

## 論 文

大韓造船學會誌  
第16卷 第2號 1979年 6月  
Journal of the Society of  
Naval Architects of Korea  
Vol. 16, No. 2, June 1979

### 平板의 接水振動에 관한 實驗的 研究

金 極 天\* · 金 在 承\*\* · 李 玄 燁\*\*

An Experimental Study on the Elastic Vibration of Plates in Contact with Water  
by

K.C. Kim,\* J.S. Kim,\*\* H.Y. Lee\*\*

#### Abstract

The authors had done theoretical analysis of the vibration of rectangular elastic plates in contact with water. In the analysis, using the elliptic cylindrical coordinate system, they investigated the effects of mass density ratios, chord-length to thickness ratios, aspect ratios, boundary conditions and mode shapes on the added mass of plates. The results are reported in papers quoted as the reference [4] and [5] of this paper. In this report the results of experiments conducted to verify the above theoretical analysis are presented. It shows that numerical results derived from the theoretical analysis are generally in good agreement with the experimental results.

#### 記 號

- $a$  平板의 짧은쪽 邊의 길이  
 $b$  平板의 긴쪽 邊의 길이  
 $E$  平板材質의 引張彈性係數  
 $f_a$  平板의 空氣속에서의 固有振動數  
 $f_w$  平板의 물속에서의 固有振動數  
 $h$  平板의 두께  
 $m, n$  振動形特性值 즉,  
 $m=a$  方向이 半波長波의 數  
 $n=b$  方向이 半波長波의 數  
 $\beta$  質量增分率; 附加質量/空氣속에서의 振動質量  
 $\nu$  Poisson比  
 $\rho_p$  平板의 質量密度  
 $\rho_w$  물의 質量密度  
 $C-C$  맞邊 한雙이 固定支持  
 $F-F$  맞邊 한雙이 自由  
 $S-S$  맞邊 한雙이 單純支持

#### 1. 序 論

接水平板의 固有振動特性을 體系的으로 究明해 두는 일은 船體構造의 局部振動 즉, 船底板, 水線下側板, 油水艙隔壁板, 舵板, 油水用 液體容器 등의 防振設計에 有益하다.

일반적으로 彈性體가 油水 등 液體속에서 振動할 경우에 附加質量으로 인하여 固有振動數가 낮아진다. 즉, 空氣속과 油水 등 液體속에서의 固有振動數를 各各  $f_a$ ,  $f_w$ 로 表記하면

$$f_w = f_a / \sqrt{1 + \beta} \quad (1)$$

인 관계식이 성립한다. 여기서  $\beta$ 는 空氣속에서의 振動質量에 대한 附加質量의 比로서 定義되는 質量增分率이다.

平板의  $\beta$ 에 관한 理論的 研究로서는 Lamb[1]\*\*\*, 및 Maclachlan[2]의 圓板에 대한 計算, Kito [3] 및 著者 등[4, 5]의 直四角形平板에 대한 計算을 들수 있

接受日字: 1979年 5月 2日

\* 正會員: 서울大學校 工科大學

\*\* 正會員: 韓國船舶研究所

\*\*\* [ ]內 數字는 本文 末尾에 紹介된 參考文獻의 番號임.

고, 實驗的 研究로서는 Lindholm 등[6]의 1緣固定 · 3緣自由直四角形板에 대한 實驗, Carmichael[7]의 4緣固定直四角形板에 대한 實驗을 들 수 있다.

本研究에서는 直四角形板에 대하여 著者 등이 앞서 行한 理論的 計算結果의 信賴性을 確認하기 위하여, 먼저 水平 平板의 自由水面으로부터의 沒水 깊이에 따른 質量增分率의 變化를 調查하고, 周緣支持條件이 四緣單純支持( $S-S$ ,  $S-S$ ), 한 邊이 單純支持이고 다른 邊이 自由( $S-S$ ,  $F-F$ ) 및 四緣固定( $C-C$ ,  $C-C$ )인 세 경우에 대하여 一連의 實驗을 行하였고 同 結果를 理論的 計算值와 比較檢討하였다.

## 2. 實 驗

### 2.1. 實驗器 및 支持條件具現裝置

實驗들은 平板의 四緣支持條件에 따라 한 邊만이 支持가 필요한 경우( $S-S$ ,  $F-F$ )와 四緣 모두 支持裝置가 필요한 경우 ( $S-S$ ,  $S-S$  및  $C-C$ ,  $C-C$ )로 나누었다.

