<論 文>

墨湖港의 波浪特性

Statistical Characteristics of Sea Waves at Mookho

沈 名 弼**
Shim, Myung Pil
安 守 漢*
Ahn, Soo Hahn

Abstract

The statatistical characteristics and spectra of sea waves at Mookho were analysed by several statistical methods. As the results, the following conclusions are obtained:

1. Values of surface elevation of sea wave are better fitted to Gram Charlier distribution than Gaussian distribution. This proves that sea waves have not only characters of irregularity but also non-linearity.

2. Distribution of maxima of surface elevation practically follows the distribution of Cartwright and Longuet-Higgins, also spectral width parameter is found to be increased with the increase of root mean square of surface elevation.

3. Sea wave may have spectrum of broad frequency band, however distributions of wave heights and periods follow the Rayleigh distribution which is derived from the assumption of narrow frequency band.

4. Ratios among mean wave heights from observed data show good agreements with theoretical values from Rayleigh distribution.

5. Spectral density and spectral width parameter increase with increase of wind velocity. And wave period at optimum band has higher value than significant wave period by about 10 percent.

1. 序 論

港灣이나 海岸構造物을 計劃하거나 設計하는데 있어서 波浪의 屈折, 回折等 波浪의 變形이나 波壓等 波浪의 作用을 從來엔 마치 단일한 波高 周期의 規則波로 보고 計算하는 것이 보통이었다. 그러나 實際 바다의 波浪은 Fig. 1-1에서 볼 수 있듯이 매우 不規則할 뿐만 아니라 非線形性이므로, 各波마다 波高나 周期도 달라 단일한 規則波로 보고 計算한다면 正確한 答을 얻을 수가 없다. 그러므로 이와 같은 不規則波의 作用을 알기 위해서 波浪의 波高나 周期等 統計的 特性이나 Spectrum의 特性等에 關해 많은 硏究가 행해져 왔다.

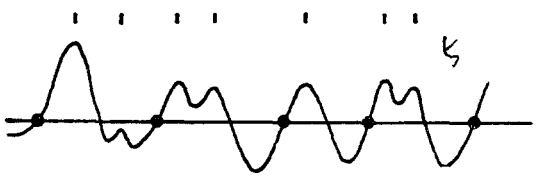

Fig. 1-1. Definition of wave height and wave period

1977年 5月 31日 授受
*本會會長·서울工大敎授(工博)
**蔚山工大講師(工碩)

Longuet-Higgins[1]는 波浪의 Spectrum이 좁은 周波數帶(frquency band)를 가질때는 波高의 確率分布는 Rayleigh分布에 따른다고 하며, 波高의 自乘平均平方根(root-mean-square of wave height)과 有義波法에 의한 平均波의 波高와의 關係, 그리고 波數에 따른 最大波高等을 理論的으로 求했으며, Bretschneider는[2] 周期의 자승의 分布도 Rayleigh分布에 따른다고 半經驗的으로 提案했다.

Goodknight와 Russel[3], Collins[4], Liu와 Housley[5], 合田과 永井[4], Dattati[5]等에 의하면 다른 條件이나 狀況아래서도, 즉 Spectrum의 周波數帶가 넓을 때도 Zero up Cross法에 의해 定義된 波高는 대체로 Rayleigh分布에 따른다고 하며 合田[6]도 數値實驗에 의해, Spectrum의 周波數帶에 의해서 決定되는 Spectral width parameter ε의 값에 관계 없다고 한다.

우리나라 東海岸의 경우도 波高, 周期의 分布가 Rayleigh 分布에 近似하다는 것이 立證되었다.[7][8][9]

波形의 極大値(maximum of surface elevation)의 分布는 Cartwright와 Longuet-Higgins에 의하면[10] Spectral width parameter ε와 波形의 自乘平均平方根(root mean square of surface elevation)의 函數로 나타낼 수 있으며 ε이 0에 가까우면 極大波形의 分布는 Rayleigh分布에 따르고 E이 1에 가까울 때는 Gaussian分布에 따른다고 한다.

波形(Surface elevation)의 分布는 Gaussian分布에 따른다고 알려져 있으나[4][6] 波浪이 非線形일 경우에는 Longuet Higgins, Kinsman[4]에 의하면 Gram Charier 分布에 가깝다고 한다.

不規則波의 平均波의 波高와 周期사이에도 場所에 따라서 微小한 差異는 있으나 一定한 關係가 있으며, Tucker[11], Draper[12] 등은 實測의 波形記錄으로 부터 짧은 時間에 平均波를 求할 수 있는 簡略 方法을 提案했다.

