

< 論 文 >

非뉴우튼流體의 管이음部 流動抵抗에 關한 研究

柳 常 新* · 金 春 植**

(1979年 6月 14日 接受)

A Study on the Flow Resistance in the Various Fittings for Non-Newtonian Fluid

Sang Sin Yoo and Chun Sik Kim

Abstract

An experimental study on drag reduction in the rough tubes is presented using the effective drag reducing polymer solutions. The friction factors of the rough tubes follow the maximum drag reduction asymptote for the lower Reynolds numbers in the turbulent flow. However, as the Reynolds number is increased the rougher tube results deviate from the maximum drag reduction asymptote sooner than the less rough tube results. There appears a systematic deviation from the maximum drag reduction asymptote depending on the relative roughness just as friction factors for the Newtonian fluid in the rough tubes exhibit in the turbulent region.

The minor loss results in the various fittings such as elbows, tees, and gate valves are presented. The fittings show higher values of the loss coefficient in the drag reducing polymer solutions than in the Newtonian fluid, which is quite contrary to the drag reduction phenomenon in the straight tubes. The equivalent length of the fittings for the drag reducing polymer solutions is many times longer than that for Newtonian fluids due to the increase of the loss coefficient and the decrease of the friction factor. It is speculated that the solid-like behavior of the polymer solutions in the abruptly changing flow passage plays a significant role in increasing the loss coefficient,

記 號

D : 管의 直徑(m)
 f : Fanning 마찰계수, 식(11)
 h_L : 水頭損失(m)
 k : 表面粗度(m)
 K : 非뉴우튼流體의 물질상수, 식(6)
 K' : 식(10)으로 定義
 K_L : 損失係數(loss coefficient)

L_e : 等價길이(equivalent length)
 n : 非뉴우튼流體의 물질상수, 식(6)
 n' : 식(10)으로 定義
 Q : 流量(m^3/s)
 r : 원통좌표계에서 半徑方向좌표(m)
 R : 管의 半徑(m)
 Re : 레이놀즈수
 Re' : 일반레이놀즈수, 식(14)
 u : x 방향의 속도(m/s)
 v^* : 전단속도, $\sqrt{\tau_w/\rho}$
 V : 平均速度(m/s)
 x : 원통좌표계에서 축방향좌표(m)

* 正會員, 空軍士官學校
 ** 正會員, 韓國海洋大學

- y : 底層의 두께 (m)
 y^+ : y 의 무차원, $y^+ = v^*y/\nu$
 ρ : 密度 (kg/m³)
 ν : 동점성계수 (m²/s)
 τ_r : 반경이 r 인 원통유체요소의 표면에 작용하는 전단응력 (N/m²)
 τ_w : 벽에서의 전단응력 (N/m²)

I. 緒 論

高分子폴리머 (polymer)의 희석된 용액이 亂流狀態로 管內를 흐를때 나타내는 流動抵抗은 溶媒 自體의 流動抵抗에 比하여 훨씬 적다. 이 現象을 Toms現象(1) 또는 抵抗減少現象 (drag reduction phenomenon)이라 부른다. 폴리머용액의 抵抗減少現象은 層流에서는 발생치 않으며 亂流에서만 일어난다. 폴리머용액의 流量特性曲線 (flow curve)은 뉴우튼流體 (Newtonian fluid)와 다르기 때문에 이 流體를 非뉴우튼流體 (Non-Newtonian fluid)로 分類한다.

폴리머용액을 使用한 流動實驗結果들은 使用된 폴리머의 種類와 濃度, 용매의 종류, 混合方法, 流路狀態 등에 따라서 많은 差異를 나타내고 있다. 發表된 실험 결과들이 一致되지 않는 경우도 많지만 주의깊게 測定한 매끈한管 (smooth tube)에서의 실험결과들을 綜合하여 Virk-Mickley-Smith (2)는 最大抵抗減少漸近線 (maximum drag reduction asymptote)의 存在를 提示하였다. 뉴우튼流體의 摩擦係數 (friction factor) 曲線을 最少抵抗減少限界로 定義하면 폴리머용액의 마찰계수는 一般的으로 最大抵抗減少漸近線과 最小抵抗減少限界線 사이에 있게 된다. 最大抵抗減少漸近線은 뉴우튼流體의 亂流 마찰계수곡선인 Prandtl式보다 아래에 있으며 層流 마찰계수곡선인 Poiseuille式의 연장선보다는 위에 있다. 매끈한管에서 폴리머용액을 利用한 研究結果는 Hoyt(3), Yoo(4) 및 Virk(5)의 文獻에 상세히 종합되어 있다.

