韓國數學敎育學會誌〈數學敎育〉
1978. 12, Vol. XVII No. 1

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Dec. 1978. Vol. XVII No. 1

動的計劃法에 의한 Stochastic Programming의 解法에 對한 小考(確率在庫模型을 中心으로)

高麗大學校 張 秉 志

Ⅰ. 問題의 提起
Ⅱ. 動的計劃法에 의한 政策決定
Ⅲ. 連鎖的 統計計劃에서 政策決定
Ⅳ. 結論

Ⅰ. 問題의 提起

오늘날 Programming 問題는 새로운 最適化問題로서 1951年[1] 이래 各方面에서 눈부신 發展을 거듭하여 왔다. 지난 25년간에 많은 有效한 方法이 대두되었고, 아울러 콤퓨터의 개발에 힘입어 수많은 分野에서 Programming 技法은 實際問題를 해결하는데에 적절한 해결방식으로 되어온 것도 사실이다. 더우기 이 計劃問題는 數學者나 物理學者 및 工學者에 의하여 오랫동안 研究對象으로 되어왔으나 現實的으로 보면 오히려 經營學者나 經濟學者 및 軍事學方面에서 큰 關心을 갖게 되었으며 實際問題(産業, 行政, 軍事等)에서 더욱 重要視된다.

이 計劃問題는 다음과 같이 一般化할 수 있다. n個의 變數를 $x_1, x_2, \cdots, x_n$이라 할 때 m개의 不等式 또는 等式

$$g_i(x_1, \cdots, x_n)\{\leq, =, \geq\}b_i, i=1,\cdots,m \quad \cdots(1)$$

을 만족시키는 조건 하에서

$$Z=f(x_1, \cdots, x_n) \quad \cdots\cdots(2)$$

을 最大 또는 最小化하려는 것이다.

이때 (1)을 制限條件式(constraints), (2)를 目的函數(objective function)이라 한다. (1)의 左邊에 나타나는 係數를 活動係數(activity co-efficients) 또는 技術係數(technical co-efficients)라 하며, 右邊에 나타나는 係數, 즉 b_i를 要求條件(requirements)라 하고, (2)에 나타나는 係數를 價格(price)이라 한다. (1)의 연산기호 $\leq, =, \geq$는 各 制限條件式에서 이들중 하나만 成立하고, m, n에 있어서는 $m \gtreqless n$ 중 어느 것이나 가능하다. 이와같은 計劃問題의 一般化에 對應되는 一般的인 解法은 發見되지 않았으며 또한 發見될 수 있는 성질의 것도 아닌 것이다. 그러나, 限定된 의미에서 一般的 解法은 可能하며, 실제에 있어서는 여러 가지 特定한 模型에 대한 몇가지 解法이 알려져 있을 뿐이다.

대부분의 計劃問題에 있어서의 共通點은 各式의 係數가 確定된 世界(deterministic world)에 속해 있다고 가정하는 것이다. 즉 模型에 나타난 여러가지 母數(parameters)들, 예컨데 要求係數, 價格係數, 技術係數, 單位當所要時間 等이 既知의 常數(known constants)로 취급하여 最適化에 대한 意思決定을 하고자 하는 것이다.

그러나 實際, 많은 問題에 있어서 이러한 假定은 상당히 不合理한 경우가 있다. 이러한 不合理性을 회피하는 방법으로서 計劃에 나타난 母數들을 確率變數(random variable)로 취

1) G. B. Dantzig의 Simplex Method에 의한 h. p. 解法

급하는 것이다. 즉 旣知常數集團을 대상으로 한 諸 Programming 問題를 統計學이 對象으로 하는 確率變數集團에로의 對象擴大는 劃期的 事實이라 하겠다. 統計的 集團現象에 대한 現在의 與件을 考慮한 最適政策追求는 統計學과 Programming의 複合으로 大端한 複雜性에 직면하게 된다. 그러나 統計的 集團現象의 安全性(大數의 法則, 中心極限定理等)에 立脚하거나, 또는 過去의 資料나 集團現象에 대한 分布法則의 確定으로 統計的 處理를 加하여 얻어진 確定된 係數를 취급하는 경우의 確定模型은 實際計算을 要하는 問題에서는 어느 정도 利用價値를 인정받는다. 예컨데 技術係數에 부분적으로 확률변수가 나타나는 경우 하나의 접근 방법으로서 그 확률변수의 期待値나 母數의 적당한 推定値로서 代置하여 最適化模型을 해결할 수도 있으나 이때 最適値의 分布 및 實行可能性(feasibility)의 확률이 크게 문제된다.[2]