첫번째 實驗들에서는 單純支持인 邊만을 고려하면 되는데, Fig. 1이 同 支持裝置의 한 斷面이다.  $300 \times 90 \times 15/10$  mm ㄷ型鋼을 받침대로 하여 그 頂部에 그림과 같이 單純支持具現裝置를  $14$  mm $\phi$ 보울트로서 軋치  $100$  mm로 固定시켰다. 單純支持具現은 그림에서 보드시 試片의 위와 아래에 各各  $5.5$  mm $\phi$ 의 鋼棒을 댄으로서 線支持에 의하여 平板의 垂直變位는 억제되나 回轉은 自由롭도록 하였다. 이 實驗들의 全體的 모습은 Fig. 2 와 같다.

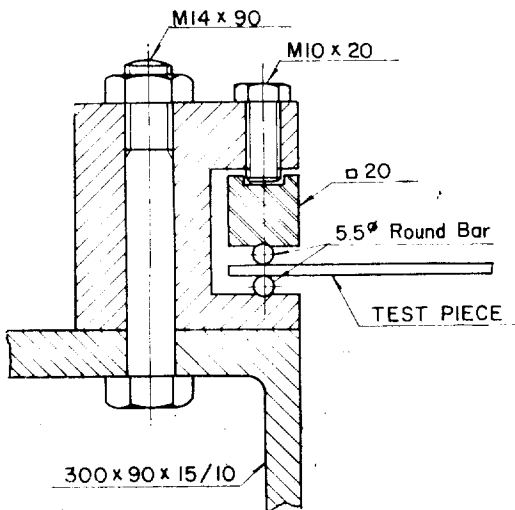


Fig. 1. Details of simple support for test pieces of ( $S-S$ ,  $F-F$ ) plates.

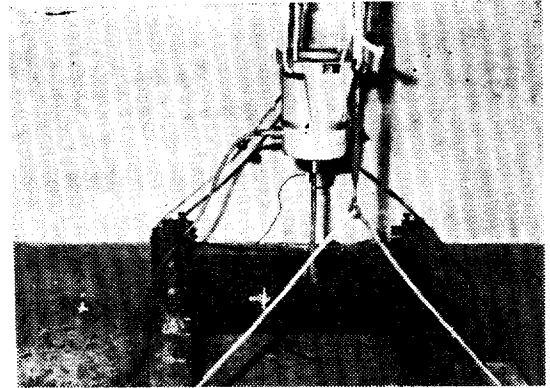


Fig. 2. Test rig for ( $S-S$ ,  $F-F$ ) plates: note the exciter

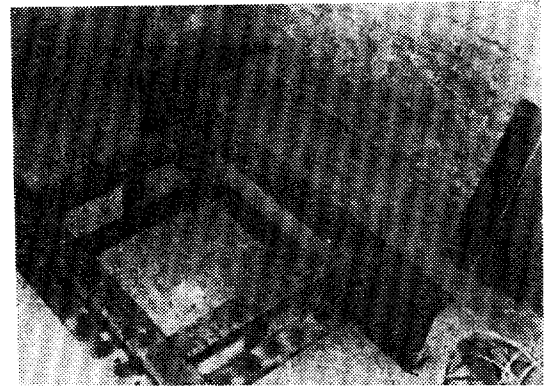


Fig. 3. Supporting frames for test pieces of ( $S-S$ ,  $S-S$ ) and ( $C-C$ ,  $C-C$ ) plates.

둘째번 實驗들에서는 四緣 모두 받침대와 支持條件具現裝置가 필요하다. 받침대로서는 前者와 마찬가지로  $300 \times 90 \times 15/10$  mm ㄷ型鋼이 사용되었는데, Fig. 3에서 보는 바와 같이 웨브部分에 開孔을 마련하였다. 이는 水中振動時 받침대 사이에 있는 물의 運動이 制限 받는 것을 最小限으로 감소시키기 위하여서이다. 周緣支持條件具現裝置는 單純支持의 경우 Fig. 4와 같이 하여 Fig. 1과는 다른 方法을 채용하였다. 즉, 試片과 支持틀 사이에 媒介物로서 두께  $0.2$  mm인 합석板이 이용되었는데, 합석의 한쪽끝은 試片의 끝에서  $5$  mm 떨어진 곳에  $2$  mm $\phi$ 보울트로서 軋치  $20$  mm로 하여 부착시키고 다른 한쪽은 받침대에 걸치고 그 아래와 위에 試片과 같은 두께의 平板을 얹고 그 위에  $90 \times 30$  mm 平鋼을 대고 이를  $14$  mm $\phi$ 보울트로서 軋치  $100$  mm로 하여 받침대에 固定시켰는데 이때 합석의 받침대에 걸친 부

