大韓機械學會誌 第18卷 第2號 pp. 118～121, 1978

<講　座>

油壓 밸브 內의 流動力과 對策(Ⅱ)

Axial Flow Force and its Countermeasures in Hydraulic Valves(Ⅱ)

李　　正　　五*

Chung-Oh Lee

지난번 講座에서는 油壓밸브의 스푸울에 作用하는 반경방향의 流動力(lateral flow force)에 대해서 그 원인과 대책을 소개하였다(대한기계학회지 vol. 2, No. 1). 여기서는 스푸울에 작용하는 軸方向의 流動力(axial flow force)을 記述하는 方法과 이에 대한 補償方法(method of compensation)을 소개한다. 軸方向의 流動力은 流體의 운동방정식을 積分型으로 고쳐 쓴, 소위 운동량 理論을 적용하므로써 그 表現을 容易하게 얻을 수 있다. 그러므로 먼저 流動力의 解析에 適用될 수 있는 운동량 이론을 소개하고, 스푸울의 형상이 비교적 간단한 경우에 대해서 流動力을 計算하고, 그 補償方法을 논의한다.

1. 運動量 理論

流體의 密度(ρ)와 粘性係數(μ)가 일정할 때의 운동방정식은 잘 알려져 있는 바와 같이, Cartesian 좌표계에서 각 성분에 대해서 쓰면

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)u=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\nabla^2 u \tag{1}$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)v=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\nabla^2 v \tag{2}$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)w=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\nabla^2 w \tag{3}$$

여기서, $\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$,

그리고 u,v,w는 각각 x,y,z 성분의 속도, p는 압력, t는 시간을 나타낸다. 위의 식은 外力(external body force)을 고려하지 않은 운동방정식이다.

연속방정식은

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{4}$$

운동방정식의 右邊은 유체의 단위체적에 작용하는 압력과 점성에 의한 힘을 나타내고 左邊의 괄호는 加速度를 나타낸다. 이제 편의상 x方向의 운동방정식만을 고려하여 이론을 전개하기로 하자.

그림 1과 같이 흐르는 流體 내부에 하나의 制禦體積(control volume)을 생각한다. 제어부피(V)를 둘러싸고 있는 面(S)은 實際의 경계면 또는 假想的인 경계면일 수 있다.

운동방정식(1)을 그림 1의 제어체적에 대해서 체적적분을 하는 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$\iiint_V\left(-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\nabla^2 u\right)dV=Fx' \tag{5}$$

이 식에서 Fx'은 제어부피(V) 內의 유체에 작동하는 x방향의 힘이다. Stokes 및 Gauss의 이론을 써서 위의 체적적분을 面積分으로 고쳐 쓰면 다음과 같이 된다.

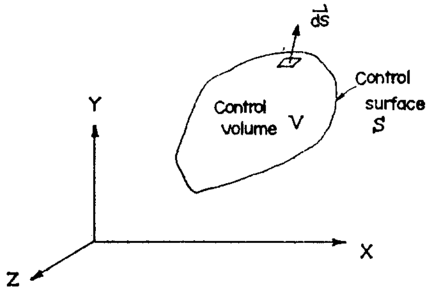


Fig. 1. Control volume and Control Surface

* 正會員, 韓國科學院 機械工學科

$$F_x'=\iint_S p_x dS+\iint_S \tau_x dS \tag{6}$$

또는,

$$F_x'=\iint_S p_x dS+R_x \tag{7}$$

위의 식에서 p_x는 제어面에 분포되어 있는 既知의 압력의 x 成分이고 R_x는 x 방향의 粘性應力(τ_x) 및 未知의 압력에 의한 總合力을 나타낸다.

운동방정식(1)의 左邊을 연속방정식(4)를 고려하여 다시 쓰고 Gauss의 정리를 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&\rho\iiint_V\left\{\frac{\partial}{\partial x}(u^2)+\frac{\partial}{\partial y}(uv)+\frac{\partial}{\partial z}(uw)\right\}dV\\
&+\rho\iiint_V\frac{\partial u}{\partial t}dV=\rho\iiint_V \mathrm{div}(u^2\vec{i}+uv\vec{j}+uw\vec{k})\,dV\\
&=\rho\iint_S u\vec{v}\cdot d\vec{S}+\rho\iiint_V\frac{\partial u}{\partial t}dV\\
&=F_x'
\end{aligned}\tag{8}$$

위의 식에서 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$는 각 x, y 및 z 방향의 단위벡타, $\vec{v}$는 속도벡타, $d\vec{S}$는 外向法線方向의 面積素벡타이다. 식(8)의 둘째항은 非定常狀態의 운동량 변화를 나타내는 것으로, 아래와 같이 고쳐쓰면 가끔 應用에 편리하다. 먼저 다음과 같은 積分을 생각하자.

