

PCM-FSK 通信의 雜音特性에 관한 研究

(A Study on the Noise Characteristics for the PCM-FSK Communication Systems)

愼 哲 宰* 金 容 得**
(Shin, Chull Chai, and Kim, Yong Deak)

要 約

本 論文에서는 繼續推周定 A/D 變換方法을 이용한 PCM 系列을 設計하고, 이를 周波數 變調하여 送受信할 때 最惡條件下에서 計算上의 雜音을 算出하였다.

또한 이것이 實 通信에 使用될 때의 개선 方法을 研究하였으며, 實驗을 통하여 測定한 結果 信號 對 雜音比가 27dB 이상이 됨을 확인 함으로써 매우 만족스러운 結果를 얻었다.

Abstract

The successive-approximation analog-to digital conversion has been used to design the FSK communication systems.

The mathematical noise is computed under the worst condition and the improved method of the FSK is suggested in the field of the real communication systems. The measured results show that the signal to noise ratio is more than 27dB, and it gives a good agreement with the mathematical analysis.

I. 序 論

通信 채널로 信號를 傳達하는 方法으로 現在의 無線 通信方式으로는 AM 또는 FM 으로 送信하는 아날로그 방식이 사용되어 왔으나 이는 장거리 通信인 경우 減衰가 많고 주위의 전기적 잡음(random electrical disturbance)에 의하여 無線信號에 追加되어 受信 信號는 添加된 雜音(back ground noise)때문에 구별하기가 어렵다. 따라서 雜音을 제거하고 無線信號를 增幅하기 쉬우며, 또한 각종 디지털 系統에 직접 이용되도록 二進數로 코드된 情報를 FM에 變調시킨 FSK 通信方式이 연구중이며, 本 實驗에서는 그림 1과 같이 아날로그 入力信號를 샘플링(flat top sampling)하고 이를 8비트 PCM으로 코드화하여 FM으로 變調시키는 FSK 通信方式을 設計하고, 이때의 雜音 特性을 解析한다.

II. FSK 系統의 設計

計數型 通信分野는 현대 우주통신에 주요한 역할을 하게 되었으며, 특히 PCM 通信은 여러 다른 방법에서 보다 좋은 장점을 갖고 있지만 가장 큰 장점은 電力이 적게 들고, 약하게 受信된 信號의 信號 對 雜音比(SN ratio)가 증가한다는 것이다.

本 論文에서 設計한 PCM 系統의 構成은 그림 2와 같은 병렬피드백(parallel feedback)을 갖고 있는 繼續推定 A/D 變換方法을 이용하였다.

動作 原理는 샘플펄스에 의하여 作動이 시작되면 off 狀態에 있던 D/A 스위치는 MSB 만을 제외하고 모두 "1"로 Set 되어 진다. 이것은 MSB의 아날로그에 相當하는 量이 比較器에 適用된 것과 같으며, 이와 동시에 클럭 펄스가 加해져도 作動할 수 있는 狀態로 된다.

첫 클럭 펄스가 加해지면 比較器는 MSB에 相當하는 量과 샘플된 入力信號를 比較하여 이 入力電壓이 量보다 낮다면 MSB는 클럭 펄스의 first leading edge에서 스위치 off되며 아날로그 入力電壓이 MSB보다 높다면 레지스터에 論理 "1"이 되어진다. MSB의 狀

* **正會員, 亞洲工大 電子工學科

(Dept. of Electronic Eng., Ajou Institute of Technology)

接受日字: 1978年 2月 10日

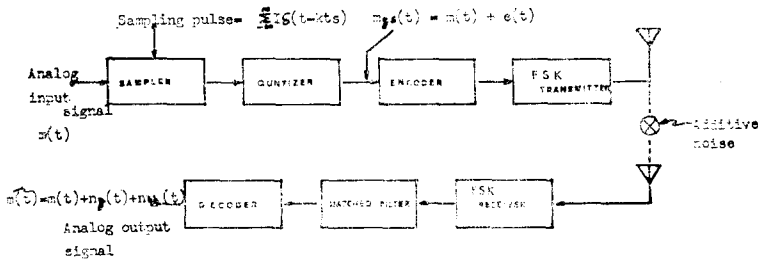


그림 1. FSK 통신계통
Fig. 1. An FSK communication system.