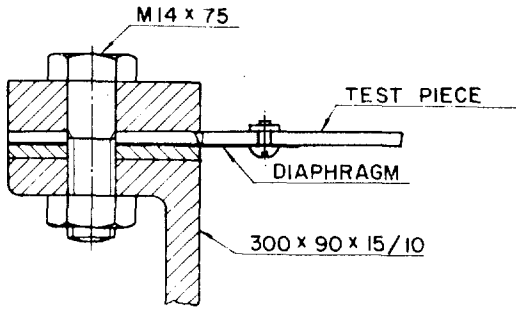


Fig. 4. Details of simple support for test pieces of (S-S, S-S) plates.

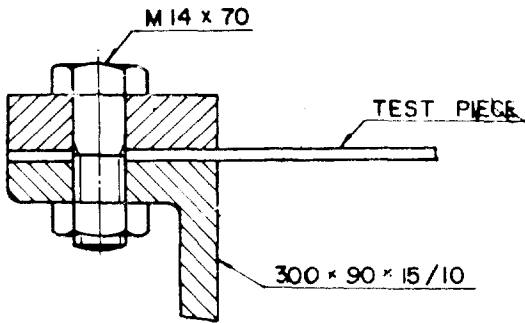


Fig. 5. Details of fixed support for test pieces of (C-C, C-C) plates.

분의 끝은 가위질하여 20 mm幅으로 上下交互로 겹에서 위로는 합석 뒷板과 頂部平鋼사이에서 아래로는 합석 뒷板과 ㄷ型鋼頂部사이에서 嵌込시켰다. 固定支持의 경우는 Fig. 5와 같이 받침대위에 試片이 20 mm 겹치도록 하고 그 위에 90×35 mm 平鋼을 얹고 單純支持때와 같은 方法으로 받침대에 固定시켰다.

2.2. 實驗方法

實驗的 質量增分率은 (1)式을 이용하여 구할수 있다. 따라서 이를 위하여서는 空氣속과 水中에서의 固有振動數를 測定하여야 한다. 測定裝置로서는 起振器, 受振器, 振動計, 各種記錄器 및 그 附屬裝置가 要求되는데, 本實驗에 사용된 裝置의 寫眞이 Fig. 6이다. 起振器는 動電型으로서 試片에 附着된 모습을 Fig. 2에서 볼 수 있다.

(S-S, F-F)板의 固有振動數는 起振器와 加速度受振器를 사용하여 周波數應答曲線을 그려서 그로부터 判讀하였고, (S-S, S-S) 및 (C-C, C-C)板의 固有振動數는 機械의 임피던스(impedance) 曲線을 그려서 그로부터 判讀하였다.

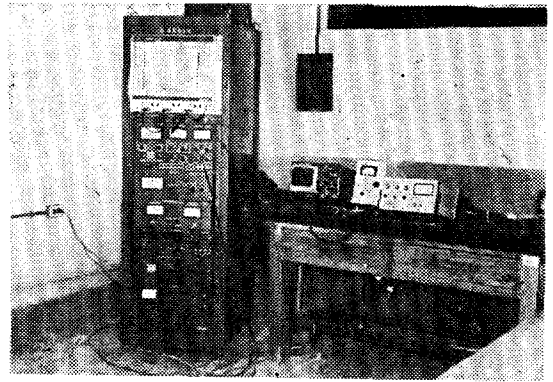


Fig. 6. View of vibration measuring and analysis apparatus.

2.3. 試片

모든 試片은 두께  $h=3.2$  mm의 一般構造用鋼板으로서 이의 單位體積當質量  $\rho_p$ , 引張彈性係數  $E$  및 Poisson 比  $\nu$ 의 값들은 다음과 같다.

$$\rho_p = 7.85 \times 10^{-3} / 980 \text{ kgf} \cdot \text{sec} / \text{cm}^2$$

$$E = 2.0 \times 10^8 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

$$\nu = 0.3$$

各試片의 幾何學의 特性은 Table 1~3과 같다.

