

光波通信과 Mode理論

羅 正 雄
韓國科學院 副教授, 理博

1. 序 論

Optical fiber의 손실이 1.06 μ m부근에서 2dB/km 이하로 제작될 수 있으며, 그 값 또한 동축선에 비해 앞으로 싸게 될 전망이어서 통신에의 이용이 현실화되고 있다. optical fiber 통신에 이용될 電源으로는 light-emitting-diode(LED)와 GaAs heterojunction laser가 10mW의 출력에서 수백 MHz 대역으로 변조가 가능하게 되었으며 그 수명도 14,000 시간을 넘겨져¹⁾ laser를 이용한 coherent 光波通信의 현실화도 멀지 않음을 볼 수 있다.

Optical fiber 내의 光波傳送을 이해하기 위하여서 또는 半導體 diode laser junction 영역의 Fabry-Perot cavity 내의 光波增幅의 原理를 이해하기 위해서도, fiber 및 cavity내에서의 mode 이론을 이해하는 것이 바람직하다. mode란 量子力學과 數學에서는 固有函數(eigen function)라 부르는 것을 工學用語化한 것이라 정의 할수 있다. 따라서 이를 이해하기 위해 여러가지 설명방법이 가능하겠으나, 여기서는 平行板 導波管(parallal plate waveguide)에서의 mode 정의로부터 시작하여, 誘傳體 導波管에서의 mode 문제를 생각해 보고, optical fiber內에서의 mode 문제를 생각해 보려한다.

2. 平行板 導波管 Mode

電磁波는 波動方程式

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \epsilon(r,t) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

을 만족시키며, 여기서 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 으로 표시될 수 있는 Laplacian이며, r 및 t 는 電磁界 ϵ 의 위치 및 시간을 표시하는 좌표이다. 이 방정식의 解는 初期條件 및 境界條件이 주어지면 구할 수 있다. 그림 1과 같은 平行板 導波管 내에서 time harmonic인 경우를 생각하면

$$\epsilon(r,t) = \text{Re} \{ \underline{E}(r) e^{j\omega t} \} \dots\dots\dots (2)$$

의 phasor $\underline{E}(r)$ 은 Helmholtz 방정식

$$(V^2 + k^2) \underline{E}(r) = 0 \dots\dots\dots (3)$$

을 만족시키며 平行판 境界面에서 접선성분의 進계는 영이라는 境界條件을 만족하여야 한다. 여기서 ω 는 각주파수, $k = \frac{\omega}{c}$ 이다. (3)식의 일반해는 잘 알려져 있듯이 평면파해로서 표시할 수 있다. 그림 1과 같이 전송방향을 z 로 잡고 x 방향의 대칭성에 의하여 $\frac{\partial}{\partial x} \equiv 0$ 으로 취하면 境界條件을 만족하는 해를

$$\underline{E}_n(r) = x_0 a_n \sin\left(\frac{n\pi}{a} y\right) \exp\left(-j \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} z\right) \dots\dots\dots (4a)$$

TE_{on} mode

$$\underline{H}_m(r) = x_0 b_m \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \exp\left(-j \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2} z\right)$$

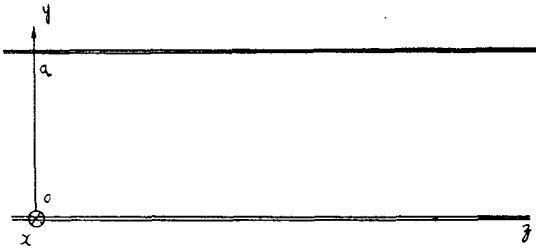
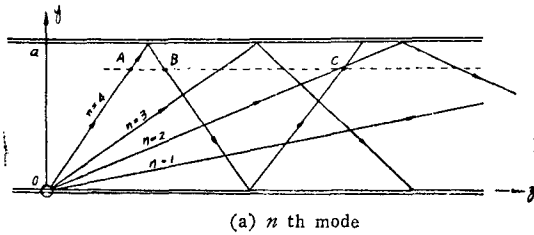


그림 1. 평행판 도파관

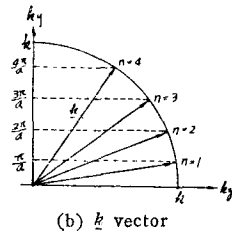
TM_{om} mode.....(4b)

