論文 78-15-6-7

通信回路網의 信賴度計定方法에 관한 硏究

(A Study on the Method for Computing the Reliability in a Communication Network)

高　瓊　植*

(Koh, Kyung Shick)

要　約

本 論文에서는 一般 通信 回路網에 대한 記號的 信賴度 解析法을 제시하였다. 모든 單純 通路가 결정되면 특정한 論理式을 이용하여 이들을 쉽게 서로 離接 관계가 성립하도록 변경 할 수 있다. 또 端子間의 모든 單純 通路를 결정하기 위한 電子計算機 프로그램도 개발하였다. 그리고 例題를 들어 本 解析法의 適用 節次를 例示하였다.

Abstract

This paper presents a technique for symbolic reliability analysis of a general communication network. All simple paths are determined, then they are easily modified to be mutually disjoint by the specific Boolean expressions. A computer program for finding all of the simple paths between two terminals is also developed. The examples are given to illustrate the technique.

1. 序　論

通信系統의 信賴度問題를 解析 하는데 있어서는 常例的으로 通信系統을 確率的 그래프로 표현하고 있으며, 이 그래프의 各 接合點 및 枝路는 成功的으로 동작할 信賴度를 나타내는 무게(weight)가 確率的으로 주어진다. 여기서 接合點은 通信局을, 枝路는 通信路를 나타낸다. 信賴度 解析에 있어서의 基本 問題는 두 端子間의 信賴度, 다시 말해서 送信局을 뜻하는 특정한 接合點 S로 부터 受信局을 뜻하는 또 하나의 특정한 接合點 T사이에 적어도 한 개의 通信路가 이루어지는 確率을 求하는 것이다.

일반적인 確率的 그래프는 우선 直並列減縮法에 의하여 直列 또는 並列로 연결 된 枝路는 確率的 計算에 의하여 等價的으로 한 개의 枝路로 減縮시킨다. 이와 같은 절차를 거치면 非直並列그래프로 기착되는데, 이 非直並列그래프를 기준으로 하여 端子間 信賴度를 計定하는 것이다. 지금 S에서 T에 이르는 單純通路가 m개 있다고 하면 事象의 合確率을 直接 展開하는 방법으로 계산한다면 2^m-1항의 계산을 해야 하는데, m이 10이라고만 해도 막대한 계산을 해야 한다. 따라서 合理的인 計算方法이 있어야 할 것이며, 그 한 방法으로 최근에 부울 代數를 이용한 記號的 解法에 의하여 排反事象으로 전환하여 계산하는 방법이 일부 學者들에 의해 제안되고 있다[1~4].

本 論文에서는 信賴度計定에 적합한 論理代數算法을 도입하여 더욱 직접적으로 처리하는 節次를 제안하고 또 非直並列 그래프에 있어서 端子間의 모든 單純通路를 결정하는데 필요한 電子計算機 프로그램을 개발하여 大規模의 通信網에도 적용 할 수 있게끔 하였다. 理論을 뒷받침하기 위한 實例를 드는데 있어서는 各 枝路의 信賴度는 나타내는 確率値는 相關關係가 없고 接合點의 信賴度는 1이고, 또 이 値들은 계산 도중에 一定하다고 가정하였다. 이와 같은 假定은 信賴度 計定에 있어서 보통 채택되고 있는 것이며 一般性을 상실 한다고 할 수는 없다.

2. 定義 및 記號

本 論文에서 사용된 用語와 記號에 대하여 다음과

*正會員, 仁荷大學校 電子工學科
(Dept. of Electronics Engineering, Inha University)
接受日字：1978年 10月 4日

같이 定義한다.

單純通路 : 接合點과 枝路로 구성되는 確率的 그래프에 있어서 閉路를 形成함이 없이 두 端子사이에 이루어지는 通路.

x_i: i枝路의 良好狀態를 나타내는 論理變數

x_i': 論理變數 x_i의 相補

p_i: i枝路의 成功的 動作을 나타내는 確率値

q_i: 枝路의 失敗的 動作을 나타내는 確率値 $1-p_i$.