2.4. 實驗結果

本實驗은 서울大 工大 造船工學科 振動實驗室에서 行하여 왔는데, 同實驗室에는 길이 6.00 m×幅 2.00

Table 1. Test pieces of the (S-S, F-F) plate.

| Test piece | a(mm) | b(mm) | b/a |
|------------|-------|-------|-----|
| SFP 1      | 600   | 600   | 1.0 |
| SFP 2      | 500   | 600   | 1.2 |
| SFP 3      | 400   | 600   | 1.5 |
| SFP 4      | 300   | 600   | 2.0 |
| SFP 5      | 240   | 600   | 2.5 |
| SFP 6      | 200   | 600   | 3.0 |
| SFP 7      | 150   | 600   | 4.0 |

Note :  $\begin{cases} a = \text{length of a simply supported edge.} \\ b = \text{length of a free edge.} \end{cases}$

Table 2. Test pieces of the (S-S, S-S) plate.

| Test piece | a(mm) | b(mm) | b/a |
|------------|-------|-------|-----|
| SSP 1      | 600   | 600   | 1.0 |
| SSP 2      | 400   | 600   | 1.5 |
| SSP 3      | 300   | 600   | 2.0 |
| SSP 4      | 200   | 600   | 3.0 |

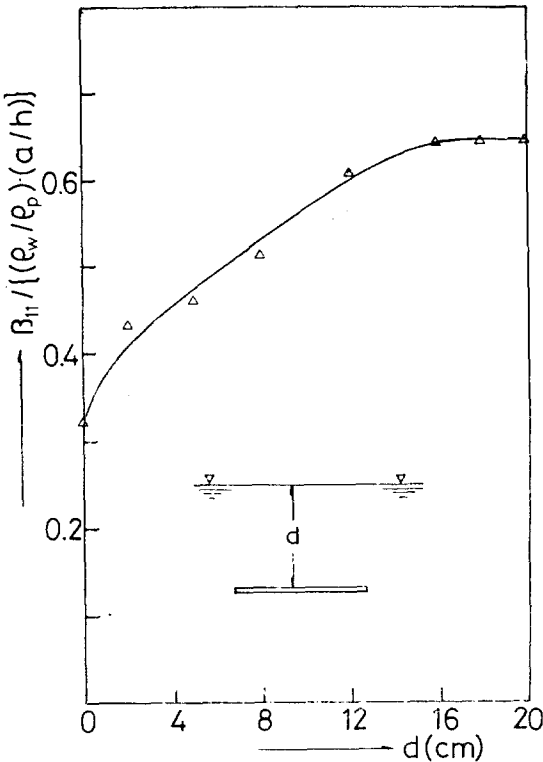
**Table 3.** Test pieces of the (C-C, C-C) plate.

| Test piece | a(mm) | b(mm) | b/a |
|------------|-------|-------|-----|
| CCP 1      | 600   | 600   | 1.0 |
| CCP 2      | 400   | 600   | 1.5 |
| CCP 3      | 300   | 600   | 2.0 |
| CCP 4      | 200   | 600   | 3.0 |

m×길이 1.50 m인 小形水槽가 마련되어 있다. 平板의 自由水面으로부터의 沒水깊이에 따른 質量増分率의 變化를 調査한 결과로부터 沒水깊이 16 cm 정도에서부터 그 값이 飽和值가 됨을 確認(Fig. 7 參照) 하였으므로 水中振動時 물을 試片위로 20 cm가량 채우고 實驗하였다. 實驗結果는 다음과 같다. (但,  $\rho_w$ 는 물의 質量密度이다.

(1) 沒水깊이의 영향

試片 SFP 4를 擇하여 水平인 狀態에서 自由水面으로부터의 沒水깊이에 따른 質量増分率의 變化를 基本振動形에 대하여 調査한 結果가 Fig. 7이다.



**Fig. 7.** The effect of the depth of plate submergence on the added mass (test piece SFP 4).

(2) (S-S, F-F)板

基本振動形에 대하여서만 實驗을 行하였는데, 그 結

果 및 理論計算值[5]와의 比較는 Table 4와 같다.

(3) (S-S, S-S)板

몇개의 低次振動形에 대하여 行한 實驗結果 및 理論計算值[4]와의 比較는 Table 5와 같다.

(4) (C-C, C-C)板

몇개의 低次振動形에 대한 實驗結果가 Table 6이다.