態가 決定되기 전에 클럭 펄스는 두번째 비트의 sum이 다시 入力電壓과 比較되어 다음 펄스가 도착될때 比較器의 狀態는 레지스터에 論理 "1" 또는 "0"의 값을 기록하게 된다. 이와같은 方法으로 LSB 까지 끝나면 回路는 禁止狀態로 되고 다음 샘플링을 취하면 같은 方法이 反復된다.

이러한 PCM 發生器에서 나온 情報는 shift register

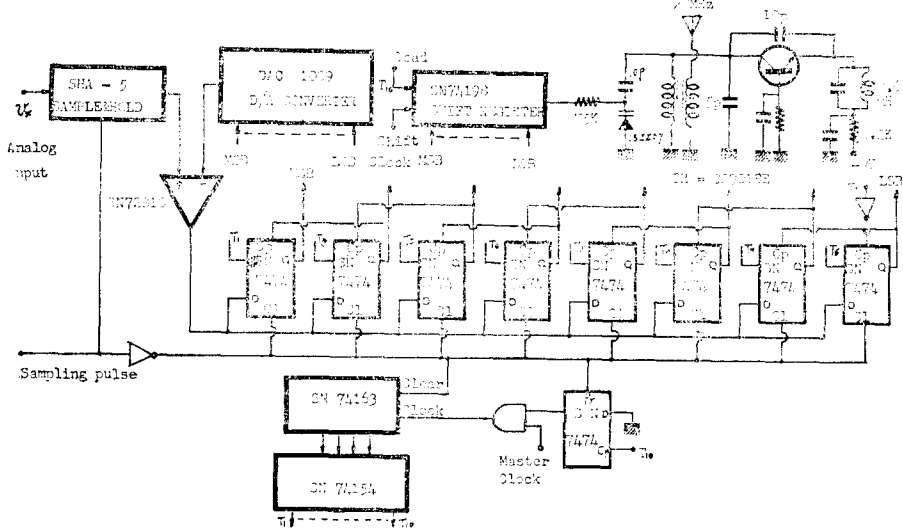


그림 2. PCM 발생기와 FSK 송신기
Fig. 2. PCM generator and FSK transmitter.

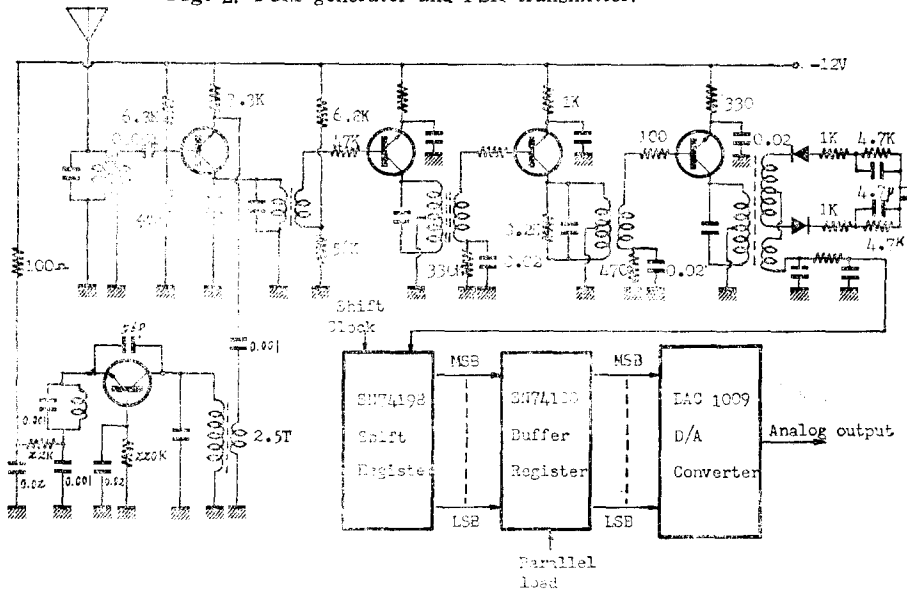


그림 3. FSK 수신기
Fig. 3. FSK receiver.

에 기억된 후 그림 2의 FSK 送信器를 통하여 傳播 된다.

FSK 수신기로는 27 MHz 에 動作되는 일반 FM 受信器를 사용하였고, 저역 여파기로서 附隨 雜音(white noise)量을 어느 정도 制御하도록 設計하였다.

