

< 論 文 >

# 圓筒殼의 近似理論에 관한 研究

金 天 旭\* · 李 永 臣\*\*

(1979年 6月 20日 接受)

## Study on the Approximate Theory of Cylindrical Shells

Chon Wook Kim and Yong Shin Lee

### Abstract

An approximate theory of circular cylindrical shells under arbitrary loads is derived on the basis of Vlasov's semimembrane theory. With this approximate theory concrete cylindrical shells subjected to wind loading is analyzed and its accuracy is investigated with the results of Donnell's equation. In this study the following results are obtained: (1) The expression of  $\kappa_s = \partial^2 w / \partial s^2$  for the change of curvature gives much simplified closed form solution, (2) This approximate theory is to be applicable with sufficient accuracy in the stress analysis of concrete cylindrical shells which the ratio L/D is equal or greater than three.

### I. 緒 論

셸의 線型一般理論은 이미 많은 研究者에 의하여 研究되었으며 種類도 많고 各理論의 比較와 精密度의 檢討도 進行되었다.<sup>1)</sup> 이들 理論의 대부분은 Love의 假定에 基礎한 二次元理論인데, 式을 誘導하는 過程에서의 近似方法 및 近似精密度등에 따라 各理論 사이에 相違가 생긴다.

圓筒殼은 理論적으로 취급하기에 가장 간단한 殼要素의 하나이지만, 이들의 一般理論으로부터 얻어지는 圓筒殼理論은 工學上의 問題를 풀 경우 복잡한 數值計算에 의하여야 될 때가 많다. 특히 近年에 와서 널리 사용되는 電子計算機가 없었던 1950年 이전에는 嚴密理論으로 解析할 수 있는 問題가 많지 않았다.

Donnell<sup>2)</sup>은 처음으로 簡單化시킨 圓筒殼理論을 발표하였다. 이 理論은 일반적으로 Donnell's equation 이라고 알려져 있으며 半徑方向變位에 관한 八階微分方

程式은 그 표시가 간단하고 半徑方向變位를 固有函數展開로 나타낼 때 齊次八階微分方程式에 관한 特性方程式으로 부터 얻어지는 固有值가 閉形解로 얻어지는 特長이 있다. 固有值가 閉形解로 주어지는 長點은 從來 Donnell의 式에서만 되는 것으로 생각되어, Hoff<sup>3)</sup>가 Donnell의 式の 精密度를 固有值의 數值比較에 의하여 확인할 때에도 Kempner<sup>4)</sup>에 의하여 Flügge 理論으로 부터 誘導된 八階微分方程式의 固有值를 數值解析에 의하여 구하고 있다.

Donnell의 式에는 이들 長點과 함께 몇가지 重大한 短點이 있으므로 이를 改善하면서 長點은 유지하는 改良理論이 여러가지 제안되고 있다. Morley<sup>5)</sup>의 式은 이와같은 改良理論의 式들 중에서 가장 잘 알려진 式인데 Donnell의 式에 비하여 曲率과 셸두께의 영향이 考慮되었다. 또한, 최근에 Cheng<sup>6)</sup> 의하여 제안된 式도 Flügge의 式の 精密度는 유지하면서 固有值가 閉形解로 주어지도록 한 것인데 이 계통의 理論에 속한다. 그러나 이들 改良理論은 固有值를 精密度가 높은 閉形解로 얻는다는 점에서는 우수하지만, 그들 八階微分方程式이 基礎方程式의 단계에서 어떤 近似에 의하

\*正會員, 延世大學校 工科大學

\*\*正會員, 忠南大學校 工業教育大學

여 誘導되었나 하는 것이 問題이다. 최근에 Microys 等<sup>7)</sup>은 圓筒殼의 嚴密理論與否를 固有值의 精密度에 關한 의 존할 수 없음을 實驗結果를 통해서 보여주고 있다. 결국 Donnell의 式과 그 밖의 改良理論들은 모두 近似理論이며 殼의 負荷特性에 따라 解析하기에 편리한 것 과 比較적 誤差가 적은 것을 나타내고 있다.

