

偏心荷重을 받는 基礎에 對한 考察

金澤辰 金澤辰建築設計院

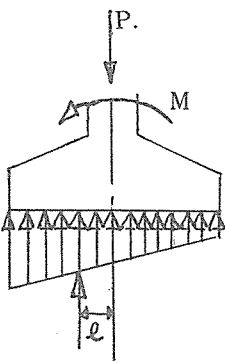


그림 1

偏心荷重을 받는 獨立基礎는 大別하여 두 가지 形態가 있다. 그 하나는 그림 1과 같이 一般의 獨立基礎로서 基礎스라브의 面積中心에 柱脚이 있어서 上部荷重은 그 中心部에 주어져도 柱脚에 주어진 端모멘트가 基礎스라브에 作用하여 그로말미암아 基礎에 地耐力이 偏心的으로 作用하게 되는 때와 그렇지 않고 그림 2와 같이 柱脚이 基礎스라브 中心部 아닌 스라브端部에 얹히어 처음부터 偏心的으로 荷重이 주어졌을때의 두 가지로 区分할 수 있다.

그러면 여기서 먼저 그림 1과 같은 경우를 먼저 알아보자. 基礎에 反力이 作用하는 地盤은 岩盤을 除外하고는 大多數의 地盤은 彈性的이 아니고 塑性的이거나 半流動的이므로 그림 3과 같이 地圧으로 非均等分布의 反力이 생긴다. 그러므로 어떠한 狀態 가령 基礎에 直圧과 同時에 一定한 모멘트에 의하여 微細한 廻轉角이 생기었을때에는 그림 1과 같은 偏心的地耐力이 처음에는 생긴다. 그러나 이러한 狀態가 오래 持續될때에는 地盤에서 생기는 反力은 塑性的의 等인 土性으로 말미암아 順化하여 次次 等分布의 또는 그림 3과 같은 地耐力狀態로 變하는것으로 생각된다. 그러므로 構造物에 長期的 不變荷重에 의하여 基礎에 생기는 모멘트와 動荷重에 의하여 一時的으로 주어지는 모멘트 특히 바람 또는 地震等 Rociting 現象에 의하여 생기는 모멘트와는 區別하여 處理함이 妥當하다고 생각된다. 構造物 解析法으로

長期 短期로 區別하여 處理하는 方法과 本人의 主張이 或시 같다고 생각될런지 모르나 조금 다른점이 있는데 곧 固定荷重에 屬하는 荷重과 積載荷重 가운데 家具等의 長期間 積載量이 變하지 않는 荷重에 依하여 構造物 柱脚에 생기는 모멘트(이 모멘트에 局限)까지는 아예 無視하거나 모멘트의 影響을 程度에 따라 輕減하는것이 좋을가 생각한다.

그러면 다음으로 그림 2와 같은 경우에 對하여 알아보자. 그림 2와 같은 狀態의 基礎는 바람직하지 않은것이긴 하나 특히 그림 4와 같은 狀態일때 甚한 倫心的耐力을받게 된다. 곧 大都會地 中心部 附近地에서 垜地가 좁은데서 建築을 하자니 隣接垜地에 接한곳 기둥및 基礎는 부득이 그림 2와 같은 基礎로 할수밖에 없는 경우가 많다. 그림으로 여기서 그림 4와 같은 狀態에서의 모멘트 M_D 와 M_A 를 求하면 目的의 偏心荷重을 받는 基礎를 設計하기 爲한 解가 얻어진다.

그러면 여기서 그림 4의 경우 兩端固定모멘트 M_A , M_B 를 求하겠는데 이에 앞서서 이 解를 求하기 爲하여 모멘트 反力 廻轉角(撓角) 撓度는 그림 5와 같이 正負를 規定짓기로 하고 必要한 數式을 誘導하여 보겠다.

그러면 먼저 그림 6에서 固定端을 A로 하는 갠티레바보 AC의 自由端 C에 주어진 힘 P에 依하여 생기는 B點의 모멘트 M_B 는 $M^B = P\ell$.