거친管에서의 抵抗減少에 關한 研究는 Lindgren-Hoot(6), Spangler(7), Poreh(8) 등에 依하여 발표되었다. 이들은 거친管內的 亂流에서도 流動抵抗이 減少됨을 確認하였다. Virk(9)는 거친管에서의 실험을 통하여 거친管에서도 매끈한管과 같은 最大抵抗減少漸近線이 存在함을 發見하였다. 抵抗減少效果가 좋은 폴리머용액이 거친관속을 유동할때 층류에서는 뉴우튼유체와 같이 Poiseuille식을 따르다가 레이놀즈數 (Reynolds number) 4,000 부근 부터는 매끈한管的 난류와

같이 最大抵抗減少漸近線을 따르며 레이놀즈數가 더욱 증가하면 相對粗度에 따라 粗度が 큰 管의 結果들이 먼저 漸近線으로 부터 이탈한다. 相對粗도가 다른 商品用鋼파이프 (commercial steel pipe)와 PVC管을 利用한 첫번째 著者(10)의 실험결과에 의하면 이들 管은 레이놀즈數 30,000까지 폴리머의 種類와 濃度에 關係없이 最大抵抗減少漸近線을 따른다.

엘보우 (elbow), 티이 (tee), 밸브 (valve) 등은 파이프 장치에 필요불가결한 要素들이다. 이들 管이음部에서의 流動抵抗損失을 副次的損失 (minor loss)이라 부르며 損失係數 (loss coefficient) K_L 로 表示한다. 뉴우튼 유체에 관한 손실계수는 이미 確立되어 있으며 文獻 (11, 12)에서 쉽게 찾아 볼 수 있다. 폴리머용액을 使用한 副次的 損失의 연구는 Dodge(13)와 Bogue(14)에 의하여 발표된바 있으나 이들은 급격한 斷面積變化에 대한 손실계수연구에 국한 하였고 당시에 使用한 폴리머용액은 抵抗減少效果가 크지 않았다. 한편 Barnes-Walters(15)는 曲管 (curved tube)에서의 副次的 損失 연구를 통하여 곡관에서는 저항감소효과가 크게 감소함을 발표하였다.

本研究의 目的은 最大抵抗減少를 일으키는 폴리머용액을 利用하여 粗度を 人工的으로 만든 管에서 亂流流動抵抗을 體系의으로 연구하고 流動狀態가 變하는 管이음부의 損失係數를 實驗的으로 결정하며 流路가 급격히 變化되는 구역에서의 流動特性을 연구하는데 있다.

II. 流動特性曲線과 摩擦係數

가. 流動特性曲線 (The Flow Curve)

內面이 매끈한 直線圓形管內的 層流에서 剪斷應力과 變形率의 關係는 圓筒座標를 利用한 微小體積要素를 고찰하여 求할 수 있다.

$$Q = \int_0^R 2\pi r u dr = \int_0^R \pi u(r^2) \quad (1)$$

$r=R$ 에서 $u=0$ 인 境界條件을 利用하면

$$Q = -\pi \int_0^R r^2 du \quad (2)$$

속도구배와 τ_{rx} 는 다음과 같은 一般式으로 表示할 수 있다.

$$-\frac{du}{dr} = g(\tau_{rx}) \quad (3)$$

벽과 管中心에서의 境界條件을 만족하는 前단응력은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\tau_{rx} = \tau_w \cdot \frac{r}{R} \quad (4)$$

式 (3)과 (4)를 式 (2)에 代入하고 정리하면

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{r_w} \tau_{rx} g(\tau_{rx}) d\tau_{rx} \quad (5)$$

뉴우튼流體에서 전단응력 τ 는 變形率의 一次函數로 表示할 수 있지만 非뉴우튼流體에서는 τ 를 變形率의 一次函數단으로는 表示할 수 없다. 따라서 非뉴우튼流體의 剪斷應力을 두개의 常數를 포함하는 變形率의 非線形式(power law)으로 表示함이 便利하다.