圓筒殼의 問題를 解析함에 있어서는 경우에 따라 위 의 理論에 의하지 않고 좀 더 單純化시킨 近似理論이 편리한 경우가 많다. 실제로 콘크리트 셸(8))의 경우에는 膜理論에 의한 一次解에 疊積의 影響을 고려한 2次解를 重疊하여 解析하고 있다. 이와같은 系統의 單純化된 近似理論中에서 比較적 實用化된 것이 Vlasov<sup>9)</sup>가 제안한 修正膜理論이다. 이 理論을 展開하여 간단한 閉形解를 얻을 수 있음은 Krajcinovic<sup>10)</sup>이 보여주었다. 그러나 그는 展開過程에서 誤謬를 범함으로서 概念的으로 우수한 理論展開가 死藏되게 되었다.<sup>11)</sup>

本 研究에서는 이 修正膜理論의 적용을 확장시키기 위한 近似理論을 文獻 (10)과 類似한 方法으로 誘導하고 이를 活用할 수 있음은 數值例를 통하여 보이고 있다.

II. 基礎方程式

Fig. 1에서 보는 바와 같이 반지름 R, 두께 h의 一定 두께의 圓筒殼을 생각한다. 殼의 中立面위 의 임의의 點의 위치는 軸方向과 圓周方向의 座標系 및 θ(s)로 定하여 진다.

Vlasov는 近似式을 誘導하기 위하여 다음과 같이 假定하였다.

(1) 길이 方向 굽힘모우멘트와 비틀림모우멘트를 무시한다. 또한, 橫剪斷力 Q도 무시한다.

(2) 圓周方向의 殼의 變形率과 中立面위 에서의 剪斷變形率을 무시한다. 위의 假定 (1)에 따라 內力들은

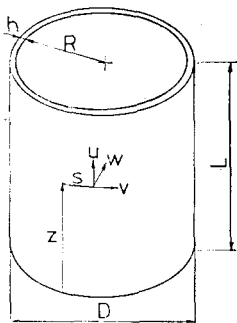


Fig. 1. Shell geometry

Fig. 2에서 보여주는 것과 같이 된다. 또한, 假定 (2)를 함께 생각하면 圓筒殼은 Fig. 3에서와 같이 垂直力과 剪斷力에 의해서만 荷重을 전달하는 格子構造物에 의해서 링이 연결된 얇은 壁構造로 近似化시킬 수 있다.

따라서 平衡方程式은 다음과 같은 한계의 微分方

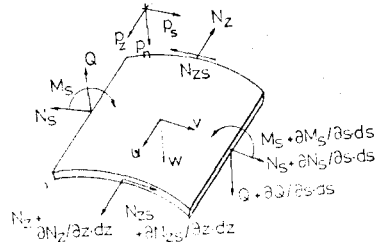


Fig. 2. Existing internal forces, displacements and external loads

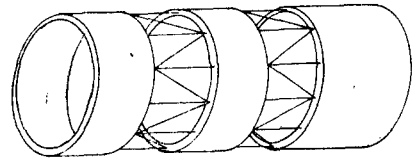


Fig. 3. A thin-walled design model approximating actual cylinder

程式으로 표시된다.

$$\frac{\partial^2 N_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left( R \frac{\partial^2 M_s}{\partial s^2} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial M_s}{\partial s} \right) = \bar{P} \tag{1}$$

여기서 N<sub>z</sub>와 M<sub>s</sub>는 z 方向의 垂直力과 굽힘모우멘트이고 P̄는 다음과 같이 정의되는 外力의 函數이다.

$$\bar{P} = \frac{\partial p_z}{\partial z} + \frac{\partial p_s}{\partial s} - \frac{\partial^2}{\partial s^2} (R p_n) \tag{2}$$

여기서 p<sub>z</sub>, p<sub>s</sub>, p<sub>n</sub>은 Fig. 2에서 보여주는 것 처럼 外力의 軸方向, 圓周方向, 半徑方向成分이다.