와 같이 구할 수 있다. (4a)는 TE_{on} mode의 해이며, (4b)는 TM_{om} mode의 해로서 평행판 도파관내의 임의의 전자계는 이 두 독립된 解群의 중첩으로 표시할 수 있다. 이해에서 볼 수 있는

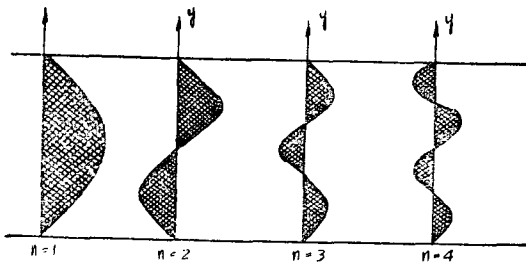


(a) n th mode

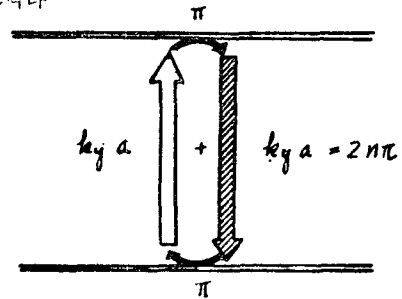
그림 2. n번째 mode의 k벡터



(b) k vector



(a) Standing wave or mode function



(b) mode condition

그림 3. 정재파 및 위상의 합으로 본 mode

반사후에 동일 위상이 되는 평면파는 합해져서 각 mode를 형성하게 된다. 특히 +y 방향으로 진행하는 평면파와 -y 방향으로 반사된 파는 서로 간섭하여 $z=상수$ 인 평면에 定在波를 형성시키게 된다. 이 정재파를 그림 3a에 표시하였으며, 그림 3b와 같이 y방향으로의 위상변화를 입사-반사-입사되는 한 주기동안 합할때 $2n\pi$

物理的인 의미를 살펴보기 위하여 TE_{on} mode에서 전송방향과 수직인 단면방향 y에 의존하는 함수 $\sin\left(\frac{n\pi}{a}y\right)$ 의 의미를 살펴보려 한다.

평행판 도파관내의 전파 vector k 를 생각하면 y방향과 z방향의 성분 k_y 및 k_z 는

$$k_y^2 + k_z^2 = k^2 \dots\dots\dots(5a)$$

$$k_y = \frac{n\pi}{a} \dots\dots\dots(5b)$$

$$k_z = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} \dots\dots\dots(5c)$$

로서 주어지며, mode는 그림 2와 같이 각각 평면파의 전파방향이 다르다. 이 k방향 이외의 평면파는 $y=a$ 평면 및 $y=0$ 평면에 의해 반사된 후 서로 위상차에 의하여 작아지게 되고, 상하면

가 됨에 유의하라. 즉 평면파가 윗평면에 입사한후 반사되고 다시 아랫평면에 이 반사파가 입사되고 다시 반사되어 원위치에 돌아왔을 때까지의 총 위상변화가 $2n\pi$ 일때 이는 mode인 것이다. 그림 2의 $n=4$ 의 ray가 A점에서 시작하여 상하평면에 반사된후 C점에 이를 때 까지를 생각해 보면 된다.

이러한 물리적 설명은 TM_{om} mode에 대해서도 똑 같으며, 여기서는 생략하기로 한다. 위에서 볼 수 있는 바와 같이 mode란 전원항이 없는 파동방정식과 경계조건을 만족시키는 해, 즉 경계조건에 의해 양자화된 특정한 $k_y = \frac{n\pi}{a}$ 값을 고유치를 갖는 전계를 말한다. 이상의 평행판 도파관은 z 방향으로 무한하기 때문에 z 방향으로로는 정재파가 아닌 진행파형의 해, 즉 $e^{-j\sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}z}$ 를 갖게 된다. 물론 $z = \pm\infty$ 에서 경계조건을 특정지우면 이 경계조건에 맞는 mode 함수를 구할 수 있다.

평행판 도파관 문제가 곧 diode laser의 Fabry-Perot cavity와 같은 구조임에 유의해야 한다.