$$\tau_{rx} = K \left(-\frac{dV}{dr} \right)^n \quad (6)$$

式 (6)을 式 (5)에 代入하고 정리하면

$$\tau_w = K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \left(\frac{8V}{D} \right)^n \quad (7)$$

圓形直線管인 毛細管式粘度計(capillary tube viscometer)를 利用하여 常數 K 와 n 을 결정하기 위해서는 式 (7)을 다음과 같이 表示한다.

$$\tau_w = K' \left(\frac{8V}{D} \right)^{n'} \quad (8)$$

여기서

$$n' = \frac{d[\ln(\tau_w)]}{d[\ln(8V/D)]} \quad (9)$$

따라서

$$n' = n, \quad K' = K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (10)$$

나. 一般레이놀즈數

Fanning 마찰계수(friction factor)의 定義

$$f = \frac{2\tau_w}{\rho V^2} \quad (11)$$

式 (8)을 式 (11)에 代入하면

$$f = \frac{16 K' 8^{n'-1}}{D^{n'} V^{2-n'} \rho} \quad (12)$$

뉴우튼流體 ($n'=1$)는 層流에서 Poiseuille 式을 滿足하기 때문에 마찰계수를 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$f = \frac{16}{Re'} \quad (13)$$

여기서

$$Re' = \frac{D^{n'} V^{2-n'} \rho}{K' 8^{n'-1}} \quad (14)$$

Re' 을 一般레이놀즈數(generalized Reynolds number)로 定義한다.

다. 亂流의 摩擦係數

매끈한管을 뉴우튼流體가 亂流로 흐를때 마찰계수는

다음과 같이 Prandtl 式으로 表示한다.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4.0 \log_{10}(Re' \sqrt{f}) - 0.4 \quad (15)$$

한편, 거친管의 亂流에서는 相對粗度가 重要視되며 $Re' \sqrt{f} \cdot k/D$ 가 100 以上인 完全거친區域(completely rough regime)에서 마찰계수는 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4.0 \log_{10} \frac{D}{k} + 2.28 \quad (16)$$

亂流에서 매끈한 區域으로 부터 完全히 거친 區域에 걸쳐 적용될 수 있는 마찰계수식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.28 - 4.0 \log_{10} \left(\frac{k}{D} + \frac{4.68}{Re' \sqrt{f}} \right) \quad (17)$$

폴리머용액의 亂流下에서 最大抵抗減少漸近線은 다음 式으로 表示된다.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 19.0 \log_{10}(Re' \sqrt{f}) - 32.4 \quad (18)$$

最大抵抗減少를 일으키지 않는 폴리머용액의 마찰계수는 亂流에서 式 (15)와 式 (18)의 사이에 있게 된다.

III. 實 驗

가. 流動實驗裝置(The Flow Loop)

實驗裝置의 主要構成部分은 遠心펌프, 試驗部, 벤튜리미터, 및 저수탱크이며 폴리머용액은 펌프에 의하여 계속 순환하도록 되어있다. 벤튜리미터와 液柱計를 利用하여 流量을 測定하고 바이패스 밸브를 利用하여 流量을 調節하였으며 試驗部の 壓力差는 설치된 壓力帽(pressure tap)과 液柱計를 利用하여 測定하였다. 流動實驗裝置와 液柱計에 關한 상세한 內容은 문헌 (16)에 수록되어 있고 실험장치의 개략도는 Fig. 1과 같다.