지금 u, v, w를 中立面에서의 點의 軸, 圓周, 半徑方向의 變位成分으로 할 때 變形率과 曲率變化는 다음과 같이 주어진다.

$$\epsilon_z = \frac{\partial u}{\partial z} \tag{3a}$$

$$\epsilon_s = \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{w}{R} = 0 \tag{3b}$$

$$\gamma_{zs} = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \tag{3c}$$

$$K_s = \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \tag{3d}$$

이들 關係式을 Compatibilty equation에 대입하면, 만족시킴을 곧 알 수 있다.

Poisson의 비가 ν인 完全彈性體에 대하여

$$\epsilon_z = \frac{N_z - \nu N_s}{Eh} \tag{4}$$

$$K = -\frac{12M}{Eh^3(1-\nu^2)} = -\frac{M}{D}$$

인테, 여기서  $E$  는 彈性係數이고  $D$  는 굽힘剛性이다. 剪斷力  $N_{zs}$  는 平衡方程式

$$-\frac{\partial N_z}{\partial z} + \frac{\partial N_{zs}}{\partial s} + p_z = 0$$

으로부터 다음과 같이 정해진다.

$$\frac{\partial N_{zs}}{\partial s} = -p_z - \frac{\partial N_z}{\partial z} \tag{5}$$

위에서 導入한 假定  $\tau_{zs} = 0$  은

$$u = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial s} \tag{6}$$

로 하면, 스스로 만족된다. 式 (3)과 (4)로부터

$$\begin{aligned} w &= R \frac{\partial v}{\partial s} = R \frac{\partial^2 \varphi}{\partial s^2} \\ \epsilon_z &= R \frac{\partial^4 \varphi}{\partial s^4} \\ N_z &= -\frac{Eh}{1-\nu^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \\ M_s &= -RD \frac{\partial^4 \varphi}{\partial s^4} \\ \frac{\partial N_{zs}}{\partial s} &= -p_z + \frac{Eh}{1-\nu^2} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z^3} \end{aligned} \tag{7}$$

이다.

閉圓筒셀에 대하여 函數  $\varphi(z,s)$  는 다음의 級數型으로 표시될 수 있다.

$$\varphi(z,s) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(z) \cos \frac{ns}{R} \tag{8}$$

式 (8)을 (7)에 代入하고 이를 (1)에 代入하면 일정한 係數를 가진 線型微分方程式의 시스템을 얻는다. 函數 (8)의 直交性에 의하여 方程式은 다음과 같이 된다.

$$aF_1^{IV} = p^1 \quad (m=1) \tag{9a}$$

및

$$aF_m^{IV} + b_m F_m = p_m \quad (m=2, 3, \dots, \infty) \tag{9b}$$

여기서

$$\begin{aligned} a &= \pi h R \\ b_m &= m^6 (m^2 - 1) \frac{\pi h^3}{12 R^3} \end{aligned} \tag{10}$$

右邊의 荷重項은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} p_m &= p_m^z + p_m^s + p_m^r \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{R}{E} \left[ \frac{\partial p_z}{\partial z} + \frac{\partial p_s}{\partial s} - \frac{\partial^2}{\partial s^2} (R p_n) \right] \cos m\theta d\theta \\ &= \frac{R}{E} \int_0^{2\pi} \frac{\partial p_z}{\partial z} \cos m\theta d\theta - m \frac{R}{E} \int_0^{2\pi} p_s \sin m\theta d\theta \\ &\quad - \frac{m^2}{E} \int_0^{2\pi} p_n \cos m\theta d\theta \end{aligned} \tag{11}$$

여기서

$$\theta = s/R. \tag{12}$$

式 (9a)는 斷面이 뒤틀리지 않고 실린더의 길이方向軸

에 수직이라는 假定下에서 보의 굽힘에 대한 方程式이다. 式 (9b)는 斷面의 warping과 뒤틀림에 관한 應力과 變形率의 일반적인 상태를 나타낸다.

