB·實績·偏差 狀態를 표시하는 行列과 벡터 計算은 다음과 같다.

$$\textcircled{1} \quad b_i^{20} = 20(20 + l_{i,11}), \quad i=1, \dots, 11$$

여기에 $l_{i,11}$ 들을 대입하면 LOB벡터가 계산된다.

$$b^{20} = (580, 560, 520, 520, 520, 520, 480, 480, 440, 420, 400)$$

② 계산법에 따라 B_{20} 을 구한다. 가령,

$$b_{1,5}^{20} = b_{5,5}^{20} = 520; \quad b_{1,1}^{20} = 580 - 520 = 60$$

$$b_{5,8}^{20} = b_{8,8}^{20} = 480; \quad b_{5,5}^{20} = 520 - 480 = 40$$

따라서 B_{20} 은 (그림 2)와 같이 계산된다.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	60	0	0	0	520	0	0	0	0	0	0
2	0	40	520	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	40	0	0	0	480	0	0	0	0
4	0	0	520	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	40	0	0	480	0	0	0
6	0	0	0	0	520	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	480	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	40	440	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	20	420	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	400
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	400

그림 2 LOB行列 B_{20} (例)

(그림 2)의 主對角線을 따로 벡터로 표시한 것이

V_{20}^B 이다. V_t^B 는 生産工程을 원활하게 해주는 pipeline inventory들의 벡터이다.

$$V_{20} = (60, 40, 40, 0, 40, 0, 0, 40, 20, 20, 400)$$

③ 實績調査結果 11개 作業場의 現在($t=20$) 生産量은 다음과 같다.

$$a^{20} = (600, 600, 500, 500, 540, 540, 420, 400, 400, 400, 400)$$

이로부터 A_{20} 을 얻는 계산법은 LOB의 경우와 같다. A_{20} 의 主對角線은 다음과 같다.

$$V_{20}^A = (60, 100, 80, 0, 140, 0, 20, 0, 0, 0, 400)$$

④ 偏差벡터와 偏差對角線벡터는 다음과 같이 계산된다.

$$d^{20} = (20, 40, -20, -20, 20, 20, -60, -80, -40, -20, 0); V_{20}^D = (0, 60, 40, 0, 100, 0, 20, -40, -20, 0)$$

4. 經過 및 原因 檢計

最初作業着手日($t=-9$)로 보터 現在($t=20$)까지의 at 들을 조사하면 進行經過를 알 수 있다. at 들은 作業日誌나 記錄綴에서 얻을 수 있을 것이다. 가령, 이 事例에서는 活動 ③, ④, ⑦, ⑧이 최근($t=15\sim 18$)에 機械故障으로 지연되었다. 이러한 原因은 앞으로의 進度資測에는 $f_b(t) = 20t$ 를 그대로 사용토록 한다.

5. 進度 豫測

現納品實績은 계획량 400개와 일치하지만 活動間의 不均衡 때문에 앞으로는 目標未達의 가능성이 크다. 이를 진단하는 要點은 pipeline在庫의 不足狀態調査에 있다.

$t=20$ 現在 pipeline在庫 V_{20}^D 에 정확히 나타나 있으며 이를 알아 보기 쉽도록 네트워크로 표시한 것이 (그림 3)이다.

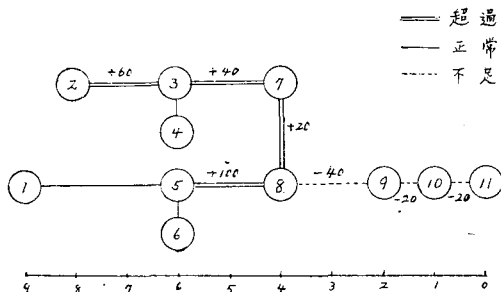


그림 3 pipeline 在庫 狀態 ($t=20$ 現在)

⑧에서 ⑪까지의 pipeline空白은 모두 $40+20+20=$

80이며 이를 채우려면 4일이 필요하다. 결국 앞으로 4일간은 納品이 중단될 수 밖에 없다. 4일후, 즉 $t=25$ 부터는 정상적인 20t의 속도로 納品이 된다고 보아 (그림 4)와 같은 進度豫測線을 그리게 된다.

결국 計劃期末 $t=40$ 에는 720개를 納品할 수 있을 것으로 資測된다.