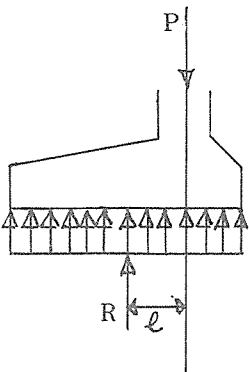


그림 2

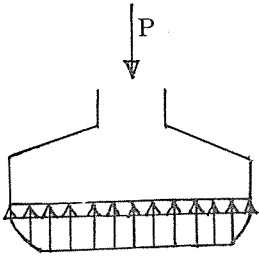


그림 3

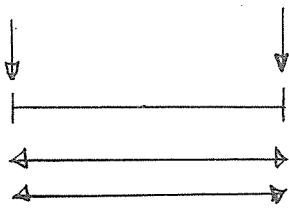
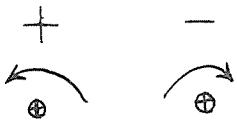


그림 4

모멘트



反力

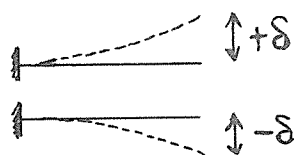
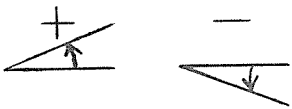
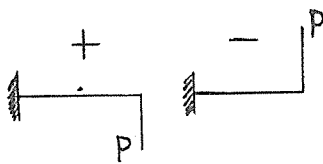


그림 5

固定端 A의 모멘트 M_A 는

$$M_A = P\ell = P(\ell_1 + \ell_2) = P\ell_1 + P\ell_2 = P\ell_1 + M_B \dots \dots \dots (1)$$

그러면 여기서 그림 7과 같은 등분포荷重이 없던 兩端固定보를 任意的 点 C에서 二分하여 固定모멘트 M_A, M_B 를 求하여 보겠다. 그런데 그림 7(β)의 荷重狀態를 그림 (8)과 같이 모멘트 反力 等分포荷重 세가지를 各 各 따로 주었을때 自由端의 撓角과 撓度를 求한 다음 뒤에 合하면 그림 7(β)와 같은 狀態에서의 撓角과 撓度를 求하는 것과 같다. 그러면 그림 7(β)의 荷重狀態를 그림 8과 같이 端모멘트에 依하여 B端에 生기는 撓角 θ_{AB} , 撓度 δ_{AB} 와 直力 P_B 에 依하여 B端에 生기는 撓角 θ_{AB} , 撓度 δ_{AB} 等分포荷重 w 에 依하여 B端에 生기는 撓角 θ_{AB} , 撓度 δ_{AB} 는 各 各

$$\begin{aligned} \theta_{AB} &= \frac{M_B \ell_1}{EI}, & \delta_{AB} &= \frac{M_B \ell_1^2}{2EI} \\ \theta_{AB} &= \frac{P_B \ell_1^2}{2EI}, & \delta_{AB} &= \frac{P_B \ell_1^3}{3EI} \\ \theta_{AB} &= -\frac{w \ell_1^3}{6EI}, & \delta_{AB} &= -\frac{w \ell_1^4}{8EI} \end{aligned}$$

가 된다. 上記 撓角과 撓度の 式 가운데 E는 보의 Y_{00NG} 係數 I는 보의 断面二次모멘트이다. 그림 7에서

$$P_B = P_C - w\ell_2, \quad M_B = M_C + P_C\ell_2 - \frac{w\ell_2^2}{2}$$

칸틸레바보 AB에 同時에 모멘트 直力 等分포荷重이 주어졌을때 自由端 B의 撓角 θ_{AB} , 撓度 δ_{AB} 는

$$\theta_{AB} = \theta_{AB}^M + \theta_{AB}^P + \theta_{AB}^w = \frac{M_B \ell_1}{EI} + \frac{P_B \ell_1^2}{2EI} - \frac{w \ell_1^3}{6EI}$$

$$\frac{1}{EI} \left(\ell_1 (M_C + P_C \ell_2 - \frac{w \ell_2^2}{2}) + \frac{\ell_1^2}{2} (P_C - w \ell_2) - \frac{w \ell_1^3}{6} \right)$$

$$\delta_{AB} = \delta_{AB}^M + \delta_{AB}^P + \delta_{AB}^w = \frac{M_B \ell_1^2}{2EI} + \frac{P_B \ell_1^3}{3EI} - \frac{w \ell_1^4}{8EI}$$