上記한 方法 外에도 波의 Spectrum을 解析하므로서 波의 發生發達, 變形등의 波의 特性을 알수 있으며 平均波의 波高도 Spectrum 密度함수를 積分하므로서 求할 수 있다.[4][6][13][14][15]波의 Spectrum密度함수는 그 時系列의 自己相關함수와 Fourier變換의 對應이 된다는 것이 Wiener Khintohine[16][17][18]에 依하여 證明되었고 그후 實際의 바다의 波의 Spectrum을 求하는 方法이 많이 硏究되고 있다. Taylor는 Spectrum解析의 方法을 系統的으로 記述하고, Tukey는 計算 結果의 有意性을 檢討할 수 있는 方法을 提案했으며 이 方法을 Blackman and Tukey는 더 發展시켜 現在에는 主로 이 두가지 方法이 數値計算에 使用되고 있으며[4][18][19]바다의 波의 非線形性을 生覺하여 Hasselman, Munk, Macdonald[20]등에 依해 波形의 高差의 moment를 分析하여 bispectrum, trispectrum등의 方法이 提案되고 있다. 이 外에에도 波의 Spectrum密度를 求하는 方法에는 Darbyshire[21], Burling[22], Bretschneider, Pierson and Moskowiz, Neuman, Roll and Fisher등에 依해[4] 平均波高, 周期 또는 風速을 母數로 하는 各種의 實測 또는 理論公式이 提案되고 있으나 最近에 이르기 까지도 Spectrum을 一般的인 式으로 나타낼 수 있을 만큼 充分한 資料는 마련되지 않았다.

本 論文에는 우리나라 墨湖港의 實測에 依한 波形記錄으로 부터 波形, 極大波形, 波高, 周期를 읽어 그들의 分布와 여러가지 理論分布와 比較 檢討하고 Energy Spectrum을 求하여 不規則波의 特性을 推定하고자 한다.

2. 不規則波의 表示法

Fig. 1-1과 같은 波形記錄으로 부터 波高 및 周期를 읽는 方法은 여러가지 있으나 一般的으로 Zero-up-cross 法과 Crest-to-Crest法[6][15][23][24][25]의 두 가지 方法이 主로 使用되며 Zero-up-Cross 法은 Fig. 1-1에서 (1)으로 表示한 것과 같이 水面이 上昇하면서 平均水位를 끊을 때를 波의 시작으로 보고, 그다음에 또 上昇하면서 平均水位를 끊을 때 까지의 時間을 波의 周期, 그 사이의 最高水位와 最低水位의 差를 波高로 하는 方法이다.

Crest to Crest法은 Fig. 1-1에서 (•)으로 表示한 것과 같이 波高는 波峯과 波谷사이의 延直距離를 取하고 周期는 波峯과 波峯사이의 時間을 取하는 方法이다.

Zero up cross法에서는 平均水位面을 橫斷하지 않는 波動을 無視하는 것이며 波浪의 多量의 記錄을 機械用으로 分析하는 데는 가장 合理用이나 平均水位面을 定해야 하는 難點이 있다. Crest-to-crest法은 平均水位面을 求할 必要는 없으나 微小한 물결도 하나의 波로 取하게 되는 難點이 있다.

1) 不規則波의 表示法[3][4][15]

不規則波를 表示하는 方法으로 다음과 같은 두가지 方法이 使用되고 있다.

a) 有義波法

一連의 波形記錄으로 부터 모든 波의 波高를 크기順으로 羅列했을 때 全波數의 1/3波數를 取하여 그 波高 및 周期를 平均하여 各各 $H_{\frac{1}{3}}$, $T_{\frac{1}{3}}$이라 할때 波高 $H_{\frac{1}{3}}$ 및 周期 $T_{\frac{1}{3}}$을 갖는 波를 $\frac{1}{3}$ 最大波 또는 有義波(Significant wave)라고 하며, 不規則波를 有義波로서 表示하는 方法을 有義波法이라 한다.