ϕ: 零集合

P_k: k번째의 單純通路를 구성하는 枝路의 集合의 變數 論理積 表現

$P_i \cdot P_j$: P_i와 P_j의 論理積

$P_i(k)$: $P_i \cap P_k = \phi$를 만족시키는 P_i의 最大部分積

$P_i'(k)$: $P_i(k)$의 相補

X_k: 서로 離接관계에 있도록 P_k를 변환시킨 論理積 表現

R: 端子間 信賴度를 나타내는 確率値

P_r: 確率記號

3. 信賴度 計定에 관한 理論

一般的 그래프에 있어서 두 端子間에 m개의 單純通路가 있다고 하고, 各 通路에 대한 變數 論理積 表現을 각각 $P_1, P_2, \cdots\cdots P_m$라고 하면, 端子間 信賴度를 나타내는 確率$R$은

$$R \equiv P_r\{P_1 U P_2 U \cdots\cdots U P_m\} \qquad (1)$$

로 주어진다. 그러나 이들 P_k는 서로 離接 관계에 있지 않으므로

$$R \neq P_r\{P_1\} + P_r\{P_2\} + \cdots\cdots + P_r\{P_m\} \qquad (2)$$

이다. 만일 이들 P_k를 서로 離接 관계에 있도록 변환하면서도 본래의 單純通路에 대한 論理的 條件을 유지시킨다면 端子間 信賴度 計定은 간단해진다. 지금 P_i, P_j를 각각 X_i, X_j로 변환시켜

$$X_i \cap X_j = \phi\begin{pmatrix} i \neq j \\ i, j = 1, 2, \cdots m \end{pmatrix} \qquad (3)$$

의 관계를 만족시키면서도 X_i, X_j가 각각 P_i, P_j의 論理的 條件을 그대로 유지한다면

$$R = P_r\{X_1\} + P_r\{X_2\} + \cdots\cdots + P_r\{X_m\} \qquad (4)$$

가 성립한다. 따라서 R을 求하는 문제는 P_k로 부터 X_k를 求하는 과정에 달려 있다. 지금 $P_i(k)$를 다음 條件을 만족시키는 P_i의 最大 部分積이라고 한다.

$$P_i(k) \subseteq P_i, \; P_i(k) \cap P_k = \phi \qquad (5)$$

그러면

$$(P_k \cdot P_i'(k)) \cap P_i = \phi \qquad (6)$$

이 성립한다. 여기서 $P_i'(k)$는 $P_i(k)$의 相補, $P_k \cdot P_i'(k)$는 P_k와 $P_i'(k)$의 論理積을 뜻한다. 이 관계를 이용하여 P_k로부터 X_k를 求하는데, 우선 두 端子사이의 單純通路를 나타내는 P_k를 그 變數가 적은 것으로부터 나열하여 $P_1, P_2, \cdots\cdots P_m$의 順이라고 한다. 그러면

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= P_1 \\ X_2 &= P_2 \cdot P_1'(2) \\ X_3 &= P_3 \cdot P_1'(3) \cdot P_2'(3) \\ &\vdots \\ X_m &= P_m \cdot P_1'(m) \cdot P_2'(m) \cdot \cdots \cdot P'_{m-1}(m) \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

여기서 $X_1, X_2, \cdots X_m$이 서로 離接 관계에 있음은 (6)式으로 부터 알 수 있으며 동시에 각각 $P_1, P_2, \cdots P_m$의 條件을 그대로 유지함을 알 수 있다. 따라서 (7)式과 (6)式에 의하여 端子間 信賴度가 결정된다.

以上의 理論 展開에 있어서는 P_k는 k번째의 單純通路를 구성하는 接合點 및 枝路를 나타내는 變數를 다 포함하며, 일반적으로 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$P_k = (\Pi x_i) \cdot (\Pi v_j) \qquad (8)$$

여기서 v_j는 j接合點의 良好狀態를 나타내는 論理變數이다. 만일 모든 接合點의 信賴度를 1이라고 한다면

$$P_k = \Pi x_i \qquad (9)$$

로 표시된다.