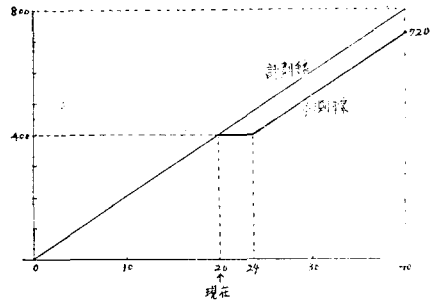


그림 4 進度 豫測線(例)

6. 計劃의 修正

經營者는 이 단계에서 중요한 決斷을 내리지 않을 수 없다. 즉, 未達量 80개에 대한 對策으로서 納品總量이나 納品期間 變更의 再契約를 하든지, 下請을 준다든지, 또는 作業速度를 높여서 期限內에 全量을 生産한다든지 하는 方討을 정하여야 한다. 처음 두가지 방법은 生産管理面에서 극히 危険하다. 그러나 위의 방법들 중에서 세번째, 즉 期限內에 800개를 完結하기로 결정한다면 納品日程計劃線을 修正해야할 課題가 남게 된다.

그러나 理論的으로 $f_b(t)$ 대신에 最善의 $f_c(t)$ 를 찾는 것은 극히 어려운 일이다. 왜냐하면 最善의 $f_c(t)$ 란 生産시스템의 總費用을 最小로 하는 多段階의 決定의 結果로 얻어지는 것이기 때문이다. 그러므로 여기서는 $f_c(t)$ 를 구하는 最適化의 부담을 다음과 같은 假定으로 대신하였다. 즉, 費用要素와 生産能力制約을 무시하며 또한 一定率로 納品한다는 假定이다.

이러한 線型的 假定은 단순한 注文生産問題의 경우 대체로 現實的이다. Buffa [1]의 설명에 의하면 線型 生産日程計劃은 雇庸費·上請費·殘業費·遊休損失 등을 最小로 하며 반면에 在庫費用을 크게 한다. 그러나 短期間의 注文生産에서는 在庫費用을 무시할 수 있으므로 線型的 假定의 合理的일 수 있다. 이 假定에 따라 여기서 우리는

$$f_c(t) = 25t, 25 \leq t \leq 40$$

을 얻게 된다.

7. 負荷 調整

$f_c(t)$ 에 따라서 納品이 이루어지려면 $t=24$ 를 새로운 日程期初 $t'=0$ 으로 하는 다음의 初期條件을 먼저 달성하여야 한다.

$$b'_i = a'_{iN} + f_c(t' + l_{iN}) \\ = 400 + 25(t' + l_{iN}), \quad i=1, \dots, N$$

$t'=0$ 인 初最條件은 위의 값들을 元으로 하는 벡터 이므로 아래와 같이 계산된다.

$$b' = b^0 = (625, 600, 550, 550, 550, 550, 500, 500, 450, 425, 400)$$

$$V'_t = V^B_0 = (75, 50, 50, 0, 50, 0, 0, 50, 25, 25, 0, 0)$$

이러한 初期條件을 얻으려면 現實績 $a^t = a^{20}$ 과의 差를 $t=21$ 부터 $t=24$ 까지 사이에 보충하지 않으면 안 된다.

$$(b')_{t'-0} - (a^t)_{t-20} = (25, 0, 50, 50, 10, 10, 80, 100, 50, 25, 0)$$

위의 差벡터는 $t=21$ 부터 $t=24$ 까지 4일간 11가지 活動들이 각각 생산해야 할 最小生産要求量이다. 活動 ②, ⑤, ⑥, ⑩은 이 調整期間中 거의 負荷가 걸리지 않는다. 반면에 ⑦, ⑧에는 큰 負荷가 걸린다.

그러므로 가능하다면 負荷가 적은 活動의 裝備나 人員을 負荷가 큰 活動에 지원함으로써 신속하게 初期條件을 달성하도록 서두를 필요가 있다. 調整期間을 단축할 수 있다면 그만큼 앞으로 高速生産에서 여유를 갖게 된다.

V. LOB 벡터解析의 效果

統制時點마다 進行狀態를 그래프로 그려서 偏差가 큰 問題活動을 찾아 내고 그 偏差를 없애기 위해서 重點의으로 是正行動을 하자는 것이 그래프에 의한 LOB 技法이다. 그러나 그래프方法은 다음과 같은 重要한 限界를 갖는다.

① 時間別·活動別 實績資料의 記錄과 保存이 불단하다.