III. FSK 의 雜音 解析

1) PCM 信號의 雜音 解析

그림 1에서의 샘플링 펄스는 크기가 일정한(1) 連續된 임펄스 波形이므로 數學的으로 表示하면 (1)式과 같다.

$$s(t) = I \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad (1)$$

그러므로 샘플링후의 入力信號는 (2)式이 되고

$$m_s(t) = m(t) I \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad (2)$$

양자화기(quantizer)를 지나면 量子化 誤差를 포함하게 되므로 m_{qs} 는 (3)式으로 表示된다.

$$m_{qs}(t) = [m(t) + e(t)] \cdot I \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad (3)$$

여기서 $e(t)$ 는 양자화에서 발생하는 誤差 電壓이다.(그림 4참조)

通信 系統에서는 雜音의 量을 計算하는 것보다는 信號 對 雜音化(SNR)를 計算하는 것이 매우 편리하므로 먼저 入力 信號에 대한 出力信號를 計算해 보자.

샘플된 信號의 임펄스의 크기는 I 이고 주기가 T_s 이므로 (2)式에서 DC 成分은 I/T_s 이고, 따라서 PCM 出力信號 $m_o(t)$ 는 (4)式이 된다.

$$m_o(t) = m(t) \cdot I/T_s \quad (4)$$

따라서 (4)式의 기대값(ensemble average)은 (5)式과 같다.

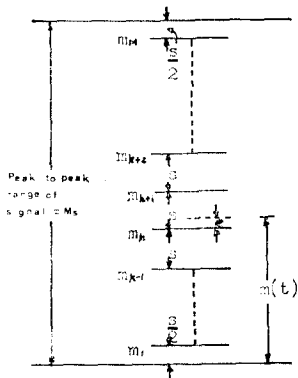


그림 4. M 단계 양자화에서의 양자화 단계
Fig. 4. Quantization levels in M-level quantizer.

$$\overline{m_o^2(t)} = I^2/T_s^2 \overline{m^2(t)} \quad (5)$$

그림 4에 段의 크기(step size)가 S 이고, M 개의 量子化레벨(quantization level)을 보여 주므로 M 과 S 의 항으로 入力信號의 정규화전력(normalized power)을 計算해 보자.

지금 $m(t)$ 의 瞬時値는 이 範圍內的 어느 곳엔가 있어야 하므로 瞬時値에 대한 確率密度 $f(m)$ 은 均일하게 분포되었다고 가정하면 (6)式으로 주어진다.

$$f(m) = \frac{1}{MS} \quad (6)$$

$m(t)$ 의 平均値로 中央을 擇하면 $m(t)$ 의 分散(variance), 즉 정규화전력 $\overline{m^2(t)}$ 는 (7)式과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{m^2(t)} &= \int_{-MS/2}^{MS/2} m^2 f(m) dm = \int_{-MS/2}^{MS/2} \frac{m^2}{MS} dm \\ &= \frac{M^2 S^2}{12} \end{aligned} \quad (7)$$

따라서 PCM 出力 S_o 는 (8)式이 된다.

$$S_o = \overline{m_o^2(t)} = I^2/T_s^2 \cdot \frac{M^2 S^2}{12} \quad (8)$$

(3)式에서 量子化 誤差電壓은 (9)式이 되고

$$e_s = e(t) I \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad (9)$$

이 delta 함수는 $t = kT_s$ 인 경우를 제외하고는 모두 0이 되기 때문에 (10)式으로 表示 할 수 있다.

$$e_s(t) = I \sum_{-\infty}^{\infty} e(kT_s) \delta(t - kT_s) \quad (10)$$

(10)式은 T_s 週期마다 發生되는 (11)式과 같은 임펄스 面積인 連續波形이 되며,

$$A = e(kT_s) I \quad (11)$$

이런 波形의 電力 스펙트럼 밀도(power spectral density)는 (12)式으로 주어진다.(Ref. 1의 pp. 26 참고)

$$G_{e_s}(f) = \frac{1}{T_s} \left| \int_{-\infty}^{\infty} p(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 \quad (12)$$

여기서 $p(t)$ 는 임펄스 面積이므로 (11)式을 代入하면 (13)式이 된다.

$$\begin{aligned} G_{e_s}(f) &= \frac{1}{T_s} \left| \int_{-\infty}^{\infty} e(kT_s) \cdot I \cdot \delta(t - kT_s) \cdot e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 \\ &= \frac{I^2}{T_s} \left| e(kT_s) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 \\ &= \frac{I^2}{T_s} \frac{e^2(kT_s)}{e^2(kT_s)} \end{aligned} \quad (13)$$