그림 7(γ)의 경우에도 上記와 같이하여

$$\theta_{BC} = \theta_{BC}^M + \theta_{BC}^P + \theta_{BC}^w = \frac{M_C \ell_2}{EI} + \frac{P_C \ell_2^2}{2EI} - \frac{w \ell_2^3}{6EI}$$

$$\delta_{BC} = \delta_{BC}^M + \delta_{BC}^P + \delta_{BC}^w = \frac{M_C \ell_2^2}{2EI} + \frac{P_C \ell_2^3}{3EI} - \frac{w \ell_2^4}{8EI}$$

그러면 여기서 그림 7(a)와 (β)의 두칸틸레바보를 連結하여 보자. 칸틸레바보 AB의 B端에 칸틸레바보 BC의 B端을 連結하여 한개의보 ABC를 構成하였을때 그림 7(a)와 같은 狀態로 만들려면 칸틸레바보 ABC의 C端의 撓角과 撓도가 A端의 狀態와 같아야 한다. 곧 칸틸레바보 ABC의 C端의 撓角 $\theta_{AC} = 0$ 撓度 $\delta_{AC} = 0$ 이어야 한다. 그러면 撓角 θ_{AC} 는

$$\theta_{AC} = \theta_{AB} + \theta_{BC} = \frac{1}{EI} \left[\ell_1 (M_C + P_C \ell_2 - \frac{w \ell_2^2}{2}) + \frac{\ell_1^2}{2} (P_C - w \ell_2) - \frac{w \ell_1^3}{6} \right] + \left[\frac{M_C \ell_2}{EI} + \frac{P_C \ell_2^2}{2EI} - \frac{w \ell_2^3}{6EI} \right] = 0$$

$$\therefore 6M_C + 3P_C \ell_2 = w \ell_2^2 \dots \dots \dots (2)$$

撓度 δ_{AC} 는 그림 9와 같이 δ_{AB}, δ_{BC} 뿐 아니라 보 AB의 撓角 θ_{AB} 의 影響인 $\theta_{AB} \cdot \ell_3$ 이 있으므로

$$\theta_{AB} \cdot \ell_3 = \frac{1}{EI} \left[\ell_1 \ell_2 (M_C + P_C \ell_2 - \frac{w \ell_2^2}{2}) + \frac{\ell_1^2 \ell_2}{2} (P_C - w \ell_2) - \frac{w \ell_1^3 \ell_2}{6} \right]$$

$$\delta_{AC} = \delta_{AB} + \theta_{AB} \cdot \ell_2 + \delta_{BC} = \frac{1}{EI} \left[\frac{\ell_1^2}{2} (M_C + P_C \ell_2 - \frac{w \ell_2^2}{2}) + \frac{\ell_1^3}{3} (P_C - w \ell_2) - \frac{w \ell_1^4}{8EI} \right] + \left[\ell_1 \ell_2 (M_C + P_C \ell_2 - \frac{w \ell_2^2}{2}) + \frac{\ell_1^2 \ell_2}{2} (P_C - w \ell_2) - \frac{w \ell_1^3 \ell_2}{6} \right] + \left[\frac{M_C \ell_2^2}{2EI} + \frac{P_C \ell_2^3}{3EI} - \frac{w \ell_2^4}{8EI} \right] = 0$$

$$\therefore 12M_C + 8P_C \ell_2 = 3w \ell_2^2 \dots \dots \dots (3)$$

(2), (3) 兩式을 聯立方程式으로 하여 M_C, P_C 를 求하면

$$M_C = \frac{9w \ell_2^3 - 8w \ell_2^3}{36\ell_2 - 48\ell_2} = -\frac{w \ell_2^2}{12}$$

$$P_C = \frac{12w \ell_2^2 - 18w \ell_2^2}{36\ell_2 - 48\ell_2} = \frac{w \ell_2}{2}$$