$$\begin{aligned}
&\rho\iint_S x\frac{\partial}{\partial t}(\vec{v}\cdot d\vec{S})=\rho\iiint_V \mathrm{div}\left(x\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}\right)dV\\
&=\rho\iiint_V x\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{div}\,\vec{v})\,dV+\rho\iiint_V\frac{\partial u}{\partial t}dV\\
&=\rho\iiint_V\frac{\partial u}{\partial t}dV
\end{aligned}$$

그러므로 운동방정식(1)을 제어체적(V)에 대해서 적분한 결과는, 결국 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
R_x=-\Big[&\iint_S P_x dS-\iint_S u(\rho\vec{v},\, d\vec{S})\\
&-\iint_S x\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{v},\cdot d\vec{S})\Big]
\end{aligned}\tag{9}$$

방정식(9)의 R_x는 제어면(control surface)에 의해서 제어체적 內의 유체에 작용하는 x 방향의 힘이다. 따라서 유체로 부터 제어面에 작용하는 힘(F_x)은 作用, 反作用의 법칙에 의해서

$$F_x=-R_x \tag{10}$$

결국, 운동량이론은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
F_x=&\iint_S P_x dS-\iint_S u(\rho\vec{v}\cdot d\vec{S})\\
&-\iint_S x\cdot\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{v}\cdot d\vec{S})
\end{aligned}\tag{11}$$

2. 스푸울에 작용하는 軸方向의 힘

그림 2는 밸브內의 流體流動을 대략 스켓치한 것이다. 高壓(P_1)의 流體가 u_1의 속도로 쳄바(chamber)에 들어와서 u_2의 속도로 오리피스를 통해서 低壓側(low pressure port: P_2)으로 나가는 경우이다. 이 때, 그림에 보인 바와 같은 제어체적(點線)을 생각하고 방정식(11)을 응용한다.

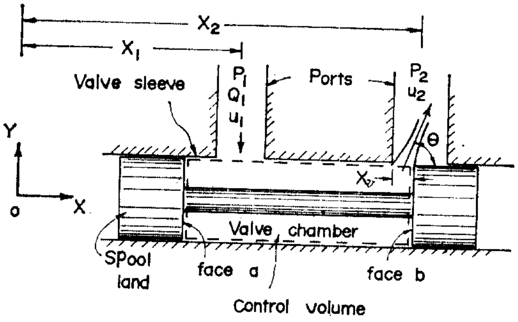


Fig. 2. A spool valve and flow leaving a valve chamber.

쳄버(chamber)의 입구 및 출구에서의 압력 P_1과 P_2는 x 方向의 힘에 기여하지 않으므로 운동량이론 식(11)을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
F_x&=-\left[\rho u_{2x}Q+\left(-\rho x_1\frac{dQ}{dt}\right)+\rho x_2\frac{dQ}{dt}\right]\\
&=-\rho v_2 Q\cos\theta-\rho(x_2-x_1)\frac{dQ}{dt}
\end{aligned}\tag{12}$$

이 식에서 v_{2x}는 v_2의 x 成分, θ는 제트(jet)의 분출각도(그림 2 참조), Q는 단위시간당 흐르는 유체의 체적이고, x_1과 x_2는 좌표의 원점으로 부터 각 port 까지의 거리이다. 오리피스 부근의 흐름은 분출하는 젯트로 생각되므로 문제를 간단화시키기 위해서 점성을 고려하지 않은 完全流體의 非回轉 흐름으로 假定한다. 실제로 대부분의 제어체적 內에서 흐름이 亂流이지만 오리피스의 바로 부근에서는 흐름이 收縮되어 속도가 크게 增加하고 渦流가 消滅되므로 이 假定은 成立한다. 그러므로 속도 u_2의 표현은, Bernoulli의 정리를 써서, ΔP를 오리피스 前後의 壓力差라고 하면

$$u_2=\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \tag{13}$$

오리피스 係數를 C_d라고 하면 流動率 Q는

$$Q=C_d W x_v\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \tag{14}$$

여기서 W는 스푸울의 원주길이이고 x_v는 오리피스의 開度(opening)이다. 이 표현을 식(12)에 代入하고 ΔP의 시간에 대한 변화를 무시하면 다음 식이 얻어진다.

$$F_x=-2C_d W\Delta P\cdot x_v\cos\theta$$

$$-\rho C_d W(x_2-x_1)\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}\ \frac{dx_v}{dt} \qquad (15)$$

또는,

$$F_x = -K_f x_v - B_f \frac{dx_v}{dt} \qquad (16)$$

여기서 K_f 및 B_f는 각각 定常호름 流動力의 스프링率(flow force spring rate) 및 過渡的 호름에 의한 감쇄계수라고 하고, 다음과 같이 정의되었다.