또한 그림 4에서의 平均 量子化 雜音은(Ref. 2의 pp. 635참고, 均一하게 分布된 定常信號인 경우)

$$\overline{e^2(t)} = \frac{S^2}{e^2(kT_s)} = \frac{S^2}{12} \quad (14)$$

이므로 (13)式에 代入하면

$$G_{ns}(f) = \frac{I^2}{T_s} \cdot \frac{S^2}{12} \quad (15)$$

이다. 따라서 量子化 雜音 N_q 는 다음과 같다.

$$N_q = \int_{-f_m}^{f_m} G_{ns}(f) df = I^2/T_s \cdot S^2/12 \cdot 2f_m$$

$$= \frac{I^2}{T_s^2} \cdot \frac{S^2}{12} \quad (16)$$

여기서 샘플링 주파수 f_s 는 最大 信號 周波數 f_m 의 2배인 Nyquist rate로 擇하므로 $T_s = 1/2f_m$ 이 된다.

2) FSK 信號의 雜音 解析

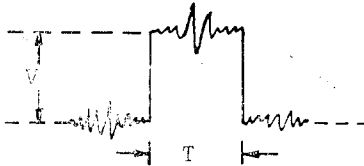


그림 5. 잡음파형
Fig. 5. A noise waveform.

PCM으로 code된 二進信號가 FSK 送受信 채널을 지나는 동안 附隨 雜音(additive white noise)를 갖게 되며 그림 5와 같은 1 또는 0에 대한 雜音波형이 添加된다. 이러한 附隨雜音은 $0 \sim 10^3$ Hz의 全 範圍에 걸쳐 일정한 電力 스펙트럼 密度 $G_n(f) = \frac{\eta}{2}$ (η = 상수)을 갖으므로 RC 저역여파기(그림 3참고)를 지난 후의 부수잡음을 計算하면 다음과 같다.

먼저 3dB 차단주파수 f_c 인 RC 여파기의 傳達函數는

$$H(f) = \frac{1}{1 + jf/f_c} \quad (17)$$

이며 이 filter의 出力 雜音의 電力 스펙트럼 密度를 구하면 다음과 같다.

$$G_{no}(f) = G_n(f) |H(f)|^2 = \frac{\eta}{2} \cdot \frac{1}{1 + (f/f_c)^2} \quad (18)$$

따라서 여파기 出力에서 잡음전력 N_o 는 (19)식과 같다.

$$N_o = \int_{-\infty}^{\infty} G_{no}(f) df = \frac{\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{1 + (f/f_c)^2} = \frac{\pi}{2} \eta f_c \quad (19)$$

다음에는 二進數로 코드된 PCM 信號에 附隨雜音이 포함되어 FSK로 送受信된 경우의 비트오차확률(bit error probability)을 구하여 보자.

附隨雜音 $n(t)$ 는 Gaussian 分布를 갖고 있으므로 $m(t)$ 의 雜音密度는 다음식으로 表示된다.

$$f[n(t)] = \frac{e^{-n^2(t)/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi} \sigma} \quad (20)$$

여기서 σ^2 은 雜音의 정규화전력이며, N_o 와 같고 1을 0으로, 또 0을 1로 잘못 解析할 確率は $|n(t)| \geq$

$\frac{V}{2}$ 일때 이므로 이때의 bit 誤差確率は 다음과 같다.

$$P_e = \int_{V/2}^{\infty} f[n(t)] dn(t) = \int_{V/2}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi} \sigma} dn \quad (21)$$

$X = n(t) / \sqrt{2} \sigma$ 로 치환 정리하면

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{V/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\frac{V}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\frac{V^2}{2^2} \cdot \frac{1}{2\sigma^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \text{erfc} \left[\frac{V^2}{4} \cdot \frac{1}{\pi \eta f_c} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

이다.

P_e 는 비트오차가 발생할 確率이며 PCM인 경우 word (N 개의 bit로 구성)로 코드化(本 實驗에서는 8 bits)되므로 PCM에서의 平均誤差 電壓은 각 bit의 weight에 따라 다르며 均일한비트오차(uniform bit error)라고 가정하면 다음 식으로 考慮할 수 있다.

$$\overline{m_e^2} = \frac{1}{N} [s^2 + (2s)^2 + (4s)^2 + \dots + (2^{N-1} \cdot s)^2]$$

$$= \frac{2^{2N} - 1}{3N} S^2 \quad (23)$$

여기서 S 는 PCM으로 量子化 할때의 기본 step이다. 그러므로 PCM의 임의의 bit에서 誤差가 發生되는 경우의 임펄스 平均面積은 I_{ms} 가 된다. 또한 Word가 코드된 PCM 信號에 誤差가 發生되는 주기 (T)를 구하면 다음과 같다.

$$T = T_s / N p_e \quad (24)$$

여기서 N 은 word로 코드된 bit의 수이다.