確定된 世界의 假定을 버리고 여러가지 가능한 상태를 가질 수 있는 世界를 對象으로 하는 計劃問題는 "統計的計劃"(Stochastic Programming)의 범주에 속한다. 統計的計劃이란 一連의 偶然法則이 지배하는 歷史的 혹은 實驗的인 集團現象을 기초로 하여 주어진 現在의 與件과 함께 未來에 대한 最善의 方案을 追求하는 가장 바람직하고 필요한 硏究의 하나임에 틀림없다. 지금 偶然法則에 의하여 생길 수 있는 가능한 여러 가지 狀態의 出現確率을 推定할 수 있는 경우 危險下의 意思決定(Decision under risk) 문제에 당면하게 된다. 만약 出現可能한 여러가지 狀態의 確率을 推定할 수 없는 경우, 예컨데 豫測의 기초가 되는 過去의 情報가 없는 경우나 또는 過去의 情報가 所用이 없게 되는 경우(특히 경쟁적인 상황[competitive situations])에서는 不確定性下의 意思決定[3](decision under uncertainty) 문제에 봉착하게 된다. 確定模型에서는 意思決定者는 目的函數의 設定 즉 費用最小化 또는 利益의 最大化 내지 다른 效率性의 測度에 대한 最適化方案에 대한 分明한 기준이 있게 된다. 그러나 危險이나 不確定性下의 最適化問題에서는 이러한 目的函數의 설정이 分明하지 못한 경우도 있게 된다. 그리하여 危險이나 不確定性의 條件을 고려하여 制約條件式을 구성하고 또한 적절한 目的函數를 준비하고 있는 數學的 模型 내지 統計的 模型을 설정하여 最適의 狀態를 追求함이 우리의 目的이다.

Ⅱ. 動的計劃法에 의한 最適政策決定

統計的 計劃法을 便宜上 大別하여 連鎖的 方法(sequential method)와 非連鎖的인 方法(Non-sequential method)으로 나누어 보자. 前者는 時點이 다른 2개 혹은 그 이상의 決定을 해야 하는 경우 먼저의 決定이 그 다음의 決定變數에 영향을 줄 뿐만 아니라, 決定을 내리기 전에 그전의 母數에 의해 서로 영향을 받게 된다. 그러나 後者는 하나의 決定이 다음의 決定에 영향을 미치지 않는 것으로 현실적인 의미에서 보면 어느 程度 不合理한 것으로 생각된다.

가장 바람직하기는 連鎖的인 政策決定方式이나 不幸히도 非連鎖的 方式에 비하여 훨씬 複雜하고 또한 많은 計算의 勞力을 필요로 한다. 여기서는 問題를 局限하여 動的計劃法[4](Dynamic Programming)에 의한 連鎖的 政策決定問題解決方式을 고찰하여 보자.

다음과 같은 非線形計劃問題(Non-Linear Programming)를 생각하자.

$$\sum a_j x_j \leq b \quad a_j > 0, \quad j=1, 2, \cdots, n$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1, 2, \cdots, n, \quad x_j \text{ 는 정수} \quad \cdots ①$$

$$\max : Z = \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j)$$

2) P. Kall: Stochastic Linear Programming, Springer, 1976.

3) Gottfried and Weisman: Introduction to Optimization Theory, 1973.

4) 이것을 처음으로 方法的見地에서 다룬 사람은 Richard Bellman이었다. R. Bellman: Dynamic Programming, 1957, Princeton University Press.

이 문제는 分離可能(separable)한 目的函數를 갖고 意思決定變數 x_j가 整數인 確定模型을 다룬다.