### III. 荷 重

일반적인 荷重의 例로 風荷重을 생각한다. 일반적으로 風荷重은 圓筒에 半徑方向으로만 作用하는 壓力으로 정의된다고 생각한다. 이 研究에서는 Krajcinovic<sup>10)</sup> 이 제안한 風荷重表示式을 사용하였다. (Fig.4)

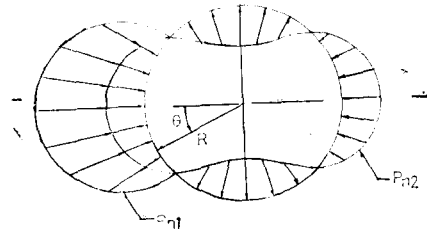


Fig. 4. Wind loading

$$p_n = p_{n1} + p_{n2}$$

여기서

$$p_{n1} = \begin{cases} P \cos 2\theta & \left(-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}\right) \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \tag{13}$$

$$p_{n2} = \frac{P}{2} \cos 2\theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

이고  $P$  는 單位面積當壓力이다.

式 (11)에 따라 계산하면

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{P_1}{a} = -\frac{2P}{\pi R h E} \left[ \int_0^{\pi/4} \cos 2\theta \cos \theta d\theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos 2\theta \cos \theta d\theta \right] \\ &= -\frac{2\sqrt{2} P}{3\pi R h E} \end{aligned} \tag{14}$$

補助變數

$$4\mu_m^4 = b_m/a$$

즉

$$\mu_m^4 = \frac{m^6 (m^2 - 1)}{48} \frac{h^2}{R^3} \tag{15}$$

을 도입한다. 둘째式 ( $m=2$ )의 右邊은

$$G_2 = \frac{1}{4\mu_2^4} \frac{p_2}{a}$$

이고 여기서

$$\mu_2^4 = 4 \frac{h^2}{R^3}$$

따라서

$$G_2 = -\frac{8P}{4\pi R h E} \frac{R^3}{4h^2} \left[ \int_0^{\pi/4} \cos^2 2\theta d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos^2 2\theta d\theta \right]$$

$$= -\frac{R^6}{4h^2} \frac{3P}{4hRE} \quad (16)$$

마찬가지 方法으로

$$G_3 = \frac{1}{4\mu_3^4} \frac{-18\sqrt{2}P}{5\pi h RE} \quad (17)$$

여기서

$$\mu_3^4 = \frac{243}{2} \frac{h^2}{R^5} \quad (18)$$

$$G_4 = \frac{1}{4\mu_4^4} \frac{-32P}{6\pi h RE} \quad (19)$$

여기서

$$\mu_4^4 = 1280 \frac{h^2}{R^6} \quad (20)$$

$$G_5 = \frac{1}{4\mu_5^4} \frac{-50\sqrt{2}P}{21\pi h RE} \quad (21)$$

여기서

$$\mu_5^4 = 7812.5 \frac{h^2}{R^6} \quad (22)$$

#### IV. 方程式의 解

式 (6a)의 解는 다음과 같이 多項式으로 주어진다.

$$F_1(z) = C_1 z^3 + C_2 z^2 + C_3 z + C_4 + \frac{1}{24} \frac{P_1}{a} z^4 \quad (23)$$

式 (9b)의 一般解는 다음과 같이 주어지는데

$$F_m(z) = C_1 \Phi_{m1} + C_2 \Phi_{m2} + C_3 \Phi_{m3} + C_4 \Phi_{m4} + F^0_m(z) \quad (24)$$

여기서  $F^0_m$ 은 特殊解이고  $C_j (j=1, \dots, 4)$ 는 境界條件으로부터 결정되며,  $\Phi_{mj}(z)$ 는 다음과 같이 정의되는 函數이다.

$$\begin{aligned} \Phi_{m1}(z) &= \cosh \mu_m z \sin \mu_m z \\ \Phi_{m2}(z) &= \cosh \mu_m z \cos \mu_m z \\ \Phi_{m3}(z) &= \sinh \mu_m z \cos \mu_m z \\ \Phi_{m4}(z) &= \sinh \mu_m z \sin \mu_m z \end{aligned} \quad (25)$$

여기서  $\mu_m$ 은 式 (15)에 의하여 정해진다.