上式의 數値는 잘알리어져 있는 等分포荷重이 주어졌던 兩端固定보의 端모멘트 $\frac{w \ell_2^2}{12}$ 이며 모멘트의 方向은 처음의 規約에 依하여 ↻ 方向의 모멘트이고 反力 P_C 는 世是 ↑ 方向의 힘이라 함을 알수 있다. 여기서 보 ABC를 二分하여 端모멘트를 求하였으나 單一 칸틸레바보로 計算하여도 좋고 여러개로 分割하여도 結果는 같다. 但 分割하는 數가 많으면 誘導하는 途中計算이 複雜할 뿐이다.

그러면 그림 4와 같은 等分포荷重이 部分의 所以로 밑에서 上側으로 作用하는 荷重狀態를 그림 10과 같이 三分하여 생각한다. 그러면

$$\left. \begin{aligned} M_C &= M_D + P_D \ell_3 + \frac{w \ell_3^2}{2}, & P_C &= P_D + w \ell_3 \\ M_B &= M_C + P_C \ell_2 = (M_D + P_D \ell_3 + \frac{w \ell_3^2}{2}) \\ &+ (P_D + w \ell_3) \ell_2 = M_D + P_D (\ell_2 + \ell_3) + w \ell_3 (\ell_2 + \frac{\ell_3}{2}) \\ P_B &= P_C = P_D + w \ell_3 \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

칸틸레바보 AB의 B端의 撓角 θ_{AB} 는

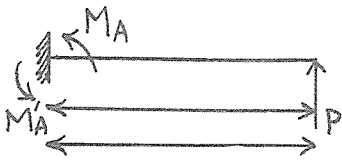


그림 6

$$\theta_{AB} = \frac{1}{EI} \left[M_B l_1 + \frac{P_B l_1^2}{2} + \frac{w l_1^3}{6} \right] = \frac{1}{EI} \left[M_D l_1 + P_D l_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3 \right) + w l_1 \left(\frac{l_1^2}{6} + \frac{l_1 l_3}{2} + l_2 l_3 + \frac{l_3^2}{2} \right) \right]$$

보 BC의 C端撓角 θ_{BC} 는

$$\theta_{BC} = \frac{M_C l_2}{EI} + \frac{P_C l_2^2}{2EI} = \frac{1}{EI} \left[M_D l_2 + P_D l_2 \left(\frac{l_2}{2} + l_3 \right) + \frac{w l_2 l_3}{2} (l_2 + l_3) \right]$$

보 CD의 D端撓角 θ_{CD} 는

$$\theta_{CD} = \frac{1}{EI} \left[M_D l_3 + \frac{P_D l_3^2}{2} + \frac{w l_3^3}{6} \right]$$

그러므로 連結된 보 ABCD의 D端의 撓角 θ_{AD} 는

$$\theta_{AD} = \theta_{AB} + \theta_{BC} + \theta_{CD} = 0 = \frac{1}{EI} \left\{ M_D l_1 + P_D l_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3 \right) + w l_1 \left(\frac{l_1^2}{6} + \frac{l_1 l_3}{2} + l_2 l_3 + \frac{l_3^2}{2} \right) \right\} + \left\{ M_D l_2 + P_D l_2 \left(\frac{l_2}{2} + l_3 \right) + \frac{w l_2 l_3}{2} (l_2 + l_3) \right\} + \left\{ M_D l_3 + \frac{P_D l_3^2}{2} + \frac{w l_3^3}{6} \right\}$$

$$\therefore 6M_D + 3P_D l = -w \left\{ l^2 - \frac{l^3 + 3l_1 l_2 (l_1 + l_2)}{l} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

