

## Shannon의 函數

李 範 俊

仁荷大學校 理科學科 生物學科

Yi, Beom-Jun

Department of Biology, Inha University

### Abstract

The original concept and theory of Shannon's function  $H = -\sum_{i=1}^S P_i \log_2 P_i$  and its applicable domains in ecology are discussed.

The confusions exist in use and interpretation of this function are due to:

1. Mixing the idea of proper ecological diversity with that of Shannon's information theory.
2. Confusion of physical or thermodynamical systems with ecological systems.
3. Confusion of the system from which one had calculated function  $H$  with the system of which function  $H$  is interpreted.

It's proposed to use function  $H$  for the comparison of community's structure and so, for the distinction of community's evolution (succession) steps.

生態學에서의 多様性(diversity) 問題는 一般적으로 通用되고 있는 多様性=安定性(diversity=stability)의 개념과 연관되어 항상 生態學者들의 관심對象이 되어 있다(Watt 1966).

처음으로 群集(community)의 diversity에 對한 概念을 試圖한 것은 Gleason (1922)이며 diversity index의 測定은 Fisher (1943)로 부터 始作한다(in Travers 1979, Hurlbert 1971 Gallucci 1973).

현재까지 diversity 測定에 쓰인 또는 쓰이고 있는 指數들은 대단히 많은 숫자에 達하고 있으며 아직도 그 숫자를 더해가고 있는데, 例들면  $d = \frac{S}{l_n \left(1 + \frac{N}{\alpha}\right)}$  (Fisher & al. 1943),  $\lambda = \sum \pi_i^2$

(Simpson 1949),  $H = -\sum p_i \log_2 p_i$  (Shannon 1948, Shannon & al. 1949),  $d = \frac{S-1}{l_n N}$ ,  $D = \frac{1}{N} \log_2 \frac{N!}{n_1! n_2! \dots n!}$ ,  $b = \frac{1}{N \log S} \cdot \log \frac{N!}{\sum_{i=1}^S N_i!}$

(Margalef 1951, 1956, 1957), alpha, beta,

gamma diversity (Whittaker 1960),  $D_1 = \frac{S}{\log N}$   
 $D_2 = \frac{S-1}{l_n N}$ ,  $D_3 = \frac{\log S}{\log N}$ ,  $D_4 = \frac{S}{\sqrt{N}}$  (Menhinick 1964),  $d = \sqrt{\sum_{i=1}^S n_i^2}$  (Mc Intosh 1967)

$\Delta = \left[ \frac{N}{N-1} \right] \left[ 1 - \sum_{i=1}^n \left( \frac{N_i}{N} \right)^2 \right]$  과  $E(s_n) = \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{\binom{N-N_i}{n}}{\binom{N}{n}} \right]$  (Hurlbert 1971), Hr (relative diversity) =  $-\left[ \sum P_i \log P_i \right] \div \log N$  (Peet 1975) 等이다.

아직까지도 많은 研究者들은 열거한 diversity index에서 緣由된 Equitability, Redonance, Evenness, Richness 等の 이름의 指數들을 만들어가고 있는 實情이며 (Peet 1974, 1975, Pielou 1975) 현재까지 알려진 指數들로써 測定하고자하는 生態學的 性質中에도 maturity, succession, complexity, stability, productivity, pollution, nuisance,

heterogeneity等 그 적용분야는 제한할수 없을만큼 큰 것 같은 느낌이다.

이러한 現時點에서 生態學者가 부딪치는 問題는 使用할 diversity index의 選擇과 그 계산결과의 解釋에 있다.

上記 指數들은 根源的으로 보아 3가지로 나눌수 있는데

① 순수한 生態學的 개념 또는 구상에서 출발한 指數 : 이에 는 Fisher, Simpson, Mc Intosh, Hurlbert의 指數들이 屬한다.

② Shannon의 information theory中에 소개된 함수 :  $H = -\sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i$ . 이 함수는 後에  $H = -\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N} \log_2 \frac{N_i}{N}$ 로 변형 되었다.