$X=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$일 때 $h(X)$를 생각하여

$$\max_{x_i, x_j, \cdots, x_r} h(X)$$

는 n개의 변수중에 $x_i, x_j, \cdots, x_r$을 변하게 하고 나머지 變數들을 固定시켰을 때의 最大値라고 정의하면 정수 x_j에 대해 $\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b$을 만족시키는 Z의 최대치 Z^*는

$$Z^* = \max_{x_1, \cdots, x_n} \left\{ \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j) \right\}$$

가 될 것이다. 이것을 다음과 같이 처리한다.

x_n을 우선 固定시키고 $x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}$에 대한 Z의 최대치를 구한다. 이것은 물론 $x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}$의 값에 의하여 결정된다. 모든 x_n의 값에 대해서 얻어진 Z의 값 중 최대치가 (1)의 최대치 Z^*가 된다. 즉

$$\max_{x_1, \cdots, x_{n-1}} \left\{ \sum_{j=1}^{n} f_j(x_j) \right\} = f_n(x_n) + \max_{x_1, \cdots, x_{n-1}} \sum_{j=1}^{n-1} f_j(x_j)$$

이므로 x_n이 하나 선택하여지면

$$\sum_{j=1}^{n-1} a_j x_j \leq b - a_n x_n$$

을 만족시키는 $\max_{x_1, \cdots, x_{n-1}} \sum_{j=1}^{n-1} f_j(x_j)$를 구하면 된다.

이것은 x_n에 의지하므로 $b - a_n x_n$에 의존한다. 이때

$$A_{n-1}(b - a_n x_n) = \max_{x_1, \cdots, x_{n-1}} \sum_{j=1}^{n-1} f_j(x_j)$$

라 정의하고 이것을 $x_1, \cdots, x_{n-1}$에 관하여 最大化한다. 결국

$$Z^* = \max_{x_n} \{ f_n(x_n) + A_{n-1}(b - a_n x_n) \}$$

(단, $0 \leq x_n \leq \left[\frac{b}{a_n} \right]$, $[k]$는 k를 넘지 않는 最大整數.)

을 單一變數 x_n의 가능한 값에 대해서 최대치를 구하는 문제에 귀착하게 된다. 그러면 $A_{n-1}(b - a_n x_n)$의 계산과정을 보자. 陰이 아닌 任意의 整數 ξ에 대해

$$A_{n-1}(\xi) = \max_{x_1, \cdots, x_{n-1}} \sum_{j=1}^{n-1} f_j(x_j), \quad \sum_{j=1}^{n-1} a_j x_j \leq \xi$$

라 하고, 같은 過程을 되풀이하면

$$A_{n-1}(\xi) = \max_{x_{n-1}} \{ f_{n-1}(x_{n-1}) + A_{n-2}(\xi - a_{n-1} x_{n-1}) \} \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

단 $A_{n-2}(\xi) = \max_{x_1, \cdots, x_{n-2}} \sum_{j=1}^{n-2} f_j(x_j)$, $\sum_{j=1}^{n-2} a_j x_j \leq \xi$

이때 x_{n-1}은 $0, 1, 2, \cdots$, $\left[\frac{\xi}{a_{n-1}} \right]$의 값을 취할 수 있다. 만일 $A_{n-2}(\xi)$를 안다면 單一變數 x_{n-1}에 대해 最大化함으로서 $A_{n-1}(\xi)$를 계산할 수 있다.

$A_{n-1}(\xi)$값을 구하고자 하는 ξ의 각 값에 대해서 주의하면서 最大化過程을 반복한다. 이와같이 해서 마지막에는

$$A_1(e) = \max_{x_1} f_1(x_1), \quad 0 \leq e \leq \left[\frac{e}{a_1} \right]$$

의 최대화문제에 귀착된다. 實際로 問題를 해결하는데는 역으로 $A_1(e)$를 먼저 정하고 $A_2, \cdots, A_{n-1}$을 순차로 결정하여 마지막에 Z^*를 決定하게 된다. 즉, A_1이 결정되면 $A_K(\xi)$는 다음과 같이 단계적으로 결정된다.

$$A_k(\xi) = \max_{x_k} \left\{ f_k(x_k) + \max_{x_1, \cdots, x_{k-1}} \sum_{j=1}^{k-1} f_j(x_j) \right\}$$

즉 $A_k(\xi) = \max_{x_K} \{ f_k(x_k) + A_{k-1}(\xi - a_k x_k) \}$,

$2 \leq k \leq n$

(단, $\sum_{j=1}^{k-1} a_j x_j \leq \xi - a_K x_K$, $0 \leq x_k \leq [\xi / a_k]$)

끝으로 $Z^* = A_n(b)$를 결정한다. 그리고 역시 축차적인 方法으로 最適解 $\bar{x}_k(\xi)$로 결정된다.