다음 보 AB의 B端의 撓度 δ^{AB} , BC의 撓度 δ^{BC} , 보 CD의 撓度 δ^{CD} 보 AB의 撓角 θ^{AB} 의 影響 및 BC의 撓角의 影響을 考慮하면

$$\delta_{AB} = \frac{1}{EI} \left[\frac{M_B l_1^2}{2} + \frac{P_B l_1^3}{3} - \frac{w l_1^4}{8} \right] = \frac{1}{EI} \left[\frac{M_D l_1^2}{2} + P_D l_1^2 \left(\frac{l_2 + l_3}{2} + \frac{l_1}{3} \right) + w l_1^2 \left(\frac{l_2 l_3}{2} + \frac{l_3^2}{4} + \frac{l_1 l_3}{3} + \frac{l_1^2}{8} \right) \right]$$

$$\theta_{AB} \cdot (l_2 + l_3) = \frac{l_2 + l_3}{EI} \left\{ M_D l_1 + P_D l_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3 \right) + w l_1 \left(\frac{l_1^2}{6} + \frac{l_1 l_3}{2} + l_2 l_3 + \frac{l_3^2}{2} \right) \right\}$$

$$\delta_{BC} = \frac{1}{EI} \left[\frac{M_C l_2^2}{2} + \frac{P_C l_2^3}{3} \right] = \frac{1}{EI} \left[\frac{M_D l_2^2}{2} + P_D \left(\frac{l_2^2 l_3}{2} + \frac{l_3^3}{3} \right) + w \left(\frac{l_2^2 l_3}{4} + \frac{l_2^2 l_3}{3} \right) \right]$$

$$\theta_{BC} \cdot l_3 = \frac{1}{EI} \left[M_D l_2 + P_D l_2 \left(\frac{l_2}{2} + l_3 \right) + \frac{w l_2 l_3}{2} (l_2 + l_3) \right]$$

$$\delta_{CD} = \frac{1}{EI} \left[\frac{M_D l_3^2}{2} + \frac{P_D l_3^3}{3} + \frac{w l_3^4}{8} \right]$$

$$\delta_{AD} = \delta_{AB} + \theta_{AB} (l_2 + l_3) + \delta_{BC} + \theta_{BC} \cdot l_3 + \delta_{CD} = 0 = \frac{1}{EI} \left\{ \frac{M_D l_1^2}{2} + P_D l_1^2 \left(\frac{l_1}{3} + \frac{l_2 + l_3}{2} \right) + w l_1^2 \left(\frac{l_1^2}{8} + \frac{l_3^2}{4} + \frac{l_1 l_3}{3} + \frac{l_2 l_3}{2} \right) \right\} + (l_2 + l_3) \left\{ M_D l_1 + P_D \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3 \right) l_1 + w l_1 \left(\frac{l_1^2}{6} + \frac{l_1 l_3}{2} + l_2 l_3 + \frac{l_3^2}{2} \right) \right\} + \left\{ \frac{M_D l_2^2}{2} + P_D \left(\frac{l_2^2 l_3}{2} + \frac{l_3^3}{3} \right) + w \left(\frac{l_2^2 l_3}{4} + \frac{l_2^2 l_3}{3} \right) \right\} + \left\{ M_D l_2 l_3 + P_D (l_2 l_3^2 + \frac{l_2^2 l_3}{2}) + w \left(\frac{l_2^2 l_3}{2} + \frac{l_2 l_3^2}{2} \right) \right\} + \left\{ \frac{M_D l_3^2}{2} + \frac{P_D l_3^3}{3} + \frac{w l_3^4}{8} \right\}$$

$$\therefore 12M_D + 8P_D l =$$

$$w \left\{ 3l^2 - \frac{3l_2^4 + 8l_1^2 l_2 + 4l_2^3 l_3 + 18l_1^2 l_2^2}{l^2} + 12l_1 l_2^2 + 12l_1^2 l_2 l_3 + 12l_1 l_2^2 l_3 \right\} \dots \dots \dots (6)$$

$$\alpha = -w \left\{ l^2 - \frac{l^3 + 3l_1 l_2 (l_1 + l_2)}{l} \right\}$$

$$\beta = -w \left\{ 3l^2 - \frac{3l_2^4 + 8l_1^2 l_2 + 4l_2^3 l_3 + 18l_1^2 l_2^2 + 12l_1 l_2^2 + 12l_1^2 l_2 l_3}{l^2} + 12l_1 l_2^2 l_3 \right\}$$