狀況에 따라선 다른 代表波, 즉 平均波, 1/10最大波高大波等을 使用하여 不規則波를 表示하는 경우도 있으며 우리나라에서는 有義波를 使用하고 있다.

i) 平均波 ; 一連의 波形記錄으로 부터 모든 波의 波高를 平均한 것을 $\overline{H}$, 周期를 平均한 것을 $\overline{T}$라 할 때, $\overline{H}$,$\overline{T}$를 갖는 것 같은 波

ii) 1/10最大波 ; 波高를 크기 順으로 羅列했을 때 全波數의 1/10波數를 取하여 그 波高 및 周期를 平均하여 각각 $H_{1/10}$, $T_{1/10}$이라 했을 때 波高 $H_{1/10}$ 및 周期 $T_{1/10}$을 갖는 波

iii) 最高波 ; 記錄中에 나타나는 最大波高를 나타내는 波로서 그때의 波高를 Hmax, 그 周期를 Tmax로 한다 .

b) Energy spectrum에 依한 表示方法

不規則波를 波高나 周期가 다른 無數한 많은 正絃波의 合으로 보고 그 成分波의 周波數에 對해 Energy가 어떻게 分布하느냐를 表示하는 方法이다. 유의波法에 依한 계산方法은 規則波에 관한 理論이나 實驗結果등을 그대로 利用할 수 있으므로 便利하고 計算도 간단한 利點이 있으나 實際의 바다의 波의 不規則性을 어느정도는 簡略化하고 있으므로 問題에 따라선 不正確한 答을 줄수도 있다. spectrum法에서는 바다의 波가 嚴密한 線形性을 期待할 수는 없으나 實用上 見地에서 近似的으로 線形性이 成立한다고 假定할때, Spectrum에 依한 다음과 같은 現狀을 解析할 수 있다.[15]

1) 回折作用에 依한 波의 特性의 變化
2) 屈折作用에 依한 波의 特性의 變化
3) 副振動, 즉 長周期에 依한 港이나 灣의 强制振動
4) 물 粒子의 加速度에 比例해서 構造物에 作用하는 慣性力
5) 慣性力에 依해 일어나는 構造物의 變形
6) 波高가 그다지 크지 않을 境遇의 波의 壓力
7) 波에 依한 배의 動搖(Rolling)

그러나 線形性을 假定할 수 없는 現狀의 例로서는 다음과 같은 것을 들 수 있다.

1) 물 粒子의 速度의 자승에 比例하는 構造物에 作用하는 抗力
2) 波高가 큰 境遇의 波의 壓力
3) 砕波에 依한 波壓 또는 波力
4) 越波에 依한 防波提의 背後로 흐르는 水量 즉 越波量
5) 越波에 依한 打入波에 依해 防波提 背後에 再生되는 傳達

3. 波形의 分布

한點에 있어서 時間의 함수로 나타내지는 波形(Surface elevation) η의 出現頻度 分布는 一般的으로 Gaussian 分布 또는 Gram Charlier分布로 나타낼 수 있다.[4][6]

1) Gaussian分布

波浪의 變動成分이 서로 獨立하고 單純한 Sine成分의 合, 즉 線形性이라 假定할 때, 充分히 긴 時間동안의 平均水位 $\eta=0$이라 하면 η의 確率密度 $P(\eta)$는 다음 式으로 表示된다.

$$P(\eta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}} \quad \cdots\cdots(1)$$

여기서,

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\eta_i-\bar{\eta})^2$$

σ는 標準偏差로 $\sigma=\sqrt{\eta^2}$이고

N; 총 data數

2) Gram Charier分布[26]

η의 成分이 非線形이 아닌 境遇, 水壓式 波高計의 水壓波의 變動. Swell, 배의 運動은 近似的으로 式(1)을 滿足할 수 있으나 바람에 依한 碎波나 그 밖의 非線形의 影響을 받을 때에는 η의 分布는 Gram Charlier分布로 나타낼 수 있으며 다음 式으로 表示된다.

$$P(\eta)=\frac{e^{\frac{\eta^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\left[1+\frac{1}{6}\sqrt{\beta_1}H_3+\frac{1}{24}(\beta_2-3)H_4\right] \quad (2)$$

여기서,

$H_3=\eta^3-3\eta$

$H_4=\eta^4-6\eta^2+3$

$\sqrt{\beta_1}$은 Skewness이고 β_2는 Kurtosis로 η의 平均値 둘레의 Moment μ_i로 나타낼 수 있다.

$\mu_i=\sum^{N}\frac{f_i(\eta_i-\eta)^i}{N}$이면

$\sqrt{\beta_1}=\frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$, $\beta_2=\frac{\mu_4}{\mu_2^2}$

f_i는 η의 區間內의 度數이다.