③ 上記한 ①과 ②에 屬한 개념들의 混合으로 만들어진 指數로 이에 는 Margalef (1957)의 指數나 Equitability, Redonance, Evenness等的의 測定에 쓰이는 指數들이 屬한다. 이들의 生態學분야의 使用으로 因하여 shannon의 function 또는 formula  $H$ 와 生態學的 diversity index라는, 根源的으로 다른 2가지 개념을 混合, 混同시킨 結果를 가져오게 되었다.

계산結果의 解釋面에 있어서 제① group의 指數들 경우는 各 指數대로의 生態學的 着想이 있으므로 그 意味를 찾는 데 별 어려움은 없으며 제③ group의 指數들은 shannon의 information theory의 정확한 이해 後에 그의 生態學分野에 應用이 可能한 것으로 本稿에서는 고려對象으로 삼지 않으며 제② group의 指數는 生態學研究분야에 가장 많이 쓰여지고 있으며 또 여러 研究報告 결과 가장 效果的인 指數라는 결론(Travers 1971, Devaux 1973)이므로 이 指數의 根源, 原理 그리고 生態學에 應用가능성을 論하고자한다

## I) 根 源

함수(function)  $H = -\sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i$ 가 처음 소개된 것은 1948年 Shannon이 발표한 "A mathematical theory of communication" Bell. Syst. Tech. J., 27, 379~423에서이며 1949年 Shannon은 Weaver와 함께 共同저서 "The mathematical

theory of communication"을 발간하였다. 이 著書는 2部로 나누어져 있으며 Weaver는 제 1부에서 단지 Shannon이 쓴 部分인 제 2부의 해설과 함께 introduction을 쓰고 있을 따름이다. Shannon은 1948年과 1949年에 발표한 논문에서 一般的으로 communication(通信)에 쓰이는 canal의 capacity를 定義하면서 이 capacity란 주어진 情報源이 發生시키는 것들을 傳達시킬수 있는 可能性으로 表示될 수 있다고 전제하고 定理 2에서 "이러한 위에 언급한 3개의 가설들을 만족하는 단 한개의 함수(function)  $H$ 는  $H = -K \sum_{i=1}^n P_i \log P_i$ 이다 :  $K$ 는 陽정수"라고 함수  $H$ 를 소개한다. Weaver는 information의 量은 "한 傳言(message)를 組織할 때 가질 수 있는 선택자유도의 測定"으로 表示할 수 있다고 설명한다. (Shannon & al. 1949).

이러한 Shannon의 information theory의 系(system)는 通信系(communication system), 또는 物理系(physical system)의 일종이었으며 이는 根源的으로 生物學이나 生態學과는 관련이 없었던 것이다.

또한 함수  $H$ 와 관련되어 자주 나타나는 Wiener는 Shannon의 教授이었으며, Shannon은 Weaver와 함께 이 교수의 지도를 받았으므로 함수  $H$ 와 함께 Weaver 또는 Wiener의 이름을 함께 쓸 수도 있으나 엄격한 意味에서 함수  $H$ 는 Shannon의 正립이다. 더 나아가 Shannon은 通信系內의 Equitability, Redonance도 정의하고 있으며 (Shannon & al. 1949) 이 개념도 그대로 生態學에 應用되기 始作하였다. 함수  $H$ 의 경우는 Margalef (1956)가 生態學분야에 diversity란 이름으로 들여온 以後 生態學분야에서는 Function  $H = \text{diversity}$ 이라든가 또는 Shannon의 diversity란 관념이 通用되기 시작하였으나 지금도 communication이나 computer 기초이론 분야에 함수  $H$ 가 엄연히 존재하는 以上 Shannon의 함수  $H$  (Shannon's function  $H$ ) 또는 Shannon의 指數(Shannon's index  $H$ )가 더 정확한 명칭이라 하겠다(Zahl 1977)

## II) 原 理

Shannon (Shannon & al. 1949)은 定理 2를 쓴 몇줄 다음에 함수  $H$ 가 Boltzmann의 entropy를 정의한 식과 同一함을 비교하여  $H$ 를 確率  $P_i(i=1\sim n)$ 全體의 entropy라고도 정의한다. 이에 따라 Weaver는 (Shannon & al. 1949)는 몇가지 information theory의 應用가능분야에 對하여 소개하기를

① 通信源(communication source)에 있어서의 源(source)이 잘 조직되어 있을때는 偶然이나 選擇餘地가 制限되며, 즉 information(또는 entropy)이 적어진다( $H$ 값 감소).