3. 集積光學 Mode

이러한 mode의 해석은 곧 integrated optics (集積光學)에서 사용되는 박막내의 mode 현상 설명에도 같은 방법으로 적용될 수 있다. 그림 4와 같은 substrate 위에 sputtered glass film을 $1\mu\text{m}$ 정도의 두께로 만들어 부착시킨 유전체 도파관을 생각한다. substrate는 박막을 기계적으로 지지하기 위하여 필요하다. substrate의

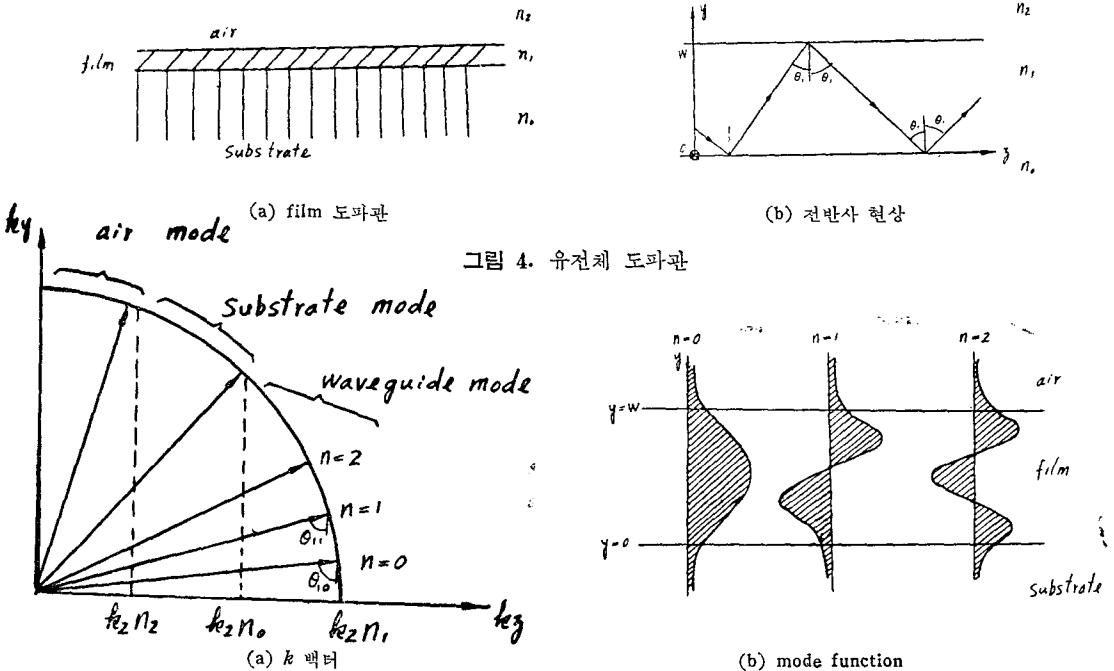


그림 4. 유전체 도파관

그림 5. 유전체 도파관 mode

굴절율을 n_0 , 박막의 굴절율을 n_1 , 공기의 굴절율을 n_2 라 하고, $n_1 > n_0 > n_2$ 의 관계로 주어 질때, 박막내에는 mode가 존재하게 된다. 이는 밑매질 (n_1)로부터 $y=w$ 의 경계면에 입사각 θ_i 가 임계각 $\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ 보다 더 크게 입사할 때

일어나는 전반사 현상에 의해 존재가 가능하게 된다. $y=w$ 에서 전반사된 전자파가 $y=0$ 에 입사하여 전반사가 일어나면 $0 < y < w$ 의 박막내에는 전자파의 導波가 성립하며 진행방향 z 에 수직인 면에 mode가 존재하게 된다.

유전체 박막내의 mode를 구하기 위하여 그림 3b와 같이 y방향으로 한 주기 동안의 총 위상변화를 고려하면 될 것이다. 평행판 도파관의 경우와 다른 점은 경계면에서 전반사가 일어날 때 생기는 위상지연이다. 이 위상지연은 입사각이 임계각에 아주 가깝지 않을 때 다음과 같이 $-2\phi_{12}$ 로 주어진다¹⁾.

$$-2\phi_{12} = -2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_1 \cos \theta_1},$$

TE modes (6a)

$$-2\phi_{12} = -2 \tan^{-1} \frac{n_1^2 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_2^2 n_1 \cos \theta_1},$$

TM modes (6b)

이 위상지연을 계산하여 mode 조건을 구하면 $2k_2 n_1 \cos \theta_1 w - 2\phi_{10} - 2\phi_{12} = 2n\pi$ (7) 이 된다. 여기서 $k_2 \cos \theta_1$ 은 y방향으로의 k 벡터 (k_y)이며, $k_2 = \frac{w}{c}$, $-2\phi_{10}$ 및 $-2\phi_{12}$ 는 $y=0$ 면 및 $y=w$ 면에서의 전반사에 의한 위상지연이다. θ_1 은 우리가 생각하는 평면파의 입사각을 의미한다.