다음에는 임펄스파형(impulse train)의 附隨雜音 誤差에 대한 스펙트럼 密度를 구하여 보자.

임펄스의 平均面積이 I_{ms} 이므로 (12)식에 代入하면

$$G_{ih}(f) = \frac{1}{T} \left| \int_{-\infty}^{\infty} I_{ms} \delta(t - kT_s) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2$$

$$= \frac{1}{T} \cdot I^2 \frac{1}{m_s^2} = \frac{N p_e I^2}{T_s} \cdot \frac{2^{2N} - 1}{3N} S^2 \quad (25)$$

이 되고 따라서 附隨雜音 誤差에 대한 出力은 다음과 같다.

$$N_{ih} = \int_{-f_m}^{f_m} G_{ih}(f) df = \frac{(2^{2N} - 1) \cdot S^2 \cdot P_e \cdot I^2}{3T_s^2} \quad (26)$$

IV. 實驗에 의한 雜音 測定

1) 計算에 의한 雜音 指數

本 實驗에 사용한 資料는 $f_m = 1.25$ KHz, $f_s = 5$ HHZ, master clock = 40 KHz, $M = 256$ step, $S = 19.39$ mv 이므로

$$S_0 = I^2 / T_s^2 \cdot \frac{M^2 S^2}{12} = 2,585 [W]$$

$$N_q = P^2 / T_s^2 \cdot \frac{S^2}{12} = 1.958 \times 10^{-4} [W]$$

또한 附隨 雜音은 全 周波數에 信號電力의 $\frac{1}{4}$ 이하로 되도록 設計, 調整하였으므로 $nf_c = \frac{1}{4} S_0$ 가 된다.

따라서

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{V^2}{4} \times \frac{4}{\pi S_0} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} (2.2169) = 0.93 \times 10^{-3}$$

$$N_{th} = \frac{(2^N - 1) \cdot S^2 \cdot R_e \cdot I^2}{3T_s^2} = 4.76 \times 10^{-3} [W]$$

全 雜音 $N_T = N_q + N_{th} = 4.955 \times 10^{-3} [W]$ 이므로 SN 比는 $S/N = 10 \log(S_0/N_T) = 27.17 [dB]$ 이다.

2) 實驗에 의한 雜音 指數

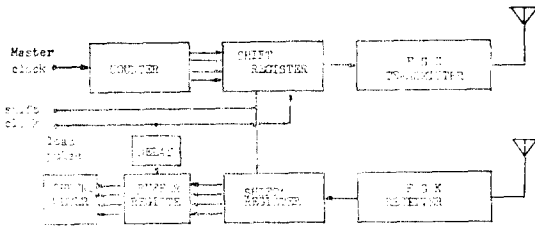


그림 6. Bit error 를 측정하기 위한 계통도
Fig. 6. A block diagram to measure the bit error.

그림 6 과 같이 배열하여 bit error 를 測定한 平均 値는 $P_e = 1.62 \times 10^{-3}$ 이었으며 本 實驗에 사용된 實驗 機器는 다음과 같다.

- a) power supply; philps 社의 PE 1510
- b) pulse generator; Hewlett packard 社의 3310 A
- c) oscilloscope; phips 社의 PM 3233
- d) digital voltmeter; Schlumberger 社의 VM 1613
- e) chronometer; Schlumberger 社의 FM 2502

표 1.
Table 1.

input signal (Volts)	output signal (Volts)	S/N ratio(dB)
0.1	0.36	8.299
0.5	0.43	17.07
1.0	0.96	27.9
1.5	1.54	31.48
2.0	2.05	32.04
2.5	2.53	38.40
3.0	3.07	32.64
3.5	3.58	32.819
4.0	4.12	30.457
4.5	4.61	32.236
4.9	4.99	34.719

f) spectrum analyzer; Audeola 社의 MOD 280 B 위의 機器를 사진 1 과 같이 배열하여 표 1 의 測定 値를 얻었고 사진 3 에는 등가된 아날로그 出力을 보여 준다.