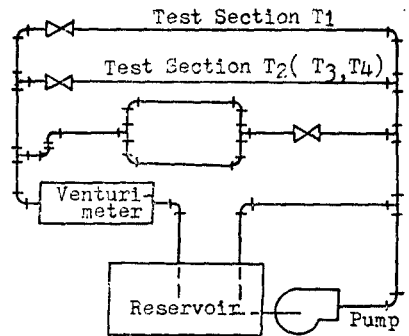


Fig. 1. Schematic diagram of the flow loop

나. 試驗管(Test Tubes)과 관이음부(Pipe Fittings)

內面이 매끈한 試驗管 T_1 으로는 內徑이 1.43cm인 銅管을 使用하였다. 配管設計에 有用한 式을 얻기 위해서는 商品用파이프를 使用하는것이 좋지만 流動現象의 解析을 위해서는 內面の 粗度가 잘 確認된 管을 使用해야 한다. 파이프의 內面에 나사산을 만들거나 연마지를 부착시켜 거친管으로 사용하고 있으나 이 경우에는 內面粗度を 確認하는 일이 大端히 어렵다. 따라서 本研究에서는 粗度の 確實성을 위하여 四角鋼棒을 半圓으로 밀링加工한 후 연마지를 부착하고 두개의 半圓으로 가공된 鋼棒을 결합하여 管을 만들고 結合된 狀態에서 眞圓度を 確認하였다. 거친管의 製作에 關한 상세한 내용은 文獻(17)에 수록되어 있다. 製作된 試驗管 T_2, T_3 및 T_4 의 內徑은 各各 1.24cm, 1.60cm, 및 2.0cm 이다. 試驗管들의 粗度は Table 1과 같다.

관이음부의 流動抵抗을 測定하기 위해서 KS 表示品인 엘보우, 티 및 밸브를 사용하였고 部品들의 호칭 지름은 1/2", 3/4" 및 1"이다.

Table 1. Roughness of test tubes

시험관기호	호칭 지름	내 경	상대 조도
T_1	1/2"	1.43cm	0
T_2	7/16"	1.24"	0.0351
T_3	5/8"	1.60"	0.0168
T_4	3/4"	2.00"	0.0132

다. 실험용 폴리머용액

抵抗減少 효과가 좋은 水溶性폴리머에는 Dow Chemical 會社 製品인 Separan AP-30과 AP-273, Union Carbide 會社 製品인 Polyox WSR-301 이 있다. 이들 폴리머를 極히 低濃度(數 ppm 또는 數百 ppm)로 용해한 水溶液은 펌프作用, 流路에서의 亂流等으로 因하여 쉽게 退化(degradation)되기 때문에 安定한 濃度인 1,000 ppm 을 택하였다. 文獻(9)에 발표된 이들 폴리머의 分子량은 2×10^6 以上이다.

IV. 實驗結果 및 檢討

물과 폴리머용액을 사용한 실험결과가 Fig. 2에 표시되어 있다. 사용된 폴리머의 종류에 관계없이 폴리머용액은 최대저항감소점근선을 따르고 있다. 폴리머용

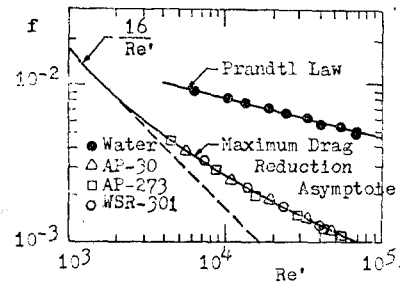


Fig. 2. Experimental results for smooth tube

액이 流動裝置內를 계속 재순환하면 퇴화현상이 나타나는데 그림의 실험결과는 용액이 퇴화되기 전에 얻은 결과들이다.

Fig. 3에는 Separan AP-273 1,000ppm을 사용한 실험결과가 표시되어 있다. 시험관의 相對粗度에 關係없이 많은 범위에 걸쳐 최대저항감소점근선을 따르고 있다. 레이놀즈수가 증가함에 따라서 相對粗度が 큰 管의 마찰계수가 먼저 최대저항감소 점근선으로부터 이탈한다.

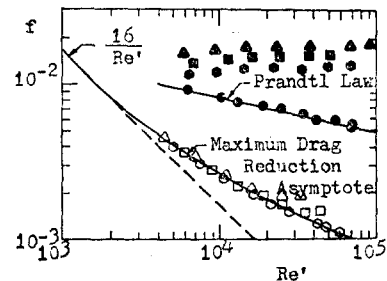


Fig. 3. Experimental results of rough tubes

k/D	Smooth Tube	0.0351	0.0168	0.0132
Water	●	▲	■	◆
Separan AP-273 1,000ppm		△	□	○