다음에 $P_i'(k)$를 전개하는데 基本이되는 論理式을 들면 다음과 같은데, 이 式들은 부울 代數式의 最簡型과는 相異한 점이 있음에 유의해야 한다.

(1) $(x_1x_2x_3\cdots\cdots x_m)' = x_1' + x_1x_2' + x_1x_2x_3' + \cdots$
$\cdots\cdots + x_1x_2x\cdots\cdots x_{m-1}\ x_m'$

(2) $x_1'(x_1x_2x_3\cdots\cdots x_m)' = x_1'$

(3) $(x_1x_m\cdots\cdots x_n)'(x_1x_p\cdots\cdots x_q)'\ (x_1x_r\cdots\cdots x_s)'$
$= x_1' + x_1(x_m\cdots\cdots x_n)'\ (x_p\cdots\cdots x_q)'\ (x_r\cdots\cdots x_s$

4. 앨고리즘

앞에서의 설명에 따라 通信 回路網의 端子間 信賴度를 계정하기 위한 앨고리즘을 세우면 다음과 같다.

(1) 直並列 減縮法에 따라 一般的 그래프를 非直並列 그래프로 減縮한다.

(2) 두 端子間의 모든 單純通路를 求한다(6節참조) 그리고 枝路數가 적은 것 부터 $P_1, P_2, \cdots\cdots P_m$이라고 한다.

(3) 3節의 (7)式에 의하여 P_k로 부터 X_k를 각각 求한다.

(4) 이들 X_k에 3節의 論理代數公式을 적용하여 정리한다.

(5) 3節(4)式에 의하여 R을 계산한다.

5. 信賴度計算例

前 節의 앨고리즘에 따라 실지로 端子間 信賴度 를

계산해 본다.

(1) 直並列 減縮法에 의하여 정리하여 그림 1과 같은 非直並列 그래프를 얻었다고 한다. 여기서 接合點 1과 3, 接合點 2와 4사이의 枝路는 兩方向性이라고 생각한다.

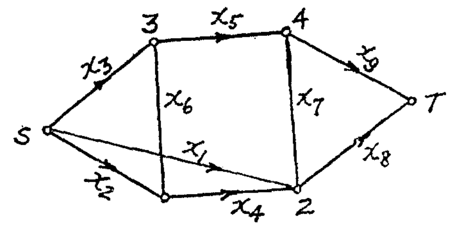

그림 1. 通信 回路網을 나타내는 確率的 그래프

Fig.1. A Probabilistic graph of communication network.

(2) S端子로부터 T端子에 이르는 모든 單純通路를 求하고, 이들을 枝路數가 적은 順序로 나열하면 다음과 같다.

$P_1=x_1x_8$

$P_2=x_1x_7x_9$

$P_3=x_3x_5x_9$

$P_4=x_2x_4x_8$

$P_5=x_2x_4x_7x_9$

$P_6=x_2x_6x_5x_9$

$P_7=x_3x_5x_7x_8$

$P_8=x_3x_6x_4x_8$

$P_9=x_2x_6x_5x_7x_8$

$P_{10}=x_3x_6x_4x_7x_9$

(3), (4) X_1에서 X_{10}까지를 求하면 다음과 같다.