3) 實測値와 比較 및 檢討

1971年 墨湖港에서 Step式 自記波高計로 관측한 20分間의 波形 記錄으로 부터 風速이 각각 다른 境遇를 各其 取하여 電子計算機에 依해 1秒 間隔으로 읽은 波形 η의 度數分布를 求한 것이 Fig. 1에서 Fig.4이다. 이 實測値와 比較하기 爲해 式(1), (2)에 依해 理論値를 求하여 그림에서 각각 實線과 點線으로 表示했다.

實測値와 Gaussian分布 및 Gram Charier分布에 依한 理論値와의 符合程度를 比較하기 위해 χ^2-test를 하여 χ^2檢定値, χ^2의 일어나는 超過確率, 自由度(d.f.)를 각각 求하였다. 이들의 값과 風速U η의 root-mean-square σ, Skewness $\sqrt{\beta_1}$, Kurtosis β_2,η의 읽는 data數

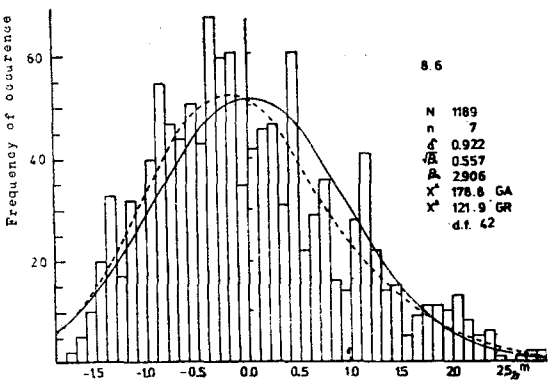

Fig. 1. Comparison of surface elevation frequency with theoretical distribution

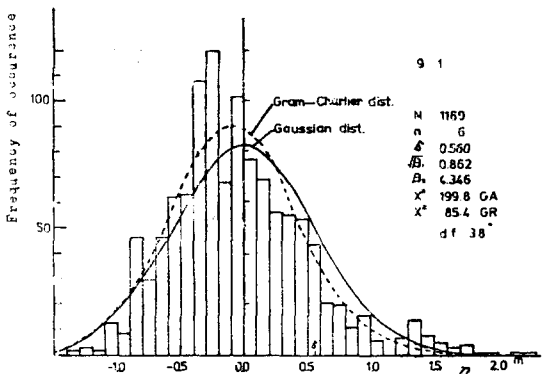

Fig. 2. Comparison of surface elevation frequency with theoretical distribution

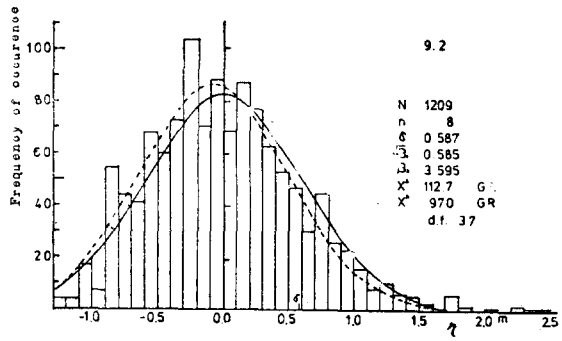

Fig. 3. Comparison of surface elevation frequency with theoretical distribution

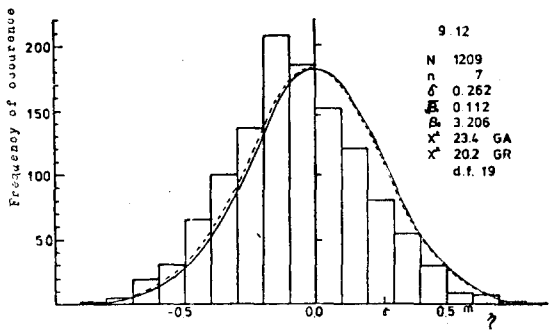

Fig. 4. Comparison of surface elevation frequency with theoretical distribution

<表-1> η의 分布와 Gaussian分布 및 Gram Charlier分布와의 比較

	U (m/sec)	N	σ	$\sqrt{\beta_1}$	β_2	d.f.	χ^2		P
1971.8.5 23 : 50～24 : 10	15.58	1159	1.120	0.986	4.638	42	GA	274.7	P <0.005
							GR	175.6	P <0.005
8.6 3 : 50～4 : 10	3.65	1189	0.922	0.557	2.906	42	GA	178.8	P <0.005
							GR	121.9	P <0.005
9.1 15 : 50～16 : 10	1.75	1169	0.560	0.862	4.346	38	GA	199.8	P <0.005
							GR	85.4	P <0.005
9.2 3 : 50～4 : 10	0.58	1209	0.587	0.585	3.595	37	GA	112.7	P <0.005
							GR	97.0	P <0.005
9.12 21 : 50～22 : 10	1.75	1209	0.262	0.112	3.206	19	GA	23.4	0.05<P<0.10
							GR	20.4	0.10<P<0.25

N등을 求한 것이 表1이다.