亂流에서 壁부근에는 粘性底層(viscous sub-layer)이 형성된다. 粘性底層의 두께가 表面粗度보다 클때 이 表面은 流體力學的으로 매끈한管과 같이 作用하고 反對로 粗度が 底層의 두께보다 크면 거친管으로 作用하게 된다. 뉴우튼流體의 경우 底層의 두께는 $y^+ = v^*y/\nu = 5$ 로 定義한다. 이 값을 y 로 換算하면 $y = 5\nu/V\sqrt{f/2}$ 가 되며 저항감소를 發生할때 마찰계수 f 의 값은 크게 減少하기 때문에 y 의 값은 크게 증가한다. 抵抗減少를 일으키는 폴리머용액이 亂流로 흐를때 粘性底層의 두

계가 증가된다는 事實은 많은 文獻(4, 18, 19)에 依하여 입증되었다. 特히 最大抵抗減少를 일으킬때 底層의 두께 y^* 는 23.4 또는 그 以上이 된다. 따라서 최대저항 감소를 일으킬때 y 의 값은 $23.4\nu/\sqrt{f}$ 로 표시할 수 있다. 粘性底層의 增加로 因하여 뉴우튼流體에서는 거친管으로 作用하던 管들이 폴리머용액에 대해서는 流體力學的으로 매끈한 管과 같이 作用한다.

실험에 使用된 폴리머용액의 n 값은 1보다 작기 때문에 유량특성곡선에서 변형률($8V/D$)이 증가할수록 전단응력과 변형률의 비인 겉보기점도(apparent viscosity)는 감소한다. 따라서 밀도가 일정한 폴리머용액이 주어진 직경의 관속을 흐를때 평균속도(V)가 증가할수록 동점성계수(ν)는 감소된다. 결과적으로 速度가 증가될수록 ν 값은 감소되고 粘性底層의 크기는 적어진다. 이로 인하여 낮은 레이놀즈數에서는 거친관의 마찰계수가 流體力學的으로 매끈한 管과 같이 最大抵抗減少漸近線을 따르지만 높은 레이놀즈數에서는 表面粗度の 영향을 나타내고 最大抵抗減少漸近線으로 부터 이탈하기 시작한다.

抵抗減少를 일으키는 폴리머용액의 亂流構造는 뉴우튼流體와 크게 다르다. 粘性底層의 두께가 增加할 뿐만 아니라 완충층(buffer layer)과 亂流區域(turbulent core)의 速度分布가 뉴우튼流體와 다르다. 特히 最大抵抗減少를 일으킬 때에는 완충층이 管中心部까지 연장된다. 그러므로 어떠한 粗度を 가진 管에서도 뉴우튼流體와 比較할때 抵抗減少現象이 나타남을 알 수 있다.

管이음부에 對한 損失係數 K_L 은 水頭損失과 운동에너지를 利用하여 정의한다. 즉, $h_L = K_L V^2 / 2g$ 이다. Table 2는 KS 表示品인 엘보우, 티 및 게이트밸브에 물과 폴리머를 利用하여 얻은 실험결과이다. 폴리머용액을 뉴우튼유체와 比較하기 위해서 同一한 條件下에서 물과 폴리머용액에 대한 실험을 실시 하였다.

물을 사용한 엘보우와 티의 실험결과와 文獻(20)과 적은 차이를 나타내고 있으나 게이트밸브의 실험 결과는 文獻(20)의 標準値와 크게 다르다. 여러 製作會社에서 生産한 管이음부들은 外形上 同一한것 같으나 部品를 分解하여 内部치수를 측정한 결과 部品마다 많은 差가 있음을 발견하였다. 특히 실험에 使用된 게이트밸브의 경우 標準밸브에 比하여 流路의 길이가 길고 流路의 斷面積이 적다. 使用된 部品들이 모두 KS 表示品들이어서 材料의 成分과 強度 등이 工業規格을 만족하고 있을지라도 機械加工치수는 規格과 다르다. 따라서 流動抵抗値가 文獻의 標準値와 다르다. KS 表示品 뿐만 아니라 美國이나 日本製 밸브들도 製作會社에 따

라서 약간의 차이는 있다. 管이음部の 工業規格을 정하는때는 材質과 機械加工程度의 表示는 물론 損失係數의 許容値도 明示해야 할 것이다.