#### V. 一端固定 · 他端自由圓筒殼

Fig. 5와 같이 바닥이 基礎에 완전히 固定되고 上端에서 自由인 圓筒殼을 생각한다.

$z=0$ 에서 固定이므로

$$u=v=w=0 \quad \therefore F=F'=0 \quad (26a)$$

$z=L$ 에서 自由이므로

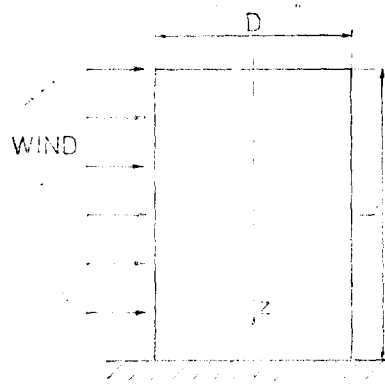


Fig. 5. Cantilever shell

$$N_z = N_x = 0 \quad \therefore F'' = F''' = 0 \quad (26b)$$

콘크리트에서는  $\nu=0$ 으로 생각할 수 있으므로, 앞으로의 계산에서는  $\nu=0$ 으로 假定한다.

境界條件 (26)을 만족시키는 解 (23)은

$$F_1(z) = \frac{P_1}{24a} (z_4 + 6L^2 z^2 - 4Lz^3) \quad (27)$$

이고 따라서 垂直力  $N_z$ 는 式 (7)으로부터

$$\begin{aligned} N_{z1} &= -EhF_1''(z) \cos \theta \\ &= -\frac{EhG_1}{2} (z^2 - 2Lz + L^2) \cos \theta \end{aligned} \quad (28)$$

를 얻는다.  $z=0$ 에서 最大垂直力은

$$N = z_1 \frac{\sqrt{2} PL^2}{3\pi R} \cos \theta \quad (29)$$

인데, 이것은 考慮하고 있는 圓筒殼에 대한 beam solution과 일치한다.

函數  $F(z)$ 의 高次項은 斷面의 뒤틀림에 의한 附加의 應力을 준다. 境界條件 (26)을 만족시키는 解 (24)는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} F_m(z) &= C_{m3} (\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) + C_{m4} \Phi_{m4} \\ &\quad + G_m (1 - \Phi_{m2}) \end{aligned} \quad (30)$$

$(m=2, 3, \dots)$

여기서

$$\begin{aligned} C_{m3} &= G_m \frac{\sinh \omega_m \cosh \omega_m + \sin \omega_m \cos \omega_m}{\cosh^2 \omega_m + \cos^2 \omega_m} \\ C_{m4} &= G_m \frac{\sinh^2 \omega_m + \sin^2 \omega_m}{\cosh^2 \omega_m + \cos^2 \omega_m} \end{aligned} \quad (31)$$

이고

$$\omega_m = \mu_m L \quad (32)$$

式 (30)에서  $F_m(z)$ 에 대한 解가 주어졌으므로, 荷重項  $G_m$ 의 값을 사용하고,  $z$ 에 대한 2次導函數를 쉽게 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_m''(z) &= \mu_m^2 [-2(\Phi_{m1} + \Phi_{m3})C_{m3} \\ &\quad + 2\Phi_{m2}C_{m4} + 2\Phi_{m2}G_m] \end{aligned} \quad (33)$$