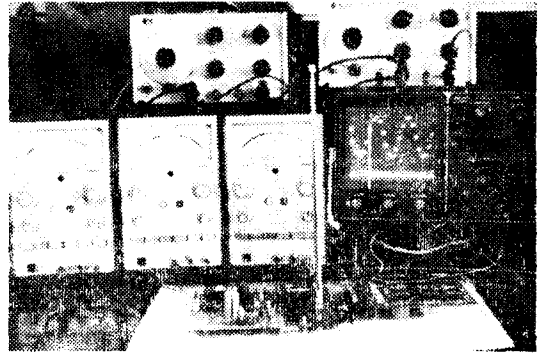


사진 1. 실험전경
photo. 1. The sight for the experiment.

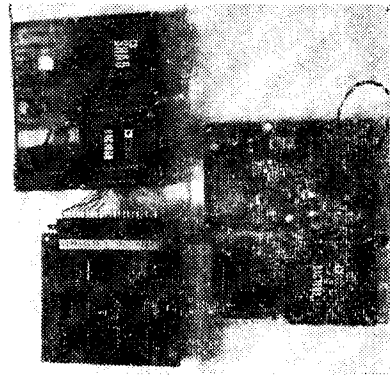


사진 2. 기관소자
photo. 2. IC boards.

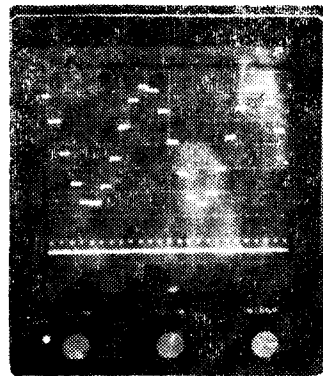


사진 3. 출력신호
photo. 3. Output signal.

V. 結 論

FSK 通信方法에 따른 雜音을 解析한 結果 信號 對 雜音比가 最惡狀態下에서 27.17 dB 가 됨을 확인하였다. 일반적 通信 系統에서 SN 比가 20 dB 이상인 경우 이는 매우 양호하게 취급되는 것으로, 本 實驗의 結果는 대체로 만족스럽지만 測定値에서 고려할때 0 Volt 와 0.5 Volt 에서는 17.07 dB 이하의 낮은 값이 되었다. 그러나 이는 콤팩터(compander)를 PCM 變換 앞단에 이용하면 개량될 수 있으며 또 FSK 送受信器를 개선하면 부수잡음도 감소시킬 수 있고, 따라서 비트 오차도 감소되므로 큰 문제는 못된다.

또한 計算値에서는 사용된 素子の 誤差를 고려치 않았으나 이는 샘플링 펄스를 낮은 주파수(20 Hz 이하)에서 사용될 때는 비교적 만족한 結果를 얻었으며 높은 주파수에서도 보다 安定度가 높은 素子로 대체하면 좋은 結果가 얻어 지리라고 생각한다.

參 考 文 獻

1. Taub and Schilling, "Principles of communication systems" McGraw-Hill co., 1971.
2. P.F. Panter, "Modulation, noise and spectral analysis." McGraw-Hill co., 1965.
3. M.D. Paez and T.H. Glisson, "Minimum mean squared-error quantization in speech, PCM systems." IEEE Trans. Commun., Vol. COM-20, pp. 225-230, April, 1972.
4. K.Y. Chang and R. W. Donaldson, "Analysis, optimization, and sensitivity study of PCM systems." IEEE Trans. Commun., vol. COM 20, pp. 338-350, June, 1972.
5. E. D. Sunde, "Ideal binary pulse transmission by AM and FM." The Bell system technical journal, pp. 1357-1427, November 1959.
6. J.E. Mazo and J. Salz, "Theory of error rates for digital FM." The bell system technical journal, pp. 1511~1535, November 1966.
7. J.R. Edwards, "A comparison of modulation schemes for binary data transmission." The radio and electronic engineer, vol. 43, pp. 562~568 September '73
8. B. H. Pardve, "Theoretical and practical investigation of error rates for digital FM." The radio and electronic engineer, vol. 46, pp. 549~552, Nov. 1976.
9. R.C. French, "Error performance of PSK and FSK subcarrier data demodulators." The radio and electronic engineer, vol. 46, pp. 543~548, Nov., 1976.
10. A. P. Clark and J.D. Harvey, "Detection processes for distorted binary signals." The radio and electronic engineer, vol. 46, pp. 533~542, Nov. 1976.
11. R. Thompson and D.R. Clouting, "Digital angle modulation for data transmission." Systems technology, No. 19, pp. 14~18, September, 1974.