라 하면 (5), (6)式은

$$\left. \begin{aligned} 6M_D + 3P_D l &= \alpha \\ 12M_D + 8P_D l &= \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

(7)의 兩式을 聯立方程式으로 하여 풀면

$$\left. \begin{aligned} M_D &= \frac{8\alpha l - 3\beta l}{48l - 36l} = \frac{8\alpha - 3\beta}{12} \\ P_D &= \frac{6\beta - 12\alpha}{48l - 36l} = \frac{\beta - 2\alpha}{2l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

以上으로 偏心荷重에 依한 한쪽의 固定端모멘트가 求하여 졌다. 反對편 A端모멘트 M'_A 는

$$M'_A = - \left[M_D + P_D + w \left\{ l_3 \left(l - \frac{l_3}{2} \right) + \frac{l_1^2}{2} \right\} \right] \dots \dots \dots (9)$$

그러면 여기서 地耐力 w가 作用하는 部分의 길이 l_1 과 l_3 을 어떻게 定하여야 되겠는가 檢討하여 보자. 우리가 말하고 있는 荷

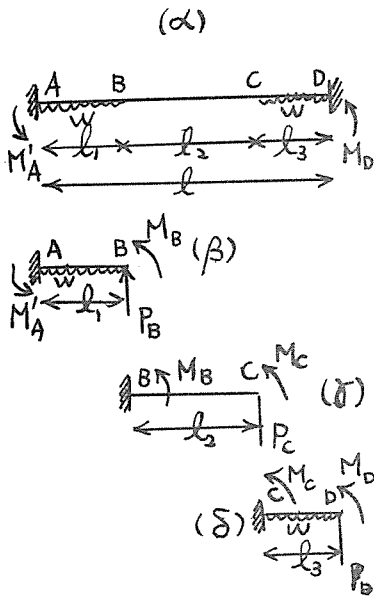


그림 10

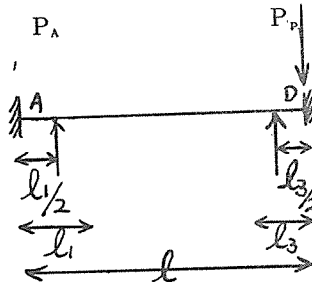


그림 11

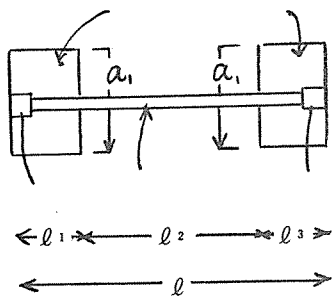


그림 12

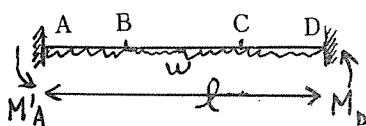


그림 13

重狀態는 上部에서 주어지는 荷重과 反力으로 作用하는 地耐力이 同一直線上에서 平衡이 이루어져 있는것이 아님으로 簡單히 $P_A = wl_1$, $P_D = wl_2$ 라 할 수가 없다. 그림으로 그림 11에 의하여

$$\frac{wl_1^2}{2} + wl_3(\ell - \frac{l_3}{2}) - P_D \ell = 0$$

$$\therefore l_1^2 + 2\ell l_3 - l_3^2 = \frac{2P_D \ell}{w} \dots\dots\dots(10)$$