식 (7)에서 볼 수 있듯이 $n=0$ 일 경우에도 mode 조건은 만족되며 이때의 $\theta_1 - \theta_{10}$ 은

$$\theta_{10} = \cos^{-1} \left(\frac{\phi_{10} + \phi_{12}}{k_2 n_1 L} \right) \dots \dots \dots (8)$$

이 된다. 따라서 (7)식으로 부터 각 mode의 k 벡터를 그리면 그림 5a와 같으며, 이러한 경계 조건을 만족시키는 전계는 그림 5b와 같다. (7)식 및 그림 5로부터 유전체 도파관에도 평행판 도파관과 비슷하게 전파 벡터가 다른 수개의 mode가 존재함을 알 수 있다. 그러나 k_z 가 $k_2 n_2 < k_z < k_2 n_0$ 사이에 있으면 $y=w$ 면(공기와의 경계면)에서는 전반사가 일어나지만, $y=0$ 면(substrate와의 경계면)에서는 전반사가 일어나지 않고 굴절이 일어나게 되며 이를 substrate mode라 부른다²⁾. 만일 $y=w$ 면에서도 굴절이 일어날 때 즉 $k_z < k_2 n_2$ 일때를 air mode라 부르며 substrate 및 air mode인때의 전계는 그림 6과 같이 되어 에너지는 박막내에 한정되지 않고 substrate 및 공기중으로 확산된다. 경계면에서 전반