이와같이 動的計劃法은 n段階의 決定問題라고 하는 것이 두드러진 特徵이라 볼 수 있다. 더우기 몇 개의 段階가 있어도 同一한 構造를 가지며, 일반으로 k段階意思決定問題가 있다면 그 「시스템」의 狀態를 설명하는 一連의 「파라메터」〈母數〉가 존재해야 한다. 즉 政策變數의 最適値와 目的函數의 값이 그 母數에 의해 左右되는 一連의 母數가 존재하여야 한다. ξ는 「시스템」의 狀態를 설명하는 一連의 母數를 포함하는 vector로서 狀態母數(state parameter)라 하고, $A_k(\xi)$를 狀態函

數(state function)라 하며, $\tilde{x}_k(\xi)$를 政策函數(policy function)라 한다. 이러한 方法으로 많은 문제를 解決한 R. Bellman은 이 原理를 最適性의 原理(the principle of optimality)라 했다.

그러면 이와같은 動的計劃法이 統計的 連鎖決定問題를 해결할 수 있음을 다음 장에서 보겠다.

Ⅲ. 連鎖的 統計計劃에 있어서 政策決定

政策變數가 意思決定前에 관찰되어지는 確率變數의 母數의 函數로 주어지기 때문에 動的인 計劃法은 특히 多段階의 連鎖的인 統計計劃(stochastic programming)의 決定問題에서 가장 適合한 것이다. 各過程에 있어서 決定變數는 그 과정에 있어서 狀態母數의 函數로 決定되기 때문이다.

連鎖解法에서는 前進法(forward solution)과 後退法(backward solution)이 있다. 여기에서는 後退法을 쓰게 된다. 이것은 時點으로 보아 時間을 소급해 올라가는 意思決定法이다 예컨데 10년 후의 目標가 얼마이므로 5년 후 일년후, 금년은 얼마의 目標를 결정해야 하느냐는 방식이다.

지금 特殊한 問題로서 局限하여 確率在庫模型(stochastic inventory models)에 있어서 多段階模型(multi-period models)[5]을 설정하여 고찰하여 보자. 在庫의 狀態는 一定週期마다 再檢되어야 하며, 檢査時에 注文如否에 대한 意思決定을 내려야 하며, 注文하는 경우에 注文量을 정해야 한다. 어떤 時點에서의 意思決定은 그 時點서부터 일정한 몇 期間동안에 걸친 計劃平面에 걸친 期待費用의 最小化를 기해야 한다.

지금 計劃平面에 있어서 各期의 需要는 마땅히 確率變數로 處理해야 한다. 여기에 j期의 需要 v_j가 離散密度函數$\rho_j(v_j)$를 갖는다고 가정하자. 또 各期마다의 需要는 相互獨立이고, 또 期待需要도 서로 다를 수 있다고 가정한다.[6]

j期에 있어서 注文을 하려면 固定費用 R_j가 들고, 注文하지 않으면 없는 것으로 한다. 이것을 다음과 같이 표시한다.

$$R_j\delta_j=\begin{cases} R_j & x_j>0 \\ 0 & x_j=0 \end{cases}$$

또한 x_j 單位만큼의 注文에 대한 可變費用 c_jx_j를 합하여 적당한 割引率 α(discount factor)를 이용하여 k期부터 n期까지 割引하여 총합을 구하면 다음과 같다.

$$\sum_{j=k}^{n}\alpha^{j-k}[R_j\delta_j+C_jx_j] \cdots\cdots ①$$

또 在庫保有費(inventory holding cost) ρ_j와 在庫不足費(inventory stockout cost) π_j를 導入하기 위해서 다음의 함수를 정의하자.

$$g_j(U_j)=\begin{cases} \rho_jU_j, & U_j\geq 0 \\ \pi_jS_j, & S_j=-U_j>0 \quad (U_j<0) \end{cases}$$

그러면 k期서부터 n期까지의 在庫保有費 또는 在庫不足費의 총합은 割引率을 고려하여 다음과 같다.

$$g_k(\xi+x_k)+\sum_{j=k+1}^{n}\alpha^{j-k}g_j(\xi+\sum_{i=k}^{j}x_i-\sum_{i=k}^{j-1}v_i) \cdots\cdots ②$$

$$k=1,2,3,\cdots,n-1$$

(단, ξ는 k期初의 在庫量.)