**Table 4.** Experimental results for fundamental modes of (S-S, F-F) plates.

| Test piece | $f_a$ (Hz) | $f_w$ (Hz) | $\beta_{11} / \{(\rho_w / \rho_p)(a/h)\}$ |          |
|------------|------------|------------|---|----------|
|            |            |            | Experi.                                   | Calc.[5] |
| SFP 1      | 20.8       | 5.4        | 0.569                                     | 0.531    |
| SFP 2      | 20.5       | 5.7        | 0.589                                     |          |
| SFP 3      | 21.0       | 6.4        | 0.603                                     |          |
| SFP 4      | 20.8       | 7.0        | 0.644                                     | 0.653    |
| SFP 5      | 21.0       | 7.7        | 0.662                                     |          |
| SFP 6      | 21.3       | 8.3        | 0.690                                     | 0.704    |
| SFP 7      | 20.8       | 9.0        | 0.715                                     | 0.730    |

**Table 5.** Experimental results of (S-S, S-S) plates.

| Test piece | Mode shape* (m, n) | $f_a$ (Hz) | $f_w$ (Hz) | $\beta_{mn} / \{(\rho_w / \rho_p)(a/h)\}$ |          |
|------------|--------------------|------------|------------|---|----------|
|            |                    |            |            | Experi.                                   | Calc.[4] |
| SSP 1      | (1, 1)             | 40         | 10.6       | 0.554                                     | 0.611    |
|            | (1, 2)             | 99         | 33         | 0.335                                     | 0.385    |
|            | (2, 2)             | 166        | 65         | 0.231                                     | 0.282    |
|            | (1, 3)             | 203        | 85         | 0.197                                     |          |
| SSP 2      | (1, 1)             | 64         | 18.7       | 0.650                                     | 0.670    |
|            | (1, 2)             | 133        | 46         | 0.462                                     | 0.470    |
|            | (2, 1)             | 200        | 80         | 0.330                                     | 0.341    |
|            | (1, 3)             | 220        | 89         | 0.321                                     |          |
|            | (2, 2)             | 273        | 114        | 0.297                                     | 0.305    |
|            | (2, 3)             | 400        | 180        | 0.247                                     |          |
| SSP 3      | (1, 1)             | 105        | 34         | 0.715                                     | 0.728    |
|            | (1, 2)             | 180        | 68         | 0.503                                     | 0.555    |
|            | (1, 3)             | 272        | 115        | 0.385                                     |          |
|            | (2, 1)             | 383        | 172        | 0.331                                     | 0.350    |
|            | (2, 2)             | 425        | 200        | 0.294                                     | 0.327    |
| SSP 4      | (1, 1)             | 205        | 76         | 0.788                                     | 0.775    |
|            | (1, 2)             | 278        | 113        | 0.635                                     | 0.648    |
|            | (1, 3)             | 377        | 173        | 0.471                                     |          |
|            | (2, 1)             | 876        | 460        | 0.330                                     | 0.355    |

\*  $\begin{cases} m = \text{number of half wave lengths in the } a \text{ direction.} \\ n = \text{number of half wave lengths in the } b \text{ direction.} \end{cases}$

Table 6. Experimental results of (C-C, C-C) plates.

| Test piece | Mode shape*<br>(m, n) | f <sub>a</sub> (Hz) | f <sub>w</sub> (Hz) | $\beta_{mn}/\{(\rho_w/\rho_p) \cdot (a/h)\}$ |
|------------|-----------------------|---------------------|---------------------|--|
|            |                       |                     |                     | Experi.                                      |
| CCP 1      | (1, 1)                | 72                  | 20                  | 0.501  |
|            | (1, 2)                | 167                 | 57                  | 0.319  |
|            | (2, 2)                | 222                 | 92                  | 0.231  |
|            | (1, 3)                | 300                 | 128                 | 0.197  |
| CCP 2      | (1, 1)                | 128                 | 40                  | 0.580  |
|            | (1, 2)                | 202                 | 74                  | 0.405  |
|            | (2, 1)                | 360                 | 128                 | 0.282  |
|            | (1, 3)                | 335                 | 144                 | 0.277  |
|            | (1, 4)                | 480                 | 220                 | 0.236  |
| CCP 3      | (1, 1)                | 210                 | 74                  | 0.591  |
|            | (1, 2)                | 262                 | 103                 | 0.458  |
|            | (1, 3)                | 359                 | 149                 | 0.402  |
|            | (2, 1)                | 555                 | 258                 | 0.304  |
|            | (2, 2)                | 595                 | 306                 | 0.233  |
| CCP 4      | (1, 1)                | 440                 | 172                 | 0.704  |
|            | (1, 2)                | 478                 | 212                 | 0.513  |
|            | (1, 3)                | 590                 | 272                 | 0.465  |
|            | (1, 4)                | 750                 | 347                 | 0.461  |
|            | (1, 5)                | 920                 | 433                 | 0.441  |
|            | (1, 6)                | 1,090               | 530                 | 0.406  |
|            | (2, 1)                | 1,190               | 610                 | 0.352  |

\* For m and n, see the foot-note of Table 5.