$$K_f \equiv 2C_d W\Delta P x_v \cos\theta \qquad (17)$$

$$B_f \equiv \rho C_d W L\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \qquad (18)$$

또 L은 감쇄길이로서

$$L \equiv x_2 - x_1 \qquad (19)$$

방정식(16)의 F_x는 流體의 흐름에 의해서 스푸울에 작용하는 流動力으로 생각될 수 있고, 이 힘은 스푸울을 닫는 방향(負의 x方向)으로 작용한다. 이 힘이 生기는 하나의 物理的인 설명은, 오리피스 부근(Face b)의 流體는 속도가 크므로 壓力이 Face a의 壓力보다 一般的으로 낮기 때문에 結果的으로 스푸울을 닫는 쪽으로 힘이 생길 수 있다. 방정식(16)의 둘째項은 非定常流動에 의해서 발생되는 힘이고 오리피스에서 噴出되는 흐름에서는 스푸울을 닫는 방향으로 작용하나, 오리피스를 통해서 스푸울 chamber로 들어오는 흐름에서는 오히려 스푸울을 열어주는 方向으로 작용한다는 것을 쉽게 보일 수 있다. 그러나 방정식(16)의 첫째項인 定常흐름의 流動力은 항상 스푸울을 닫는 方向으로 작용하게 된다. 過渡的 흐름의 流動力은 一般的으로 定常흐름의 流動力보다 훨씬 작고 많은 경우에 그림 1에 보인 스푸울의 랜드(land)가 여러 개가 있어서 각 첌버(chamber)의 過渡的 흐름의 流動力이 서로 相殺되기 마련이다. 왜냐 하면 젯트가 쳄버로 들어올 때와 나갈 때. 힘의 符號가 달라지기 때문이다.

이제 定常흐름의 流動力(Steady-state flow force; $K_f x_v$)에 대해서 보다 자세히 考察하자. 이 힘은 언제나 스푸울의 開度(opening)를 닫는 방향으로 작용하고, 또 비교적 크기 때문에 문제가 된다. 이 힘의 표현에는 분출하는 젯트의 기울기를 나타내는 각도 θ가 있으므로 θ의 결정이 필요하다. 만일 오리피스의 형태가 矩形이고 길이가 폭에 비해서 충분히 크다고 하면 흐름은 2次元으로 생각될 수 있고 完全流體의 非回轉流를 가정하면 편기각 θ는 Laplace 방정식의 解에 의해서 결정될 수 있다. 이 解析은 Von Mises[1]에 의해서 처음으로 行하여졌고 밸브의 슬리브(sleeve)와 스푸울의 랜드(land) 사이의 空隙(clearance)을 無視하면 θ의 값은 69°임을 보일 수 있다.

그러므로 오리피스係數(C_d)를 0.61로 잡으면 定常흐름의 流動力은 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$F_{xs} \equiv K_f x_v = 0.43 W\Delta P x_v \qquad (20)$$

例로서 스푸울의 직경을 2.54cm, 스푸울의 行程(x_v)을 0.5mm, 압력차(ΔP)를 70kg/cm^{2}라고 하면 定常流動力(F_{xs})은 約 12kg가 된다.

결국 定常流動力은 오리피스의 길이(W), 압력差(ΔP) 및 스푸울의 變位(x_v)에 비례하고 항상 오리피스를 닫는 方向으로 작용한다. 이 힘은 수푸울의 變位에 비례하므로 스푸울을 中立位置로 보내는 스푸링(centering spring)의 역활을 한다. 만일 그림 3에서 보인 바와 같이 슬리브와 스푸울의 렌드(land) 사이에 空隙(C_r)이 있으면 식(20)은 다음과 같이 써줄 수 있다.[2,3]

$$F_{xs} = 0.43 W\Delta P\sqrt{x_v^2 + C_r^2}\cos\theta \qquad (21)$$

이 때의 편기각 θ는 x_v/C_r의 크기에 따라 21°에서 69°까지 변한다(그림 3 참조).

그림 3에 의하면 스푸울의 行程(stroke)이 작을 때는 空隙의 영향이 커서 流動力이 식(20)보다 커진다. 실험결과에 의하면 이론적 결과는 스푸울의 行程이 매우 작은 경우에는 실험값보다 일반적으로 작다.

위의 예에서 계산한 12kg의 힘은 스푸울을 사람이 驅動하거나 또는 기계식으로 움직일 때는 별 문제가 되지 않지만, 솔레노이드나 토르크 모타(torque motor) 등과 같이 電磁式으로 驅動시킬 때는 電磁力을 발생시키는 장치의 제한 때문에 크게 문제가 된다. 결국 이 流動力이 單段式(single-stage) 電磁油壓밸브(electro-hydraulic valve)의 容量에 제한을 주게 되고, 容量이 큰 밸브에 대해서는 2段式 밸브(two-stage valve)를 쓰게되거나, 또는 가금 스푸울이나 슬리브의 기하학적인 형태를 적절히 조정하여 流動力을 줄이는 所謂 流動力補償(flow force compensation)을 講究하기도 한다.