$X_1=x_1x_8$

$X_2=x_1x_7x_9x_8'$

$X_3=x_3x_5x_9(x_1x_8)'(x_1x_7)'=x_3x_5x_9(x_1'+x_1x_7'x_8')$

$X_4=x_2x_4x_8x_1'(x_1x_7x_9)'\ (x_3x_5x_9)'$

$\quad =x_2x_4x_8x_1'(x_3'+x_3x_5'+x_3x_5x_9')$

$X_5=x_2x_4x_7x_9(x_1x_8)'x_1'\ (x_3x_5)'x_8'$

$\quad =x_2x_4x_7x_9x_1'x_8'(x_3'+x_3x_5')$

$X_6=x_2x_6x_5x_9(x_1x_8)'\ (x_1x_7)'x_3'(x_4x_8)'(x_4x_7)'$

$\quad =x_2x_6x_5x_9x_3'(x_1'+x_1x_7'x_8')(x_4'+x_4x_7'x_8')$

$X_7=x_3x_5x_7x_8x_1'(x_1x_9)'x_9'(x_2x_4)'(x_2x_4x_9)'$

$\quad (x_2x_6x_9)'$

$\quad =x_3x_5x_7x_8x_1'x_9'(x_2'+x_2x_4')$

$X_8=x_3x_6x_4x_8x_1'(x_1x_7x_9)'(x_5x_9)'x_2'(x_2x_7x_9)'$

$\quad (x_2x_5x_9)'(x_5x_7)'$

$\quad =x_3x_6x_4x_8x_1'x_2'(x_5'+x_5x_7'x_9')$

$X_9=x_2x_6x_5x_7x_8x_1'(x_1x_9)'(x_3x_9)'x_4'(x_4x_9)'x_9'x_3'$

$\quad (x_3x_4)'$

$\quad =x_2x_6x_5x_7x_8x_1'x_3'x_4'x_9'$

$X_{10}=x_3x_6x_4x_7x_9(x_1x_8)'x_1'x_5'(x_2x_8)'x_2'(x_2x_5)'$

$\quad (x_5x_8)'x_8'(x_2x_5x_8)'$

$\quad =x_3x_6x_4x_7x_9x_1'x_2'x_5'x_8'$

(5) $R=p_1p_8+p_1p_7p_9q_8+p_3p_5p_9(q_1+p_1p_7p_8)+p_2p_4p_8q_1$

$\quad (q_3+p_3q_5+p_3p_5q_9)+p_2p_4p_7p_9q_1q_8(q_3+p_3q_5)$

$\quad +p_2p_6p_5p_9q_3(q_1+p_1q_7q_8)(q_4+p_4q_7q_8)$

$\quad +p_3p_5p_7p_8q_1q_9(q_2+p_2q_4)+p_3p_6p_4p_8q_1q_2$

$\quad (q_5+p_5q_7q_9)+p_2p_6p_5p_7p_8q_1q_3q_4q_9$

$\quad +p_3p_6p_4p_7p_9q_1q_2q_5q_8$

지금 $p_1=p_2=p_3=p_4=p_5=p_6=p_7=p_8=p_9=0.8$이라고 하면 $R=0.837183406$이 된다.