3. 考 察

우선 平板의 自由水面으로 부터의 沒水깊이에 따른 質量增分率의 變化 즉, Fig. 7을 보면 沒水깊이가 약 16 cm 以上이 되면 飽和值를 示顯하고 있다. 本實驗에서 받침대의 높이는 30 cm, 試片위의 물의 깊이는 20 cm 이다. 따라서 本實驗에서 얻은 값들은 Kito[3] 또는 著者 등[4,5]이 計算한 無限깊이에 잠긴 狀態에서의 理論值에 對應하는 것이라고 볼 수 있다. Fig. 7로부터 알 수 있는 또 하나의 重要한 事實은 自由水面 혹은 片面接水의 경우 그 質量增分率을 無限 깊이에 잠겨 있을 경우의 半을 取하는 理論的 計算을 뒷받침하고 있는 점이다.

Carmichael[7]이 4緣固定인 鉛直平板에 대하여 自由水面으로 부터의 沒水度 즉, 吃水의 變化에 따른 附加 質量의 變化를 調査한 바 있는데, 그에 따르면 吃水가 커짐에 따라 附加質量이 增加하며 그 增加率은 板의 鉛直方向 길이에 대한 吃水의 比가 0~0.2 및 0.8~

1.0에서는 매우 완만하고 吃水의 比가 1 以上 즉, 板의 上緣이 自由水面에 沒入할 때부터는 事實上 飽和值로 된다. 船體外板 또는 隔壁板 등이 깊이 方向으로 部分接水狀態에 있는 경우의 質量增分率推定에는 [7]의 資料가, 또 水平板이 自由水面으로 부터 매우 얇이 沒水된 경우의 質量增分率推定에는 本 報文의 Fig. 7이 各各 無限 깊이에 잠긴 경우에 대한 값을 基準으로 한 補正에 有益하게 活用될 수 있을 것이다.

Table 5를  $\beta/\{(\rho_w/\rho_p)(a/h)\}$ 對 길이·幅比 (b/a) 曲線으로 圖示한 것이 Fig. 8이다. Fig. 8로부터 理論과 實驗의 兩者에서 平板의 길이·幅比와 振動形에 따른 質量分布率의 分布傾向이 대체로 一致하고 있음을 알 수 있다. 길이·幅比가 클때보다도 同比가 작을때 理論值와 實驗值의 差가 더 큰 것을 볼 수 있는데, 이는 理論計算 [4]에서 길이 方向의 緣에서 그 境界條件이 滿足되었으나 幅方向의 緣에서는 準有限長概念의 導入에 의하여 近似的으로 滿足시켰음을 고려할 때 首肯되는 事實이다. 그러나 길이·幅比가 작은 경우에도 理論值와

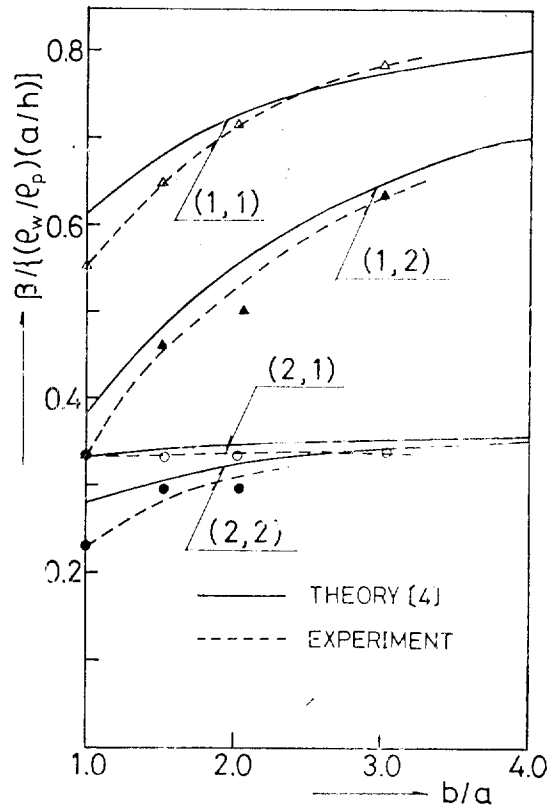


Fig. 8. Comparison of theoretical and experimental results for (S-S, S-S) plates (figures in ( ) are m and n, respectively).