② 個別活動의 偏差가 全體工程에 미치는 影響을 알기 어렵다.

③ 現實績經過를 기초로 하여 장래의 進度를 豫測하는 方法이 未備하다.

④ 計劃修正이 必要한 경우에도 計劃修正 대신 活動別偏差除去에만 局限하게 된다.

⑤ 活動들 간의 負荷調整水準을 體系化하기 어렵다.

이와 같은 弱點들은 벡터解析에 의하여 대체로 해소된다. 過去成績의 保存은 未來指向의 統制의 기초가 된다는 점에서 記錄·保存方式의 차이는 現實의으로 重要한 의미를 갖는다. 더구나 活動數가 수십개 이상 이 되면 그래프 보다 行列이나 벡터表記法이 훨씬 記錄保存에 편리할 것이다.

그래프에서 보여주는 偏差의 크기는 視角의으로 管理者에게 問題의 深刻性을 그대로 전달하게 된다. 그러나 偏差數量的의 크기가 언제나 深刻性과 비례하는 것은 아니다. 예컨대, 앞의 事例에서, $d_3^{20} = -20$ 이고 이 $d_9^0 = -40$. 므로 活動⑨는 ③ 보다 갑절이나 심각한 偏差로 보인다. 그러나 실제로는 이 두 偏差의 深刻性은 비슷하다. 事例 7項에서 분석한대로 調整期間中 이 두 活動의 要求作業量은 동일하게 50인 것을 보아도 偏差의 크기는 절대적인 統制基準이라고 볼 수 없다.

pipeline 在庫는 偏差와 全體工程의 관계를 밝히는 重要한 概念이다. pipeline 狀態의 標準은 V'_t 이다.

따라서 이 標準과의 偏差 V'_t 는 全工程의 不均衡을 시하는 유일한 방법이다.

$f_p(t)$ 는 契約上 嚴守되어야 할 경우도 있고 어느정도 융통성을 갖는 경우도 있을 것이다. 前者의 경우, 단일 現偏差가 상당히 크고 앞으로 $f_p(t)$ 와 차이가 크게 進度豫測이 된다면 統制負擔은 극히 커질 것이다. 그러므로 거의 계속적인 實績點檢(continuous review)을 하면서 조그마한 偏差도 즉시 수정할 수 있도록 모든 活動의 生産能力을 여유있게 보유하여야 한다.

그러나 $f_p(t)$ 를 수정할 수 있는 경우에는 이러한 統制負擔과 非經濟를 줄일 수 있다. 즉, 修正函數를 설정하고 이를 시행하기 위한 負荷調整과 준비를 合理的으로 計劃할 수 있다.

벡터解析은 이때 活動別 負荷調整과 作業再配置에 必要한 情報를 보다 풍부하게 제공한다.

最適函數 $f_c(t)$ 를 구하는 것은 總括生産計劃의 문제이다. 따라서 各種의 그래프解法, LP法, LDR, 發見的 및 探索的 接近法들이 同원되고 있는 總括生産計劃과 LOB에 의한 生産統制는 生産現場에서 긴밀하게 연결된다.

실상 計劃과 統制는 不可分의 존재이기 때문에 最適函數를 구하는 模型을 LOB에 결합시킨다면 보다 일반적인 生産管理技法이 개발될 수 있을 것이다.

〈참 고 문 헌〉

- [1] Buffa, E.S. and Taubert, W. H., *Production Inventory Systems: Planning and Control*, IRWIN Inc-Homewood, Illinois, 1972
- [2] Chase, R.B. and Aquilano, N.J., *Production and Operations Management*, IRWIN Inc., 1977
- [3] Glaser, J. J., "Integrated Project Management" in Carl Heyel (ed.), *The Encyclopedia of Management*, Reinhold Corp., New York, 1970, pp. 368—37
- [4] King, J.R., *Production Planning and Control*, Pergamon Press, Oxford, 1975
- [5] Mundorff, G.T., "Line of Balance," in Carl H yel, *op cit*, pp.420—431
- [6] Riggs, J.L. *Production Systems: Planning, Analysis, and Control*, John Wiley & Sons, 1976
- [7] Schoderbek, P.P. and Digman, L. A., "Third Generation, PERT/LOB", *Harvard Business Review september-October*, 1967) pp.100—110
- [8] Whitehouse, G.E., *Systems Analysis and Design Using Network Techniques*, Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973
- [9] 李 舜堯, PERT·CPM 實務, 博英社, 1977