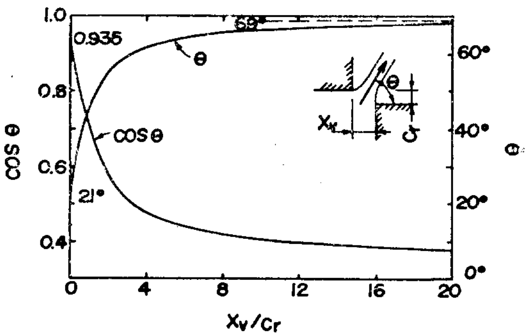
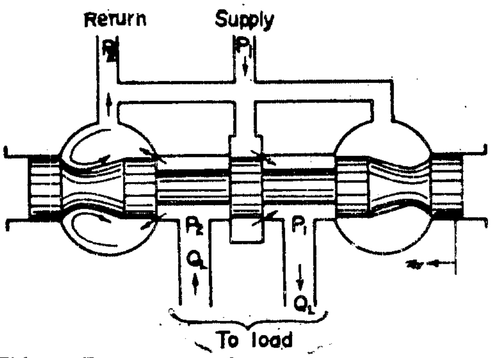


Fig. 3. Effect of radial clearance on the jet angle

3. 流動力補償

밸브의 슬리브(sleeve)나 스푸울의 형상을 바꾸어 流動力을 줄이는 方法은 加工이 힘든 難點과 함께, 補償된 流動力이 그림 4와 같이 스푸울에 따라 非線型的으로 변하기 때문에 有用하지 않다. 이러한 補償方法은 현재까지 여러 方法이 알려져 있으나 여기서는 그림 4와 5에 보인 바와 같은 두가지 類似한 경우만을 소개하기로 한다.[2,3,4] 그림 4는 밸브의 쳄버를 떠나는 流體가 순환 쳄버(recirculation chamber)에서 순환하면서 탱크측(return)으로 나가므로써 스푸울을 열어주는 流動力을 발생시킬 수 있다. 그림 5는 그림 4와 類似한 원리이고 오리피스를 떠나는 流體가 직접 스푸울의 랜드에 부딛쳐서 탱크측으로 나가므로 역시 스푸울을 열어주는 流動力이 생길 수 있다.

이러한 보상방법은 流量이 클 때 효과적이다. 그림 6은 補償결과를 定性的으로 그린 것으로서 보상된 流動力이 스푸울의 行程과 非線型관계를 갖고 있어서 많은 油壓제어系에서 바람직하지 않은 결과를 준다. 그림 6에 보인 過補償(overcompensation)의 경우는 流動力이 스푸울을 열어주는 상태가 발생되고 가끔 不安定(instability)을 惹起시킬 수 있다.[3]



Fid. 4. Four-way spool valve using recirculation lands for flow forec compensation

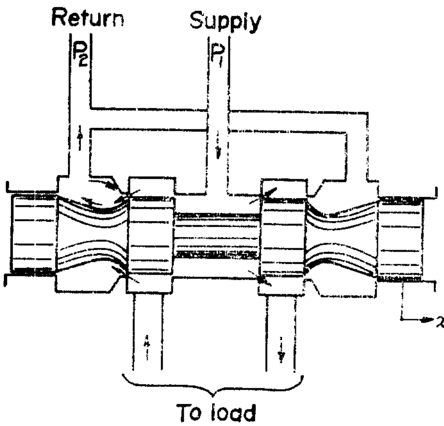


Fig. 5. Four-way spool valve using negative force ports for compensation

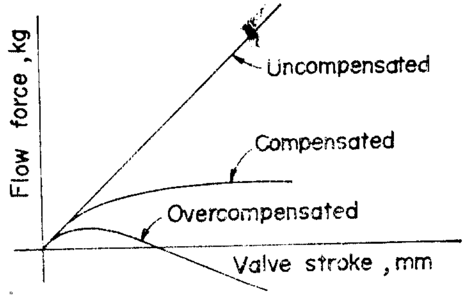


Fig. 6. Typical flow force curves

参 考 文 獻

1) R. von Misses, Berechnung von Ausfluss und Ueverfallzahlen, Z. Ver. deut. Ingr. vol. 61. 1917.
2) J.F. Blackburn, G. Reethof and J.L Shearer, "Fluid Power Control." M.I.T. Press, 1960.
3) H.E. Merritt, "Hydraulic Control Systems", John Wiley & Sons, Inc., 1967.
4) 竹中利夫, 浦田映三, "油力學", 養賢堂, 1970.