② 物理學에 있어서, 物理系의 無秩序 상태는 information(= $H$ )이 최대일 경우이다.

즉 함수  $H$ 는 첫째 한 system 구성 要素들의 조직상태를 表現하는데 둘째는 그 system의 energy상태를 表現하는데 쓰일 수 있다. 결론적으로  $H$ 값의 증가는

- ①系(system)의 無秩序상태의 증가
- ②系의 조직상태의 不確實性的의 증가
- ③系 구성요소들의 偶然的인 배치상태로의 진행
- ④系 구성(organization)의 복잡성 증가: 즉 그 조직상태를 이해하기 어려움의 증가 등을 意味한다.

Boltzmann-Planck 함수는 2가지 형태로 쓰인다.

$$(1) S = -K \sum P \left\{ \begin{array}{l} S: \text{entropy} \\ K: \text{Boltzmann's constant} \\ P: \text{element數} \end{array} \right.$$

Shannon과 Weaver는 첫째 表現방식을 택하였으며 이 경우  $H=S$ 이며,  $H$ 는 無秩序도를 측정한다. Brillouin (1959), Patten (1959), Gallucci (1973) 등은 2번째 表現방식을 택하였으며 이 경우  $H=-S$ 가 되며  $H$ 는 秩序도를 측정한다. 어느 표현방식을 택하느냐에 따라  $H$ 값의 증가의 해석은 反對가 될 수 있으며, 필자의 경우는 첫째 표현 방식을 택하였다.

## III) 生態學분야에 應用 可能性

함수  $H$ 의 生態學研究에 利用을 고려할 경우 문제는 物理系(physical system)와 生態系(Ecological system)間의 서로 다른 性質때문에 일어난다. 生態系란 系(system)란 用語를 썼으나 이 系란 경계가 없는 거의 無限한, 개방된 系의 하나이므로 그 기작(mechanism)의 파악이 대단히 어렵고 構成要素도 無生物과는 달리 환경에 對한 反應이 항상 一定치 않은, 生物이라는 點등은 함수  $H$ 를 生態學에 應用時 再考해야 할 必要性이 있다는 暗示를 준다.

먼저  $H = -\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N} \log_2 \frac{N_i}{N}$  ( $N$ : 총 species들의 출현수,  $N_i$ =species  $i$ 의 출현수) 계산의 一例를 들고 그 결과의 適用가능성분야에 對하여 論하고자 한다.

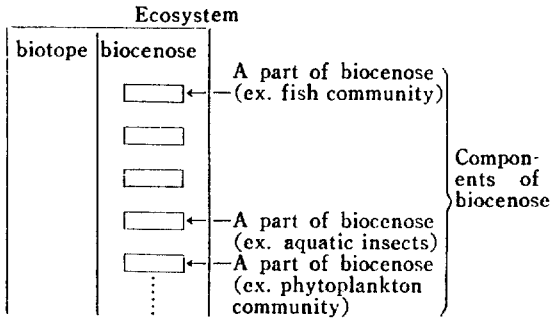
例들어 한 研究者가 湖水の phytoplankton을 채집, 量的인 data로 부터, species 단계에서 얻은 결과로 함수  $H$ 를 계산하였다 하자. 이 계산된  $H$ 란 Shannon의 정의에 따르면 phytoplankton 各種들의 出現度 또는 不在度(existence 또는 non-existence, presence 또는 absence)의 확률의 습을 의미한다.