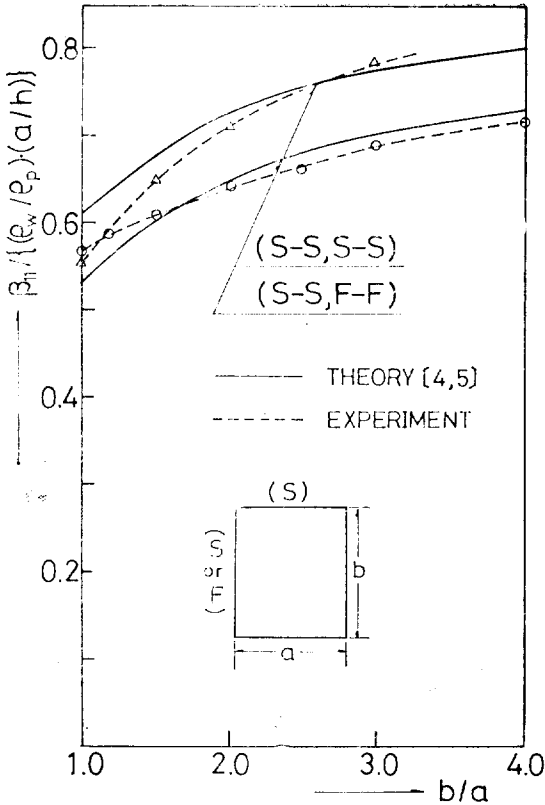


Fig. 9. Comparison of theoretical and experimental results for (S-S, F-F) plates, and also comparison of (S-S, S-S) and (S-S, F-F) plates.

實驗値의 差는 10% 程度일므로 (1)式을 감안할 때 固有振動數推定에 있어서 理論値의 有用性이 認定된다. 參考로, 4緣單純支持單獨板에 대한 Kito[3]의 計算値가 金[4]의 計算値보다 훨씬 더 큰 理由는 前者의 경우 길이 方向 및 幅方向의 緣에 대하여 共히 境界條件을 準有限長概念에 의하여 近似滿足시킨 탓으로 판단됨을 부언해둔다.

Fig. 9는 平板(S-S, S-S)와 平板(S-S, F-F)의 基本振動形에 대한 質量增分率을 서로 比較한 것이다. 여기서도 길이·幅比가 작을수록 理論値와 實驗値와의 差가 더 두드러짐은 Fig. 8과 같다. (S-S, F-F)板의 경우 Table 1에서 보드시 길이 b인 緣이 自由緣인데, b/a가 클수록 즉, 支持條件이 서로 다른 緣이 길어질수록 理論値와 實驗値 共히 두 平板사이에서 差가 커지는 傾向임이 注目된다. 이로부터 어느 한 緣이 單純支持일때가 自由일때보다 質量增分率이 더 크다는 事實이 파악된다.

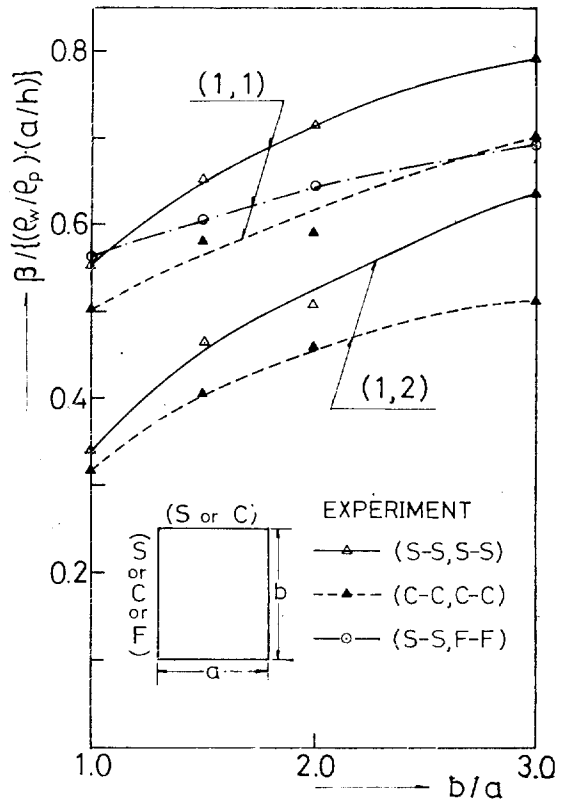


Fig. 10. The effect of supporting conditions of plate edges on the added mass (figures in ( ) are  $m$  and  $n$ , respectively).