η의 概略的인 分布를 알기 위해 η/σ에 對한 η의 超過確率을 求해서 Fig. 5, Fig. 6에서 Gaussian分布와 Gram Charlier分布에 依한 η의 理論 超過確率을 曲線

으로 나타냈고 實測値의 超過確率은 plot했다.

Fig. 1부터 Fig. 6에서 보면 一般的으로 η의 分布는 理論値에 近似하나 η는 平均水位에 對하여 對稱하지 않고 (−)쪽 보다는 (+)쪽으로 더 넓게 分布하며 理論値보다는 實測値의 極大波形(maximum of surface elevation)이 크다는 것을 알 수 있다.

또 Skewness는 $\sqrt{\beta_1}>0$. Kurtosis는 $\beta_2>3$이고 χ^2의 값도 Gram Charior의 境遇가 Gauttian分布인 境遇보다 더 적으므로 η의 分布는 Gaussian分布보다 Gram Charier分布에 더욱 近似하다고 할 수 있다.

그러므로 Gaussian分布는 波形 η의 分布를 나타내는 데는 適合치 않으므로 η의 成分이 線形이라는 假定은 嚴密한 意味에선 옳지 않다고 할 수 있다.

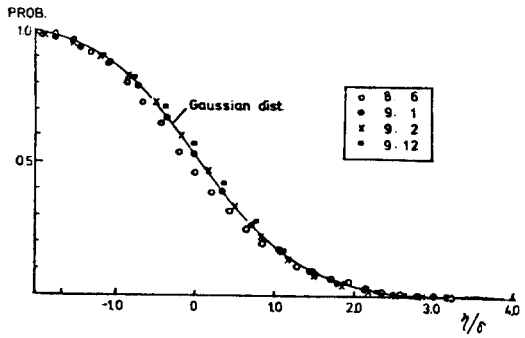

Fig. 5. Comparison of probability exceedance of surface eleuation with Gaussian distribution

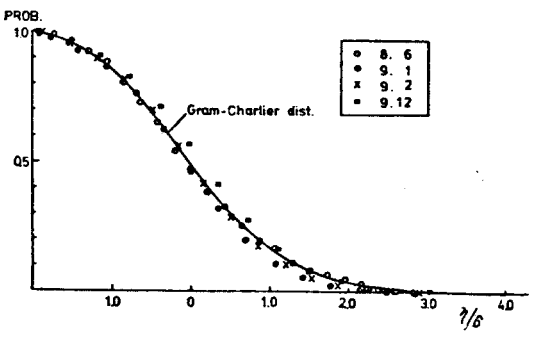

Fig. 6. Comparison of probability exceedance of surface eleuation with Gram-Charlier distribution

4. 極大波形의 分布(Distribution of maxima of surface elevation)

앞 節에서 求한 波形의 極大値, 즉 Fig. 3-1에서의 極大波形 η max의 分布는 波浪의 周波數帶(frequency band)와 關係하며, 波高의 分布와 統計的인 關聯이 있다.

ηmax의 分布는 波浪의 Spectrum이 좁은 周波數帶를 가질때는 Rayleigh分布를 따르며[1] 다음 式으로 表示된다.

$$P(\eta\max)=\frac{\eta\max}{\sigma^2}\exp\left[-\frac{\eta^2\max}{2\sigma^2}\right] \quad \cdots\cdots(3)$$

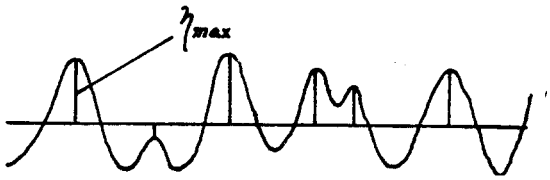

Fig. 7. Definition of maximum of surface elevation

ηmax의 平均値는 다음과 같이 求할 수 있다.

$$\eta\max=\int_{-\infty}^{\infty}\eta\max\ P(\eta\max)d\eta\max=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma \quad \cdots\cdots(4)$$