이 숫자로부터 研究者는 첫째, phytoplankton 群이 얼마나 다양하느냐의 程度를 言及할 수 있고 둘째, 그 구성조직이 無秩序하느냐 또는 어느 한 種이 특별히 많이 나타나느냐 등을 짐작할 수 있다. 이 경우 研究者는 그 해석이 生態系의 일부분인 community 또는 biocenose의 일부분에 지나지 않는 phytoplankton community에 관한 것이라는 점을 잊지 말아야 한다(Wautier 1949). 즉 계산된  $H$ 는 biocenose를 구성하는 각 구성요소(component)들中的 하나인 phytoplankton community에 관한 것이지 결코 biocenose全體 또는 Ecosystem全體를 代表하는 값이 아니라는 것을 명백히 구분하여둘 필요가 있다 (Fig. 1).

사실상 生態學분야에서는 2가지 종류의  $H$ 계산이 可能하다(Odum 1971).

① 한 ecosystem內에 발견되는 生物體 群集들서

Fig. 1. Ecosystem=biotope+biocenose



이에 존재하는 상호관계(interaction)의 가능성 또는 확률 계산. 이 群集들은 먹이연쇄(food chain)나 energy 순환 관점에서 區分되는 집단들이다.

②한 群集內에서는 나타나는 種들 또는 個體들 사이에 존재하는 상호관계의 가능성 또는 확률의 계산.

Mac Arthur (1955)의 경우는 제 1 항의 意味의 H를 고려한 것이며 本稿의 경우는 제 2 항의 意味가 그 對象이다. Mac Arthur의 着想을 실현하기 위하여는 food chain內 各 단계(component)別로의 H계산을 이루어져야 하므로 이는 국한된 범위內의 H계산을 한다거나 또는 실험실內에서 이루어진 결과에 對하여서나 적용될 수 있을 것이다. Travers (1971), Boudouresque (1971)도 한 ecosystem의 구조(structure)를 정말로 把握할 수 있는 diversity의 측정은 biocenose 各 단계의 모든 生體들을 對象으로 한계산에 의하여서만 可能하다고 지적하였다.

1) 安定性(stability)

계산된 H로 부터

i) 研究對象인 phytoplankton community가 安定한가?

ii) 研究對象인 phytoplankton community를 포함하고 있는 biocenose 또는 ecosystem은 安定한가?

라는 질문에 對答할 수 있는가의 여부를 고려해 보기로 한다.

生態學에서 安定性(stability)이란 한 種의 사라짐 또는 나타남에 反應된 community structure의 변형에 對한 저항(resistance) 정도를 의미하

는 것으로 Mac Arthur (1955), Gallucci (1973), Austin & al. (1974), Noy-Meir (1976) 등은 간단한 food chain內의 stability를 論하였고 Allen (1975)는 predator와 그먹이가 되는 生物體間의 관계에 stability를 적용시켰다.

이와같은 例에서 보듯이, stability란 energy의 또는 alimentation的인 상호작용이 존재하는 個體들사이에 적용되는 用語이다.

첫번째 질문의 경우 phytoplankton community란 그 구성요소가 Algae 個體들 (Alga)인데 이 구성요소들 사이에 어떤 種類의 energy 移動 또는 alimentation的 상호관계가 존재한다고 보기 힘들다. 또한 phytoplankton community의 造成 (composition)은 한 種의 alga의 사라짐같은 變化보다는 제 1차 消費者의 출현이나 또는 環境의 物理, 化學的 성질 변화에 더욱 영향을 받는 것이다. 그러므로 stability란 用語는 phytoplankton community內의 관계에는 적용될 수 없는 것이며 例들어 phytoplankton community와 zooplankton community 사이에 관계를 언급할 경우에는 그 使用이 可能하다.

두번째 질문의 경우, 萬一 研究者가 얻은 H값이 작다면 이는 나타난 各 生物種들의 출현빈도가 아주 작던지 또는 어느 한 種이 우세하게 나던지 等を 의미하는 것이며 그 理由는 各 種들의 環境的, 생물學的 原因들에 있는 것이다. 또한 phytoplankton community의 H값이 작다는 것이 biocenose의 반드시 다른 component (Fig. 1)들 단계에서도 반드시 그 H값이 작다는 것을 意味하지도 않는다. 그러므로 biocenose 일부분인 例들어 phytoplankton의 H값으로부터 biocenose나 Ecosystem 全體의 安定性 여부에 對한 언급은 다른 부분의 방대한 연구결과가 없는 限 있을 수 없는 일이다.