Fig. 10은 Table 4, 5, 6으로 부터 平板(S-S, S-S) 및 平板(C-C, C-C)의 1, 2次 振動形과 平板(S-S, F-F)의 基本振動形에 대한 質量增分率을 추려 내어 相互比較을 위하여 圖示한 것이다. 이를 보면 單純支持인 경우가 固定支持인 경우보다 質量增分率이 더 크다는 것을 알 수 있다. 또한 平板(S-S, F-F)의 質量增分率은 길이·幅比가 작은 경우에는 平板(C-C, C-C)의 값보다 크나, 길이·幅比가 커질수록 다시 말하면 自由인 緣이 길어질수록 이 관계가 뒤집어지고 있는 點으로 미루어보아 自由인 경우가 固定支持인 경우보다 質量增分率은 작다는 것이 推論된다. 以上の 事實과 Fig. 9의 考察로부터 周緣支持條件이 自由, 固定, 單純支持의 順으로 質量增分率이 점차 더 커짐을 알 수 있다. 2次 振動形에 대해서도 平板(S-S, S-S)와 平板(C-C, C-C)가 같은 傾向을 띄고 있는 것으로 보아 위의 관계는 모든 振動形에 대하여 성립할 것으로 推論된다.

#### 4. 結 論

本 實驗結果와 同結果의 考察로 부터 다음과 같은 結論을 導出할 수 있다.

(1) 平板의 片面接水振動 때의 附加質量을 兩面接水振動때의 값의 半을 取하는 것은 妥當하다.

(2) 直四角形平板의 接水振動에 있어서의 附加質量에 대한 金 등[4,5]의 理論計算値는 實驗値와 比較의 잘 부합한다. 計算値의 實驗値에 대한 精度는 板의 길이·幅比가 約 1.5以上일 때 매우 좋으며, 길이·幅比가 1.5~1.0일때 그 差가 10%程度이다.

(3) 平板의 周緣支持條件이 附加質量에 미치는 影響은 顯著한데, 自由, 固定, 單純支持의 順으로 그 값이 점차 커진다.

(4) 水平板이 自由水面下에 매우 얇이 沒入되어 있거나, 鉛直平板이 部分的으로 接水되어 있을 경우에는 前記 理論計算値에 대한 修正이 필요한데, 이 경우 前者에 대하여서는 本報文의 Fig. 7, 後者에 대하여서는 文獻 [7]의 資料가 有益하다.

#### 謝 辭

本研究를 위하여 試片 및 實驗틀의 製作에 勞苦가 컸던 서울大 工大 機械工作室의 柳志憲氏와 實驗遂行을 助力했던 서울大 工大 大學院生 金學斌, 宋希天 兩君에게 謝意를 表한다.

#### 參 考 文 獻

- [1] Lamb, H., "On the Vibrations of an Elastic Plates in Contact with Water", *Proc. of Roy. Soc. (London), Ser. A*, 1921.
- [2] Maclachlan, N.W., "The Accession to Inertia of Flexible Discs Vibrating in a Fluid", *Proc. of Phys. Soc.*, 1932.
- [3] Kito, F., "On the Added Mass of Flat Plates Vibrating in Water" (in Japanese), *Zatsan No. 266*, Zosen Kyokai of Japan, May, 1944.
- [4] Kim, K.C., "Calculation of the Added Mass of a Rectangular Plate in Elastic Vibration", *Proc. of PRADS*, Tokyo, Japan, Oct., 1977.
- [5] 金極天, 金在承, "直四角形板의 彈性接水振動에서 周緣支持條件의 影響", *大韓造船學會誌* 第15卷 第2號, 1978.
- [6] Lindholm, U.S. et al., "Elastic Vibration Characteristics of Cantilever Plates in Water", *Jour. of Ship Research*, Vol. 9, No. 1, SNAME, June, 1965.
- [7] Carmichael, T.E., "Investigation into the Vibration of Ships' Plating", *BSRA Report No. 305*, 1960.