따라서 $A_k(\xi)$를 注文이 있기 前, k期初의 在庫狀態가 ξ일 때 k期로부터 n期에 이르는 最小期待費用이라 하면 다음과 같이 表示된다

$$A_k(\xi)=\min_{x_k,\cdots,x_n}\sum_{v_j}\left\{\prod_{j=k}^{n}P_j(v_j)\right\}\left\{\sum_{j=k}^{n}\alpha^{j-k}(R_j\delta_j+C_jx_j)+g_k(\xi+x_k)+\sum_{j=k+1}^{n}\alpha^{j-k}g_j\left(\xi+\sum_{i=k}^{j}x_i-\sum_{i=k}^{j-1}v_i\right)\right\} \cdots\cdots ③$$

$$(k=1,2,\cdots,n-1)$$

윗 ③식은 ①과 ②의 費用總合에 對한 모든 v_j에 있어서 期待費用의 最小値를 나타내는 식이다. 이것을 Ⅱ에서 설명한 R. Bellman의

5) Hillier and Lieberman: Introduction to O. R., Holden-day, 1967.
6) W. J. Baumol: Economic Theory and Operations Analysis, 1964.

動的計劃法으로 處理하면 다음의 ④식이 된다 $A_{k+1}(\xi)$의 定義, $R_k\delta_k+C_kx_k+g_k(\xi+x_k)$는 $v_k, \cdots, v_n$과 獨立이고, $\sum_{v_j}\prod_{j=k}^{n}P_j(v_j)=1$인 것을 이용하여

$$A_k(\xi)=\min_{x_k}\sum_{v_j}\prod_{j=k}^{n}P_j(v_j)\Big(R_k\delta_k+C_kx_k+g_k(\xi+x_k)+\alpha\sum_{v_k=0}^{\infty}P_k(v_k)A_{k+1}(\xi+x_k-v_k)\Big) \quad ③$$

이때

$$A_{k+1}(\xi+x_k-v_k)=\min_{x_{k+1},\cdots,x_n,v_j}\sum\prod_{j=k+1}^{n}P_j(v_j)\cdot\Big\{\sum_{j=k+1}^{n}\alpha^{j-k-1}(R_j\delta_j+C_jx_j)+g_{k+1}(\xi+x_k+x_{k+1}-v_k)+\sum_{j=k+2}^{n}\alpha^{j-K-1}g_j(\xi+x_k-v_k+\sum_{i=k+1}^{j}x_i-\sum_{i=k+1}^{j-1}v_i)\Big\}$$

다시 ③′에서

$$A_k(\xi)=\min_{x_k}\{R_k\delta_k+C_kx_k+g_k(\xi+x_k)+\alpha\sum_{v_k=0}^{\infty}P_k(v_k)A_{k+1}(\xi+x_k-v_k)\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

$$(\text{단, } k=1,2,3,\cdots,n-1)$$

$$A_n(\xi)=\min_{x_n}\{R_n\delta_n+C_nx_n+g_n(\xi+x_n)\}$$

y_1이 初期在庫狀態인 $A_1(y_1)$을 계산할 때 初期最適注文量 x_1^*를 얻게 된다. 다른 期에 대해서 $A_k(\xi)(k\geq2)$를 계산할 때 k期初의 在庫狀態가 ξ인 最適注文量 $\tilde{x}_k(\xi)$를 얻는다. 이때 ξ는 k期初 注文量 x_k가 決定되기 전에 주어진 값 $y_k=y_1+\sum_{i=1}^{k-1}x_i-\sum_{i=1}^{k-1}v_i$에 의거한다. 이는 모든 前期까지의 알려진 情報 $x_1, \cdots, x_{k-1}$; $v_1, v_2, \cdots, v_{k-1}$을 모두 포함한 것이다. $y_k\geq0$이면 純在庫量이 되겠고 $y_k<0$이면 在庫不足量이 된다. 各段階의 初期에서의 在庫狀態의 크기를 관찰하여 注文할 것이냐 하지 않을 것이냐를 결정하게 되며 또한 最適注文量도 결정하게 되어, 결국 連鎖的인 統計計劃問題가 動的計劃法으로 해결된다. 實際로 이러한 特定한 形態의 在庫問題를 푸는데 있어서 需要量이 ∞인 경우에는 적당한 量 d_k-수요가 d_k를 넘을 확률이 無視해도 좋을 정도인 量d_k-로 바꾸어 넣어 전자계산기에 의해서 解를 구할 수 있게 된다.