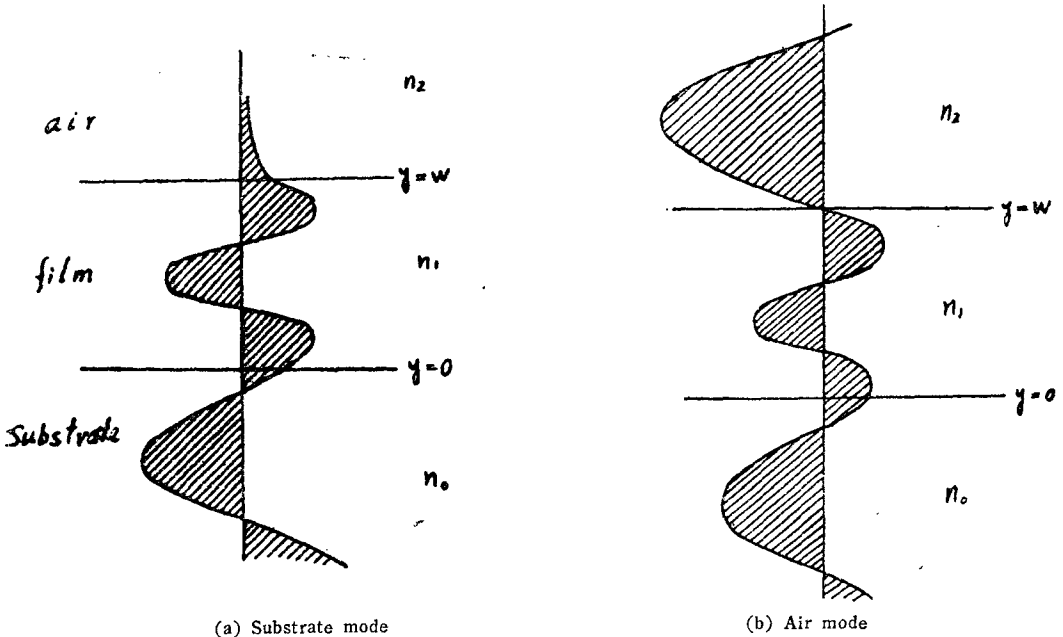


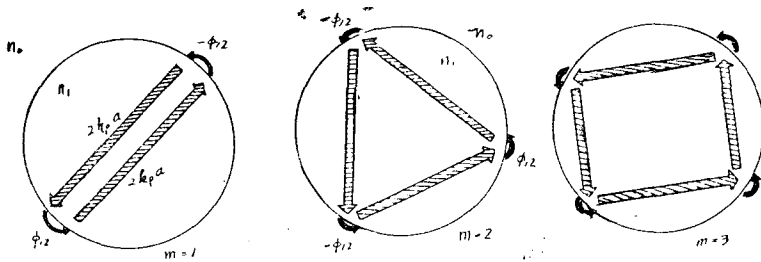
그림 6. Air mode 및 substrate mode

사가 일어나면 이 경계면 밖에서 전자계는 지수 함수적으로 감쇄된다. 그림 5a에서 $k_2 n_0 < k_2 < k_2 n_1$ 이면 공기중이나 substrate 내에서의 k_z 는 모두 그 매질내의 k_0 및 k_2 보다 크게 되어 y방향으로의 파수는 허수가 되기 때문이다. 따라서 그림 5b와 같이 공기중 및 substrate에서의 전자계는 지수함수적으로 감쇄되도록 그렸다.

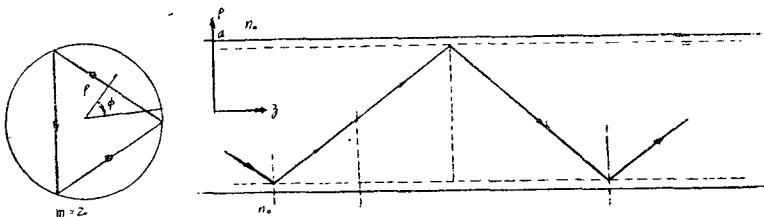
4. Optical Fiber Mode

Optical fiber에 관한 mode는 단면이 원형인 유전체 도파관의 해석을 이용하면 된다. 그러나 이 경우 fiber와 공기의 경계면이 도체가 아니기 때문에 mode는 원형 도파관과 같이 TE_{mn} 과 TM_{mn} 의 mode를 갖지 못한다. 이는 경계면에서 전송방향 성분의 전자계가 연속이라는(경계면

이 도체인 경우 전송방향 성분의 전계는 영이며 경계면에 수직성분인 자계도 영이다). 조건때문에 일반적으로 H_z 및 E_z 가 동시에 존재하게 되며, hybrid mode구조를 갖게 된다. 원통형 좌표계에서 전송방향을 z , 단면의 길이 및 각좌표 축을 각각 ρ 및 ϕ 라 하면 mode는 ϕ 방향의 고유치 m 과 ρ 방향의 고유치 n 의 두 정수로서 표시하게 된다(도체면 도파관인 경우는 TE_{mn} 또는 TM_{mn} mode). 유전체 경계면 도파관은 $m=0$ (ϕ 방향으로 변화가 없을 때)인 경우 TE_{0n} 및 TM_{0n} mode가 가능하며³⁾ $m \neq 0$ 인 경우에는 hybrid mode로서 이는 EH_{mn} mode와 HE_{mn} mode로서 표시한다. 여기서 EH 또는 HE 는 $E(TM)$ mode 및 $H(TE)$ mode의 복합(hybrid)이라는 의미로 쓰여지는 기호로서 두 mode set의 차이



(a) mode 조건



(b) $m=2$ mode의 k vector

그림 7. Optical fiber내의 mode 형성

를 물리적으로 보기는 힘들다. 다만 이들이 수학적으로 두개의 독립된 식의 해라는 것은 분명하다. 특히 optical fiber의 유전율 ϵ_1 및 투자율 μ_1 이 진공중의 ϵ_0 및 μ_0 에 접근하면 HE_{11} mode가 TEM wave에 접근함을 보일 수 있으며, 차단 주파수가 존재하지 않게 된다.

그러나 이 mode문제는 평면 도파관에서의 물리적인 이해와 동일한 방법으로 mode의 문제를 볼 수 있으리라 믿어진다. 즉 그림 7(a)에서 단면에서의 mode형성은 그림 3(b)와 같은 mode 조건을 만족하여야 하며, 유전체 경계면에서의

위상지연을 고려해 주어야 할 것이다. 이 위상 지연은 경계면에 입사되는 평면파의 입사각의 함수 임에 유의하여야 한다. 그림 7(b)에 z 방향으로 전송되는 k vector를 보였다. mode에 따라 k vector의 z 와 짓는 각이 다를것임에 유의하여야 한다.

參 考 文 獻

- 1) H.K. Lotsh, J, Opt. Soc. Am. 58, 551(1968).
- 2) P.K. Tien, Applied Optics, 10, 2395(1971).
- 3) N.S. Kapany and J.J. Burke, Optical Waveguides, Academic Press, New York 1972.