Table 2. Loss coefficient of the fittings

부품 표준치	엘 보 우		티		게이트밸브	
	$K_L=0.6$		$K_L=1.8$		$K_L=0.2$	
유체 호칭이름	물	폴리머	물	폴리머	물	폴리머
1/2"	0.876	1,111	1,359	1,768	1,445	2,438
3/4"	0.937	1,109	1,108	1,368	1,304	2,199
1"	0.980	1,118	1,542	1,844	0.959	1,848
평 균 치	0,931	1,113	1,336	1,660	1,236	2,162

本研究에서는 뉴우튼유체의 管이음部 損失係數를 결정하는것 보다는 뉴우튼유체와 비뉴우튼유체의 損失係數를 比較研究하는데 있으므로 Table 2에는 물과 폴리머용액의 損失係數를 같이 提示하였다. 모든 管이음部에서 폴리머용액의 損失係數는 물의 係數보다 크다. 이것은 미끈한 直管과 거친 直管에서 抵抗이 減少되는 現象과는 反對되는 일이다.

實驗結果에 依하면 最大抵抗減少를 일으키는 폴리머용액의 損失係數는 엘보우에서 물보다 20% 증가하고 티에서는 24% 증가하며 게이트밸브에서는 75% 정도 증가한다. 直線管内의 亂流에서는 流動이 準定常狀態이어서 폴리머용액의 粘性效果와 彈性效果가 對等한데 反하여 管이음部에서는 非定常狀態이어서 彈性效果가 粘性效果보다 優勢하여 固體와 같은 變形特性(solid like)을 나타내어 流動抵抗이 증가된다. 流路의 變化가 크면 클수록 損失係數는 크게 될 것이다. 이것은 曲管(curved tube)에서 폴리머용액의 저항이 증가 된다는 Barnes-Walters(15)의 연구결과와 같은 경향이며 粘彈性流體가 非定常流動하는 管入口에서 뉴우튼流體보다 큰 流動抵抗을 나타낸다는 Metzner-White(21)의 연구결과와 일치되는 결과이다.

管이음部の 副次的損失은 管의 等價길이 L_e 로 表示할 수 있다.

$$f \frac{L_e}{D} - \frac{V^2}{2g} = K_L \frac{V^2}{2g}$$

따라서,

$$L_e = \frac{K_L D}{f}$$

抵抗減少를 일으키는 폴리머용액의 직관에서의 마찰계수 f 는 뉴우튼유체에 비하여 크게 감소하는데 반하여損失係數 K_L 은 증가한다. 그러므로 폴리머용액의 等價길이 L_e 는 크게 증가한다.

관이음부를 많이 포함치 않고 뉴우튼유체를 이용하는 配管設計에서는 副次的損失의 영향을 무시할수도 있으나 저항감소를 수반하는 폴리머용액을 사용하는 배관설계에는 반드시 부차적손실의 영향을 고려해야 한다.

V. 結 論

(가) 人工的으로 粗度を 만든 直線管內에 抵抗減少를 일으키는 폴리머용액이 亂流로 흐를때 낮은 레이놀즈數의 범위에서는 매끈한管和 같이 最大抵抗減少漸近線을 따르다가 레이놀즈數가 증가되면 相對粗도가 큰 管의 마찰계수가 먼저 漸近線으로 부터 이탈하고 적은 管의 마찰계수가 늦게 이탈한다.

(나) 관이음部에서의 급격한 流路變化로 因하여 최대저항감소를 일으키는 폴리머용액의 損失係數는 물의 損失係數보다 엘보우와 티에서 평균 20내지 25% 증가되고 게이트밸브에서는 평균 75% 증가된다.

(다) 최대저항감소를 발생시키는 폴리머용액의 等價길이 이 損失係數의 증가와 마찰계수의 감소로 인하여 크게 증가된다.

(라) 매끈한管和 거친管은 낮은 레이놀즈數 범위에서 최대저항감소곡선을 따르므로 거친管에 폴리머용액을 유동시킬경우는 亂流下에서 낮은 범위의 레이놀즈數를 갖도록 하는것이 펌프의 동력을 절감시키는데 효과적이다.