現 學界의 一部는 根本的으로 diversity=stability라는 관념에 의문을 던지고 있으며 (May 1974), 生態系의 安定性 分析에도 Sensitivity Analysis (Patten 1972, Austin & al. 1974), Perturbation Analysis (Austin & al. 1974), Stability Analysis (Smith 1975, Noy-Meir 1976) 등이 쓰인다.

## 2) Pollution

함수  $H$ 는 환경變化에 의한 community structure의變化가 있을 수 있다는 生態學의 原則에 따라, 환경오염에 對한 生物群의 구조(structure) 변동 측정에도 쓰인다. 이 應用의 경우 명백히 정의하여 두어야 할 것은 pollution이란 환경의 質에 관한 것이며 함수  $H$ 는 生物體들의 출현 또는 不在의 확률에 관한 것으로 이 두 개념이 直結되는 것이 아니며 生物群集構成의 變化는 環境 質의 低下로 올수도 있으나 自然的要因의 變動의 결과인 경우가 大部分이라는 點이다.

필자의 研究를 例든다면(YI 1977, 1979, a) 같은 時期에 호수 表面水의 periphyton community의  $H=2,523$ 이고 下層水는  $H=0.864$ , 같은 表面水의 경우 겨울은  $H=0.376$ , 여름은  $H=2,702$ 의 결과를 얻었다. 이 경우  $H$ 값의 變化는 호수 內의 어떤 pollution에 依한 變化가 아니고 環境의 自然的 變化(例: 계절에 따른 태양 energy, 水溫 等의 變化)에 因한 것이다. Cairn & al. (1972)은 Algae를 pollution 研究 利用時 주의하여야 할 點들은 例들면 Algae community의 變動은 pollution에 依한 것만이 아니라 自然的 環境요인 또는 predator 等의 影響에 依한 것이며 pollutant의 침가와 Algae 단계에 나타나는 그 反應 사이에는 時間的 差異(interval)가 있으며, 研究 對象 community의 自然的 succession 형태(pattern)를 모르는 경우, 環境의 非正常的原因에 의한 community structure의 變化는 규명하기 힘든 것 等を 들고 있다. 이 문제점들은 한 biocenose의 다른 要素(component)의 研究時도 마찬가지로 고려되어야 할 것이다.

結論적으로  $H$ 값이 낮다하여 pollution의 影響 때문이라는 推論은 對象 環境에 對한 연구가 이미 이루어져 있거나 또는 對象 ecosystem內의 다른 구성부분들의 研究가 없는 限은 이 擧論되기 힘든 論題이며 Cook (1976)의 경우 함수  $H$ 는 汚染指數(pollution index)로써는 不正確한 지수라고 결론 짓기도 한다.

## 3) Succession

以上の 토론으로 보아 함수  $H$ 의 값의 變化가

한 community의 구조상황 또는 그 變動을 表示해 줄 수 있는 것만은 사실이며 단지 이러한 조직(organization)의 變化가 왜 일어났느냐의 問題는 別途의 研究對象이 되는 것이다. 즉 時間的 측면에서 對象 community의 succession 또는 evolution의 단계 區分은 shannon 함수  $H$ 의 生態學內 應用이 확실한 분야로 간주할 수 있다 (YI, 1979. b) Brown (1973)은 淡水의 periphyton을 研究하며 얻어진  $H$  값들이 淡水의 物理·化學의 性質과 periphyton community 사이의 상관관계를 규명하는데는 전혀 도움을 주지 못하였으나 community structure의 變動상황을 理解하는데는 利用이 될 수 있다고 보았고 Travers (1971)은 海洋生態學분야에서 population들에 對한 보충연구와 함께 succession의 區分에 이를 利用하였다.