$z=0$ 에서

$$F''_m(0) = 2 C_{m4} \mu_m^2 \quad (34)$$

이고 同斷面에 대하여 垂直力은  $m=2, 3, \dots$ 에 대하여

$$N_{zm}(0, s) = -Eh F''_m(0) \cos m\theta \quad (35)$$

이므로

$$N_{z2}(0, s) = \frac{3}{4} \frac{\sinh^2 \omega_2 + \sin^2 \omega_2}{\cosh^2 \omega_2 + \cos^2 \omega_2} \frac{PR^2}{h} \cos 2\theta \quad (36a)$$

$$N_{z3}(0, s) = \frac{2\sqrt{3}}{15\pi} \frac{\sinh^2 \omega_3 + \sin^2 \omega_3}{\cosh^2 \omega_3 + \cos^2 \omega_3} \times \frac{PR^2}{h} \cos 3\theta \quad (36b)$$

$$N_{z4}(0, s) = \frac{16}{6\pi\sqrt{1280}} \frac{\sinh^2 \omega_4 + \sin^2 \omega_4}{\cosh^2 \omega_4 + \cos^2 \omega_4} \times \frac{PR^2}{h} \cos 4\theta \quad (36c)$$

$$N_{z5}(0, s) = \frac{25\sqrt{2}}{21\pi\sqrt{7812.5}} \frac{\sinh^2 \omega_5 + \sin^2 \omega_5}{\cosh^2 \omega_5 + \cos^2 \omega_5} \times \frac{PR^2}{h} \cos 5\theta \quad (36d)$$

垂直力  $N_z$ 의 값은

$$N_z = N_{z1} + N_{z2} + N_{z3} + N_{z4} + N_{z5} + \dots \quad (37)$$

으로 주어진다.

### VI. 數值例 및 檢討

數值例로서

$$L/R = \alpha \quad R/h = \eta$$

일때

$$2 < \alpha < 12 \quad 10 < \eta < 50$$

의 群을 생각한다.

$N_{z1}, N_{z2}, N_{z3}, N_{z4}$  및  $N_{z5}$ 의 最大值를 계산하였고 Fig. 6과 7에서 beam theory와의 比( $N_z/N_{z1}$ )로 표시하였다. 이 近似理論의 精密度를 檢討하기 위하여 Donnell의 式에 의한 結果<sup>(11)</sup>와 比較하여 繪하였다. 또한, Krajinovic의 訂正<sup>(11)</sup>와도 比較할 수 있도록 Fig. 6에 같이 표시하였다. Fig. 6은 바람받이 쪽 ( $\theta=0$ )이고 Fig. 7은 뒷 쪽 ( $\theta=\pi$ )에서의 값을 나타낸다. Fig. 6 및 Fig. 7에서 이 近似理論의 精密度를 알 수 있다.  $\alpha=2$ 인 경우에는 近似理論이 얇은 殼의 捩轉과 warping을 충분히 나타낼 수 없어 큰 차이를 나타내고 있다. 그러나  $\alpha$ 의 값이 증가됨에 따라 近似理論의 精密度가 向上된다. 즉,  $\alpha \geq 6$ 의 경우에는 誤差가 10% 이내에 들며, 실제로 콘크리트사일로든가 貯藏塔 등의 設計에 있어서는 工學的으로 충분한 精密度를 줄을 알 수 있다.

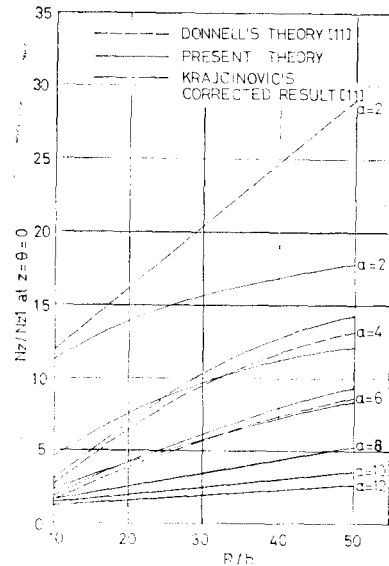


Fig. 6. Ratio between total normal force  $N_z$  and beam theory  $N_{z1}$  at base  $z=0$  of windward side  $\theta=0$ .