後 記

本 研究는 1978年度 産學協同財團의 學術研究費 支援에 依하여 이루어진 것이다. 産學協同財團의 關係諸位에게 深心한 謝意를 表한다. 폴리머를 보내주시신 University of Illinois의 J.P. Hartnett 教授와 趙英一氏 및 實驗에 적극 협조해 준 空士 機械工學科 教官諸位에게 깊은 감사를 드린다.

참 고 문 헌

1. B.A. Toms, Some Observations on the Flow of Linear Polymer Solutions Through Straight Tubes

at Large Reynolds Numbers, Proceedings First International Congress on Rheology, Vol II, North Holland Publishing Co., Amsterdam, pp.135-141, 1948.

2. P.S. Virk, H.S. Mickley and K.A. Smith, The Ultimate Asymptote and Mean Flow Structure in Toms Phenomenon, Trans. ASME *Journal of Applied Mechanics*, Vol.37, pp.488-493, 1970.

3. J.W. Hoyt, The Effect of Additives on Fluid Friction, *Journal of Basic Eng.*, Vol.94, series D, pp.258-285, 1972.

4. S.S. Yoo, Heat Transfer and Friction Factors for Non-Newtonian Fluids in Turbulent Pipe Flow, Ph. D. Thesis, University of Illinois, Chicago, 1974.

5. P.S. Virk, Drag Reduction Fundamentals, *A.I. Ch. E. Journal*, Vol.21, pp.625-656, 1975.

6. E.R. Lindgren and T.G. Hoot, Effects of Dilute High Molecular Weight Polymers on Turbulent Flows of Water in Very Rough Pipes, Trans. ASME, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.35, Series E, pp.417-418, 1968.

7. J.G. Spangler, Studies of Viscous Drag Reduction with Polymers Including Turbulent Measurements and Roughness Effects, in *Viscous Drag Reduction*, edited by C.S. Wells, Plenum Press, pp.131-155, 1969.

8. M. Poreh, Flow of Dilute Polymer Solutions in Rough Pipes, *J. Hydronautics*, Vol. 4, pp.151-155, 1970.

9. P.S. Virk, Drag Reduction in Rough Pipes, *J. Fluid Mechanics*, Vo.45, pp.225-246, 1971.

10. 유상신, 비뉴우튼유체의 저항감소현상과 공학적 응용, 한국항공우주학회지, 제 4권 pp.11-17, 1976.

11. C.T. Littleton, *Industrial Piping*, McGraw-Hill Book Co., 1962.

12. A.J. Ward Smith, *Pressure Losses in Ducted Flows*, Butterworth, 1971.

13. D.W. Dodge, Turbulent Flow of Non-Newtonian Fluids in Smooth Round Tubes, Ph. D. Thesis, University of Delaware, 1958.

14. D.C. Bogue, Entrance Effects and Prediction of Turbulence in Non-Newtonian Flow, *Industrial and Engineering Chemistry*, Vol.51, pp.874-878,

- 1959.
15. H.A. Barnes and K. Walters, Dynamic Similarity and Drag Reduction in Flow of Elastic Liquids Through Curved Pipes, *Nature*, Vol.219, pp.57-59, 1968.
 16. 유상신, 난류유동상태하에서 비뉴우튼성유체가 일으키는 저항감소현상의 공학적응용, 공사논문집 제 6집 pp.29-47, 1976.
 17. 황태성, 난류유동상태하에서 발생하는 저항감소현상에 관한 연구, 석사학위논문, 단국대학교대학원, 1978.
 18. C.S. Wells, Jr, Turbulent Heat Transfer in Drag Reducing Fluids, *A. I. Ch. E. Journal*, Vol. 14, pp. 406-410, 1968.
 19. M. J. Rudd, Velocity Measurements Made with a Laser Dopplermeter on the Turbulent Pipe Flow of a Dilute Polymer Solution, *J. Fluid Mechanics*, Vol.51, pp.673-685, 1972.
 20. V.L. Streeter, Fluid Mechanics, Fifth Edition McGraw-Hill Book Co., pp.294-297, 1977.
 21. A.B. Metzner and J.L White, Flow Behavior of Viscoelastic Fluids in the Inlet Region of a Channel, *A.I. Ch. E. Journal*, Vol.11, pp.989-994, 1965.