## 4) Energy流通 측면에서 본 生産力 (productivity)

제 II) 原理 부분에서 언급하였듯이 함수  $H$ 는 한 系의 구성요소들의 조직(organization) 상황 糾明 뿐만 아니라 熱力學의 entropy 개념과 關聯되어 生態系의 energy 流通過程 糾明에도 利用된다 例들면 Mac Arthur (1955)는 生態系의 安定性을 energy流通 측면에서 논의하면서 함수  $H$ 를 利用했고 Brillouin (1959), Gallucci (1973)는 物理系(physical system)의 energy 狀態에, Patten (1959)는 生態系(ecological system)의 energy 순환에, Wilhm (1968)은 生物量(biomass)계산에, Dickman (1968)은 相對的 生産力 측정에 이를 利用하고 있다. 그러나 Gallucci (1973)에 의하면 두 함수  $H$ 와  $S$ 는 단지 式 형태가 類似할 따름이지 熱力學 제 1法則에 근원을 가지고 있는 것은 아니라고 지적하고 있다 결론적으로 이 分野의 利用은 앞으로 Entropy의 개념과 diversity의 개념과의 關係가 정확히 正립된 後에야 可能하며 아직까지는 그 應用에 많은 論難이 있는 部分이다.

## 結 論

Shannon's function 또는 Shannon's formula  $H$ 가 生態學分野에 應用되면서 만들어진 混亂은 첫째 : 生態學的 純粹한 多樣性(diversity) 概念과 Shannon의 information theory의 混合,

둘째 : 物理的, 化學的, 熱力學的 系(system)와 生態學的 系(ecosystem)와의 混同,

셋째 : 函數  $H$ 가 계산된 對象(例 : phytoplankton community)과 계산 結果를 적용, 해석하는 對象(例 : biocenose 또는 ecosystem)의 混同, 等에서 비롯된 것이며 現 時點에서 函數  $H$ 는 研究對象 community의 evolution 또는 succession 단계 區分에 應用될 수 있다는 것이 本 研究者의 意見이다.

## REFERENCES

- Allen, J.C., 1975. Mathematical models of species interactions in time and space. *Amer. Naturalist*, 109, 319-342.
- Austin, M.P. & Cook, B.G., 1974. Ecosystem stability: A result from an abstract simulation. *J. Theor. Biol.*, 45(2), 435-458.
- Boudouresque, C.F., 1971. Méthodes d'étude qualitative et quantitative du benthos (en particulier du phytobenthos). *Tethys*, 3(1), 79-104.
- Brillouin, L., 1959. La science et la théorie de l'information. Masson, Paris.
- Brown, S.D., 1973. Site variation in littoral periphyton populations: correlation and regression with environmental factors. *Int. Revue Ges. Hydrobiol.*, 58(3), 437-461.
- Cairns, J. Jr., Lanza, G.R. & Parker, B.C., 1972. Pollution related structural changes in aquatic communities with emphasis on freshwater algae and protozoa. *Proc. Acad. Natur. Sci. Philad.*, 124(5), 79-127.
- Cook, S.E., 1976. Quest for an index of community structure sensitive to water pollution. *Environ. Pollut.*, 11, 269-288.
- Devaux, J., 1973. Contribution a l'étude des populations phytoplanktoniques du lac de Tazenat (Puy-de-Môme). *Ann. Station Biol. de Besse-en-Chandesse*, 7, 101 p.
- Dickman, M., 1968. Some indices of diversity. *Ecology*, 49(6), 1191-1193.
- Fisher, R.A., Corbet A.S., Williams, C.B., 1943. The relation between the number of species and the number of individuals in a random sample of an animal population. *J. Anim. Ecol.*, 12, 42-58.
- Gallucci, V.F., 1973. On the principles of thermodynamics in ecology. *Amer. Rec. Ecol. Syst.*, 4, 329-357.
- Hurlbert, S.H., 1971. The nonconcept of species diversity: a critique and alternative parameters. *Ecology*, 52(4), 577-586.
- Lehninger, A.L., 1965. Bioenergetics: the molecular basis of biological energy transformation. W.A. Benjamin, N.Y., 215 p.
- May, R.M., 1974. Stability and complexity in model ecosystems. Princeton University Press, New Jersey, 265 p.
- Mac Arthur, R.H., 1955. Fluctuation of animals populations and a measure of community stability. *Ecology*, 36, 533-536.
- Margalef, R., 1951. Diversidad de especies en las comunidades naturales. *Publ. Inst. Biol. Apl. Barcelona*, 9, 5-27, English summary.
- Margalef, R., 1956. Informacion y diversidad especifica en las comunidades de organismos. *Invest. Pesq.*, 3, 99-106.
- Margalef, R., 1957. La teoria de la informacion en ecologia. *Mem. Real. Acad. Cienc. Artes Barccpp.*, 32, 373-449 (transl. in *Gen. Syst.*, 3, 36-71).
- Mc Intosh, R.P., 1967. An index of diversity and the relation of certain concepts to diversity. *Ecology*, 48(3), 392-404.
- Menhinick, E.F., 1964. A comparison of some species individuals diversity indices applied to samples of field insects. *Ecology*, 45, 859-861.
- Noy-Meir, I., 1976. Rotational grazing in a continuously growing pasture: a simple model. *Agric. Syst.*, 1, 87-112.
- Odum, H.T., 1971. Environment, power, and society. John Wiley & Sons Inc., N.Y., 331 p.
- Patten, B.C., 1959. An introduction to the cybernetics of ecosystem: the trophic dynamic aspect. *Ecology*, 40(4), 221-231.