6. 電子計算機에 의한 單純通路 決定

通信回路網을 確率的 그래프로 표현 할 때 두 端子

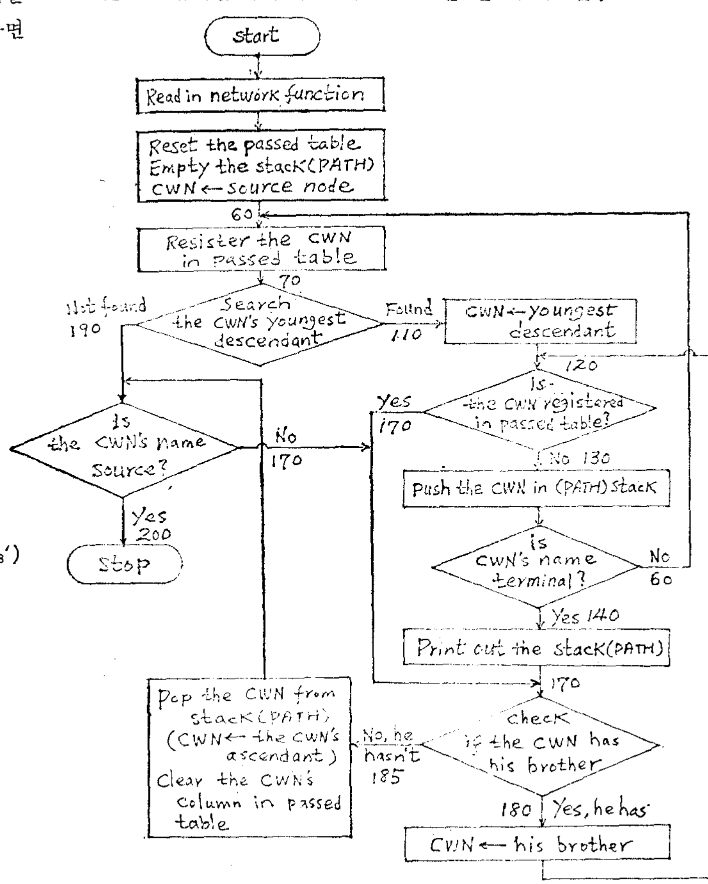

그림 2. 單純通路를 찾기 위한 電子計算機 프로그램의 flow chart.

Fig.2. The flow chart of a computer program for finding all simple paths.

node, #는 delimeter
間의 모든 單純通路를 결정하는 것은 그래프가 간단할 때는 별로 문제될 것이 없지만, 그래프가 방대하고 복잡할 때는 視察에 의할 수는 없고 電子計算機를 이용해야만 한다. 本 節에서는 電子計算機에 의하여 非直並列그래프의 單純通路를 결정하는 節次에 대해서 論한다.

FORTRAN Ⅳ를 사용한 電子計算機 프로그램의 flow chart는 그림 2와 같으며, 여기에 사용된 用語의 뜻은 다음과 같다.

Network의 定義 : 그래프에 포함되는 모든 枝路를 표시하는 것으로서 다음과 같은 형태를 취한다.

$I_aF_{a1}F_{a2}\cdots\cdots\#I_bF_{b1}F_{b2}\cdots\#I_cF_{c1}F_{c2}\cdots\#\cdots\#$ END

단, I_a는 ource node, $I_p(p=a,b,c,\cdots\cdots)$는 intial node, $F_{pq}(p=a,b,c,\cdots\cdots q=1,2,3,\cdots\cdots)$는 final

Passed Table: 그래프의 전체 接合點의 수효만큼의 欄을 확보하고 있는 表로서, source node로부터 시작하여 terminal node까지의 通路를 추적해 나가는 과정에서 다시 한번 거쳐간 接合點에 해당하는 欄은 1로 표시하고, 그렇지 않은 경우에는 0으로 표시한다.

Stack (PATH): First in last out로서 source node로부터 현재 작업을 진행중인 接合點(CWN)까지의 接合點 명칭을 알 수 있도록 데이타가 저장된다.

Current Working Node (CWN): Terminal node로 갈 수 있는 通路를 현재 모색중인 接合點(현재 작업중인 接合點).

그리고 이 프로그램은 接合點數가 1,000까지의 그래프에 적용할 수 있는데 그림 3의 그래프에 적용한 결과를 표시하면 附錄과 같다.

8. 結 論

本 論文에서는 通信 回路網의 端子間 信賴度를 計定하는데 있어서 보통의 부울 代數 公式과는 약간 다른 論理 代數式을 도입함으로써 記號的으로 또한 機械的으로 처리할 수 있는 節次를 제시하였다. 本 論文의 方法은 상당한 규모의 그래프에 대해서도 手動 計算에 의하여 足히 처리 할 수 있음을 보여 주었다. 또 지금까지 발표 된 記號的 處理方法과 비교할 때, 보다 직접적임을 알 수 있다.

방대한 回路網에 있어서는 端子間의 모든 單純通路를 결정하는 문제는 視察에 依存 할 수는 없고 電子計算機處理를 해야 하는데, 本 論文에서는 이에 대한 앨고리즘도 아울러 개발하였으며 接合點數가 1,000이하까지의 일반적 그래프에 적용 가능하다.