여기까지는 時差(time-lag)를 두지 않고 취급한 것이다. 지금 意思決定者가 k期初의 y_k를 모르지만 $y_{k-1}+x_{k-1}$을 알고 있다고 하자. 그러면 $A_k(\xi)$는 k期初와 그후 모든 期初의 意思決定에 대해 k期로부터 n期까지에 결쳐 割引率이 적용된 期待費用이다. 그리고$\omega_{k-1}=\xi$라 하자. 그러면

$$A_k(\xi)=\min_{x_k,\cdots,x_n}\sum_{\text{all}v_j}\prod_{j=k-1}^{n}P_j(v_j)\Big\{\sum_{j=k}^{n}\alpha^{j-k}(R_j\delta_j+C_jx_j)+g_k(\xi-v_{k-1}+x_k)+\sum_{j=k+1}^{n}\alpha^{j-k}g_j\xi+\sum_{i=k}^{j}x_j-\sum_{i=k-1}^{j-1}v_j)\Big\}$$

$$k=1,2,\cdots,n$$

앞에서와 같이, 이때의 誘導型은

$$A_k(\xi)=\min_{x_k}\Big\{R_k\delta_k+C_kx_k+\sum_{v_{k-1}=0}^{\infty}P_{k-1}(v_{k-1})\{g_k(\xi-v_{k-1}+x_k)+\alpha A_{k+1}(\xi-v_{k-1}+x_k)\}$$

$$(k=1,2,\cdots,n-1)$$

$$A_n(\xi)=\min_{x_n}\Big\{R_n\delta_n+C_nx_n+\sum_{v_{n-1}=0}^{\infty}P_{n-1}(v_{n-1})\cdot g_n(\xi-v_{n-1}+x_n)\Big\}$$

가 된다. 이 定式化된 問題의 해법은 時差가 없는 경우와 마찬가지이다.

上記在庫問題는 連鎖的 政策決定의 간단한 特殊模型에 不過하며 動的計劃法에 의하여 모든 在庫問題가 해결되지는 않는다. 이 문제에 대해 方法論에서 달리 接近하여 훨씬 복잡하고 概略的인 解를 얻는 경우도 있었던 것이다.[8)]

Ⅳ. 結 論

一般的으로 連鎖的인 決定問題는 計算過程이 더욱 複雜하게 된다. 이는 最適政策이 되는 最適値가 어떤 一定數가 되는게 아니고 確率變數의 函數가 되기 때문이다. 그런데 이

8) A. Charnes, and W. Cooper: Chance-Constrained Programming, Management Science, 6, 1959.

函數를 求하는 一般的 母函數가 發見되지 않고 있는 실정이다.[9)]

그런데 이 問題의 特別한 경우에는 動的計劃法에 의해서 解決이 가능하나 모든 것이 다 풀리는 것은 아니다.

이 方法으로 定式化가 가능한 조건을 만족시키더라도 狀態母數(state parameter)가 2個 以上인 경우에는 大端히 複雜하게 된다. 왜냐하면 $A_k(\xi_1, \xi_2)$의 ξ_1, ξ_2에 대한 모든 可能한 組合에 대한 圖表를 만들어야 한다. 이때 $\xi_1 = 0, 1, 2, \cdots, b_1$이고 $\xi_2 = 0, 1, \cdots, b_2$이라면 各段階의 計算過程마다 $(b_1+1)(b_2+1)$개의 最大(小)化과정을 행하지 않으면 않된다.

狀態母數의 수가 3個 以上이 되면, 또한 決定段階의 수가 커지면 누적적으로 急增하게 된다.