- Patten, B.C., 1972. Systems analysis and simulation in ecology. Vol. Ⅱ. Academic Press. N.Y., 592 p.
- Peet, R.K., 1974. The measurement of species diversity. *Ann. Rev. Ecol. Syst.*, 5, 285-307.
- Peet, R.K., 1975. Relative diversity. *Ecology*, 56 (2), 496-498.
- Pielou, E.C., 1975. Ecological diversity. John Wiley & Sons Inc., N.Y., 163 p.
- Shannon, C.E., 1948. A mathematical theory of communication. *Bell. Syst. Tech. J.*, 27, 379-423.
- Shannon, C.E. & Weaver W., 1949. The mathematical theory of communication. Board of Trustees of University of Illinois. Urbana, 117 p.
- Simpson, E.H., 1949. Measurement of diversity. *Nature*, 163, 688 p.
- Smith, D.F. 1975. Quantitative analysis of the functional relationships existing between ecosystem components. Ⅱ. Analysis of ecosystem stability. *Oecologia*, 21, 17-29.
- Travers, M., 1971. Diversité du microplancton du golfe de Marseille en 1964. *Mar. Biol.*, 8(4), 308-343.
- Watt, K.E.F., 1966. Systems analysis in ecology. Acad. Press. N.Y., 276 p.
- Wautier J., 1949. Biocénétique. *Bull. Soc. Linn. Lyon*, 18(4-5), 76-95.
- Whittaker, R.H., 1960. Vegetation of Siskiyou Mountains, Oregon and California. *Ecol. Monogr.*, 30, 279-338.
- Wilhm, J.L., 1968. Use of biomass units in Shannons formula. *Ecology*, 49(1), 153-156.
- Yi, B.J. 1977. Contribution à l'écologie des étangs piscicoles de la Dombes (Ain): Recherche sur le periphyton et son environnement par la technique du substrat artificiel. Thèse du Doc. Université Claude Bernard: Lyon I. N° 664, Tome I (114p.) Tome II (157p. Fig. Tab.)
- Yi, B.J., 1979. a. La flore algale du périphyton épiphyte et son évolution dans les étangs piscicoles de la Dombes (Ain). *Bull. Soc. Linn. Lyon (France)* 48(2), 119~128.
- Yi, B.J., 1979. Une méthodologie pour l'étude des populations algales du périphyton: la mesure du taux de recouvrement. (A methodology for algal population study of periphyton: measurement of covering rate) *Arch. Hydrobiol. (Germany)*, in press.
- Zahl S., 1977. Jackknifing an index of diversity *Ecology*, 58, 907~913.