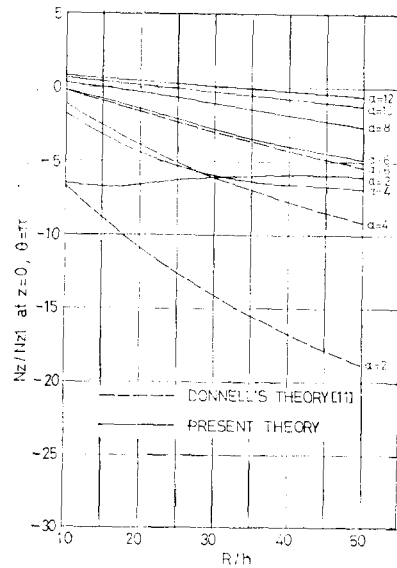


Fig. 7. Ratio between total normal force  $N_z$  and beam theory  $N_{z1}$  at base  $z=0$  of leeward side  $\theta=\pi$

한편, Krajinovic의 誤謬를 訂正한 結果<sup>(11)</sup>와 比較하여 보면, 本 近似理論이 더욱 精밀함을 알 수 있는데. 이는 式 (3d)의 표시에 있어  $\kappa_s = \partial^2 w / \partial s^2 + \partial v / R \partial s$ 를 사용하지 않고  $\kappa_s = \partial^2 w / \partial s^2$ 으로 한 것 때문이다. 이것은

결국, 近似理論을 誘導함에 있어 지나치게 엄밀한 變形率關係式을 사용하는 것이 理論의 精密度向上에 기여하지 못함을 보여준 것으로 생각된다.

Ⅷ. 結 論

風荷重을 받는 圓筒殼의 設計에 있어 初期段階에서 자주 사용되는 beam theory는 큰 誤差를 가져온다. 비교적 간단하면서도 精密度가 높은 近似理論을 Vlasov의 修正膜理論에 기초하여 誘導하였다. 이를 이용하여 風荷重을 받는 콘크리트圓筒殼의 應力解析을 실시하고 Donnell의 式의 結果와 비교검토했다. 本 研究에서 얻은 結果를 要約하면 다음과 같다.

- 1) 曲率의 變化를  $\kappa_s = \partial^2 w / \partial s^2$ 로 假定함으로써 훨씬 간단한 閉形解를 얻었다.
- 2) 本 近似理論은  $L/D \geq 3$ 인 대부분의 콘크리트圓筒殼의 應力解析에 工學的으로 충분한 精密度를 준다.

끝으로 이 研究는 峨山社會福祉財團研究費의 支援을 받아 이루어졌음을 밝히며 謝意를 표한다.

參 考 文 獻

1. 金天旭, 李永臣, “圓筒殼의 嚴密解에 關한 考察”, 大韓機械學會論文集, 第2卷, 第2號, pp. 31~37, 1978.
2. Donnell, L.H., “Stability of Thin Walled Tubes Under Torsion”, *NACA Report* No. 479, 1933.
3. Hoff, N.J., “The Accuracy of Donnell’s Equat-

- ion”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 22, pp. 326-334, 1955.
4. Kempner, J., “Remarks on Donnell’s Equation”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 22, pp. 117-118, 1955.
5. Morley, L.S. D. “An Improvement of Donnell’s Approximation for Thin-Walled Circular Cylinders,” *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol. 12, pp. 89-99, 1959.
6. Cheng, S., “On An Accurate Theory for Circular Cylindrical Shells,” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 40, pp. 582-588, 1973.
7. Microys, H.F. and Schwaighofer, J., “Isotropic Cylindrical Shells under Line Load,” *Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of ASCE*, pp. 301-317, 1978.
8. ACI Committee 334, *Concrete Shell Design and Construction*, American Concrete Institute, 1971.
9. Vlasov, V.Z., “General Theory of Shells and Its Applications in Engineering,” (part IV) *NASA N 64-19883*, Washington, D.C., 1964.
10. Krajinovic, D., “Semimembrane Analysis of Cylindrical Shells Subjected to Wind Loading,” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 37, pp. 995-1001, 1970.
11. 金天旭, 李永臣, “風荷重을 받는 圓筒殼의 應力解析”, 産業技術研究所論文集, 第7輯, 延世大學校, pp. 57-65, 1977.