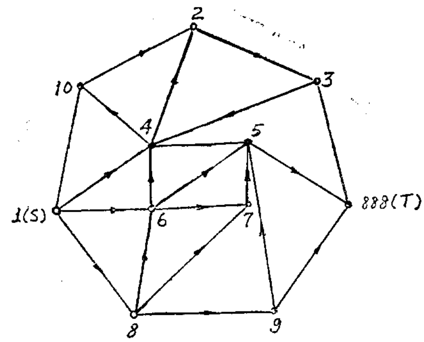

그림 3. 一般的 確率그래프
Fig. 3. A general probabilistic graph.

謝 意

이 研究는 峨山社會福祉事業財團 1977年度 研究開發費의 支給을 받아 이루어진 것을 밝히고 謝意를 表하는 바 이다.

參 考 文 獻

1. R.M. Lin, B.J. Leon, T.C. Huang, "A new algorithm for symbolic system reliability analysis", IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-25, pp.2～14, April 1976.
2. K.K. Aggarwal, K.B. Misra, J.S. Misra, J.S Gupter, "A fast algorithm for reliability evaluation", IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-24, pp.83～85, April 1975.
3. D.B. Brown, "A computerized algorithm for determing the reliability of redundant configurations", IEEE Trans on Reliability, Vol. R-20, pp.121～124, March 1971.
4. E. Hansler, G.K. McAulife, R.S. Wilkov, "Exact calculation of computer network reliability", Networks, Vol.4, pp.95～112, 1974.
5. H. Hakazawa, "A decomposition method for computing system reliability by Boolean expression", IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-26, pp.250～252, Oct. 1977.
6. L. Fratta, U.G. Montanari, "A Boolean algebra method for computing the termina reliability in communication network" IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-20, pp.203～211, May 1973.

附　　錄

```
      INTEGER NWK(5000),PASED(1000),PATH(1000),CWN,POINT,PRIN(1000)
      WRITE(5,1000)
 1000 FORMAT(1H ,////5X,'THE SOURCE   NODE IS   1'/
     /                 5X,'THE TERMINAL NODE IS 888'//
     /                 5X,'THE PATHS FROM SOURCE TO TERMINAL ARE'/
     /                 5X,'FOLLOWING',//)
      I=1
   10 READ(8,20) (NWK(N),N=I,I+19)
   20 FORMAT(20(1X,I3))
      IF(NWK(I)-999)30,40,30
   30 I=I+20
      GO TO 10
   40 CONTINUE
      DO 50 I=1,1000
      PASED(I)=0
   50 CONTINUE
      POINT=1
      CWN=1
      PATH(POINT)=CWN
   60 CONTINUE
      PASED(NWK(CWN)) = 1
      I=1
      GO TO  101
   70 IF(NWK(I)-999)80,190,80
   80 IF(NWK(I))90,100,90
   90 I=I+1
      GO TO 70
  100 I=I+1
  101 CONTINUE
      IF(NWK(I)-NWK(CWN))70,110,70
  110 CONTINUE
      I = I + 1
      CWN=I
      POINT=POINT+1
  120 CONTINUE
      IF(PASED(NWK(CWN)))170,130,170
  130 CONTINUE
      PATH(POINT)=CWN
      IF(NWK(CWN)-888)60,140,60
  140 CONTINUE
      DO 150 J=1,POINT
  150 PRIN(J)=NWK(PATH(J))
      WRITE(5,160)(PRIN (J) ,J=1,POINT)
  160 FORMAT(1H0,20(3X,I3))
  170 CONTINUE
      IF(NWK(CWN+1))180,185,180
  180 CONTINUE
      CWN=CWN+1
      GO TO 120
  185 CONTINUE
      POINT=POINT-1
      CWN=PATH(POINT)
      PASED(NWK(CWN))=0
  190 CONTINUE
      IF(NWK(CWN)-1)170,200,170
  200 STOP
      END
```

```
THE SOURCE [illegible]
THE TERMINAL [illegible]

THE PATHS [illegible] TERMINAL ARE
FOLLOWING
```