$$-\frac{wl_3^2}{2} - wl_1(\ell - \frac{l_1}{2}) + P_A \ell = 0$$

$$l_3^2 + 2\ell l_1 - l_1^2 = \frac{2P_A \ell}{w} \dots\dots\dots(11)$$

(10), (11) 兩式에 의하여

$$P_A + P_D = w(l_1 + l_3) \dots\dots\dots(12)$$

그러면 여기서 $P_A = wl_1$ 이 되도록 定하면 (12) 式에 의하여 $P_D = wl_2$ 가 되므로 비로소

$$l_1 = \frac{P_A}{w}, l_3 = \frac{P_D}{w} \dots\dots\dots(13)$$

가 된다고 할수있다 結果的으로는 같으나 한번 檢討하고 넘어가야할 問題라 생각된다. 또 한편 地耐力度 w는 그림 4에서 보 CD 部分에 주어지는것과 보 AD 部分에 주어지는것이 같으므로 그림 12 平面과 같이 基礎幅(보 AD에 直角方向幅)도 같아야 한다. 基礎스라브의 幅을 달리 하여야 할 경우가 있을런지 모르는데 이경우의 解는 다음 機會로 미루겠다. 그러나 이 解를 求할때 그림 4와 같은 方法으로 하지않고 그림 13과 같이 보 AD에 等分布荷重이 全部 실리어 있을때의 兩端固定모멘트($\frac{wl^2}{12}$)에서 그림 14와 같이 反對

로 荷重이 部分的으로 실릴때의 固定모멘트를 變 狀態로 생각하여도 結果는 같다.

이렇게 하여 偏心荷重이 실린 TIEBEAM에 주어지는 固定모멘트는 求하여진다. 그러면 다음 段階로 이 固定모멘트를 어떻게 活用하는가 말하여 보겠다. 一般的으로 剛構造物의 解를 求할때 (라멘을 푸는것을 말함) 最下層 柱脚은 固定狀態로 하여 푸는것이 常識으로 되어있으나 本題에 의한 경우에는 T_{IE}

B_{EAM} 도 剛構造物의 한部分으로 取扱하여 $T_{IE} B_{EAM}$ 과 柱脚을 剛構造物을 構成한 한 接點으로 取扱하여 柱脚과 $T_{IE} B_{EAM}$ 에 모멘트를 分配하여야 된다. 그때 操心하여야 할일은 一般보에 실린 荷重에 의한 固定端 모멘트와 本偏心荷重에 의한 固定모멘트는 荷重의 方向이 서로 相反되는 것과 같이 固定모멘트의 方向도 反對가 됨을 特別히 留意하기 바란다.

끝으로 結論으로서 本題와 같은 偏心基礎를 쓴다고 하면 地耐力에 의한 荷重은 $T_{IE} B_{EAM}$ 이 全部 負擔하게 된다. 그렇다고 하면 高層建築物의 荷重은 層高가 높을수록 그 地耐力은 莫大한것이 있다. $T_{IE} B_{EAM}$ 은 一般的으로 보의 軸을 크게하여 剛度를 다른 部材의 比가 안될만큼 크게하고 있긴 하지만 이러한 偏心基礎를 쓸수있는 建築高에는 自然限界가 있을거로 본다. 그뿐 아니라 建築法에 의하여도 建築高와 隣接地와의 距離에 對한 制約이 있으므로 高層建築에 이러한 偏心基礎를 使用하여야할 必要는 생기지 않는다고 본다.

以上과 같이하여 偏心基礎의 解는 구하여졌는데 이 方法에는 特異한것이 있다. 이 方法의 原理는 1969年 5月 3日에 있는 大韓 建築學會定期總會席上 學術發表會에서 이미 本人이 發表한바 있어서 여러분들은 알고 계실줄 믿으며 이 方法으로 構造物의 解를 求하는데는 좀 複雜한 計算이 必要하기는 하나 要目을 正確하게 整理하되 定한 方法과 順序에 따라 處理한다고 하면 自動적으로 모멘트라던지 反力 등의 數値와 方向이 얻어지는것이니 나온 數値에 의하여 方向 등을 思考에 의하여 判斷할 必要가 없는지라 이 方法을 解析構造力學이라는 이름으로 여기 提案하는 바이다. 급히 마련한 것이라 體系가 서지않고 要領不得인點 寬容있기를 빌며 아울러 諸賢의 아낌없는 叱咤鞭撻을 바란다.

끝