아울러 追加的인 計算量의 增加로 因하여 計算의 複雜性은 일층 加重된다. 電磁計算機의 容量限界에 따르는 問題까지 따르게 된다.[10)]

在庫問題에 있어서 期別需要를 相互獨立이라 假定하는 것은 現實과 거리가 있다고 보겠다. 이러한 경우에는 各期別需要에 相關關係가 인정되므로 需要의 密度函數는 條件附密度函數로 取扱해야 한다. 그러나 이 條件附密度函數

$$\phi_j(v_j | v_1, v_2, \cdots, v_{j-1})$$

를 導入함으로써 問題의 解에 미치는 計算의 複雜性과 正確度를 감안해서 利得이 될 경우에 한하여 取扱된다. 그러나 多幸히도 現在까지의 "case study"에 의하면 그렇게 重要視되지 않고 있는 實情이다.[11)]

一般的으로 Stochastic Programming이 本格的으로 論議되기 前에는 간단한 制約條件과 經驗的으로 얻어진 소박한 直觀에 依하여 또는 漠然한 理論値에 立脚해서 政策이 追求되었음은 否認하기 어렵다. 물론 Programming 解法(넓게는 O.R. 技法)이 모든 문제를 해결하는 것은 아니다. 그러나 어떤 危險이나 不確定性下에서의 意思決定에 있어서 주어진 理論에 立脚해서 合理的인 實測値를 구하거나 혹은 假定에 대한 理論檢證에 現實的인 情報를 사용해서 새로운 假說設定에 이바지할 수 있다. 더우기 確定世界에서 確率世界에로의 對象轉換 및 應用擴大는 "case-study"에서 個別的인 특수사정을 고려할 수 있다는 점에서 現實的으로 重要한 應用力을 가진다.

統計的計劃問題는 그 限界點에서만 보면 微弱하지만, 적당한 假定아래서 實際問題解決面에서나 理論的인 面에서나 다같이 充分한 硏究價値가 인정되고 있다.

統計學과 Programming에 의해서 統計的인 集團現象에 對한 最適政策決定이 可能하므로 人間이 追求하는 最適狀態에로 一步前進하게 된다.

參考文獻

[1] W. J. Baumol (1964), *Economic theory and operations analysis*, Prentice-Hall.

[2] S. Vajda (1972), *Probabilistic Programming*, Academy.

[3] P. Kall (1976), *Stochastic Linear Programming*, Springer.

[4] G. Hadley (1964), *Non-linear and Dynamic Programming* Addison-Wesley.

[5] Hillier and Lieberman (1967), *Introduction to Operations Research* Holden-day.

[6] Sasieni, Yaspan and Friedman (1959), *O. R.*, Wiley.

[7] H. M. Wagner (1969), *Principles of O. R*, Prenticehall, 1970, Principle of Management Science.

[8] S. I. Gass (1958), *Linear Programming*, McGraw-Hill.

[9] R. Bellman, (1957), *Dynamic Programming*, Princeton.

9) G. Hadley: Non-linear and Dynamic Programming, Addison-Wesley, 1964.
10) G. Hadley: Non-linear and Dynamic Programming, Addison-Wesley, 1964.
11) W. J. Baumol: Economic Theory and Operations Analysis, 1964.

[10] Bellman and Dreyfus (1962), Applied Dynamic Programming.

[11] Gottfried and Weisman (1973), *Introduction to Optimization Theory.*

[12] L. Weiss (1961), *Statistical Decision Theory,* Mc Graw-Hill.

[13] A. Wald (1950), *Statistical Decision Function,* Chelsea.

[14] T. S. Ferguson (1967), *Mathematical Statistics: A Decision Theoretic Approach,* Wiley.

[15] M. H. DeGroot (1970), *Optimal Statistical Decisions* McGraw-Hill.

[16] Arrow, Karlin and Scarf (1958), *Studies in the Nathematical Theory of Invent ory and Production,* Stanford.

[17] Hadley, and Whitin (1963), *Analysis of Inventory Systems,* Prentice-Hall.

[18] Starr and Miller (1962), *Inventory Controll: Theory and practice,* Prentice-hall.

[19] A. F. Veinott, (1966), *The Status of Mathematical Inventory Theory,* Management Science.

[20] Buchan and Koenigsberg (1963), *Scientific Inventory Management,* Prentice-hall.