式(3)은 波浪이 좁은 周波數帶를 가질 경우이고, 實際 바다의 波浪에는 반드시 適用되는 것은 아니며, 一般的으로 波浪의, spectrum이 넓은 周波數帶를 가질 때는 ηmax의 確率分布는 spectral width parameter ε을 使用하여 다음 式으로 나타낼 수 있다.[10]

$$P(\eta\max)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\left\{\varepsilon\exp\left[-\frac{\chi^2}{2\varepsilon^2}\right]+(1-\varepsilon^2)\frac{1}{2}\chi\exp\left[-\frac{\chi^2}{2}\right]\int_{-\infty}^{\chi\sqrt{1-\varepsilon^2}/\varepsilon}\frac{\exp[-t^2]dt}{2}\right\} \quad \cdots\cdots(5)$$

여기서,

$$\chi=\frac{\eta\max}{\sigma}$$

$$\sigma=\sqrt{\eta^2}$$

$$\varepsilon^2=\frac{m_0m_4-m_2^2}{m_0m_4} \quad \cdots\cdots(6)$$

$$m_n=\int_0^{\infty}E(f)f^n df \quad \cdots\cdots(7)$$

$E(f)$는 波浪의 Spectrum密度이고,

f는 周波數, m_n은 $E(f)$의 n次 moment이다.

實際의 바다의 波浪의 Spectrum은 Phillips[27]의 次元解析에 의해 Spectrum密度는

$$E(f)=\alpha g^2f^{-5}$$

로 나타낼 수 있다.

여기서 g; 重力加速度

α; 상수

Spectrum의 計算幅을 $f_0<f<kf^0$로 限定하면 (k는 任意의 常數)式(6), (7)에 依해

$$\varepsilon^2=1-\frac{k^2-1}{k^2+1}\ \frac{1}{I_nK} \quad \cdots\cdots(8)$$

이 되고 k에 의한 Spectra wildth parameter ε^2의 값을

<表 2> k에 따른 ε의 값

k	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50	100	00
ϵ	0	0.37	0.52	0.60	0.65	0.76	0.82	0.84	0.85	0.86	0.88	1

求하면 表2와 같다.

kf_0는 分解能의 上限으로 ε은 0와 1사이의 값을 가지게 된다.

Spectrum의 計算幅이 0에 가까울때, 즉 $k\rightarrow1$일 때 $\varepsilon\rightarrow0$가 되므로 式(5)은

$$P(\eta\max)=\begin{cases}\frac{\chi}{\sigma}\exp\left[-\frac{\chi^2}{2}\right] & ;\ \chi\geq0\text{일때}\\ 0 & ;\ \chi<0\text{일때}\end{cases}$$

이 되고 式(3)과 같이 Rayleigh分布를 나타내며 좁은 幅의 spectrum을 가지게 되고 ηmax의 分布는 波高의 分布와 一致하게 된다.

또 spectrum의 計算幅이 무한대에 가까울때, 즉 $\varepsilon\rightarrow1$이 될때는 式(5)은

$$P(\eta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{\chi^2}{2}\right]\quad\cdots\cdots(9)$$

이 되고 式(1)과 같은 Gaussian分布를 나타내며, ηmax의 分布는 平均水位의 上下에 같은 頻度의 分布를 나타내고 있다. 즉 振幅이 微小한 短周期의 波가 振幅이 큰 長周期의 波에 겹쳐 있는 것 같은, spectrum 幅이 넓은 波를 나타내고 있다.

式(5)에 의한 ηmax의 平均値와 標準偏差를 求하면 다음과 같다.

$$\eta\max=\sqrt{\frac{\pi}{2}(1-\varepsilon^2)}\quad\cdots\cdots(10)$$

$$\sigma(\eta\max)=\sqrt{1-\left(\frac{\pi}{2}-1\right)(1-\varepsilon^2)}\quad\cdots\cdots(11)$$

윗 式으로 부터 ε이 증가함에 따라 ηmax의 平均値는 減少하고, 標準偏差는 增加한다는 것을 알 수 있다

한편 Spectral width parameter ε은 極大波形의 周期(Crest Period) To와 Zero-up-Crossing 周期로서 近似用으로 나타낼 수 있다.[5][6][10][11]

$$\varepsilon=\sqrt{1-\left(\frac{T_c}{T_z}\right)^2}$$

$$=\sqrt{1-\left(\frac{N_z}{N_c}\right)^2}\quad\cdots\cdots(12)$$

여기서, N_c; 기록에서의 極大波形(Crest)數

N_z; 기록에서의 Zero-up-Cross하는 數

式(12)은 Spectrum 計算을 하지 않아도 ε을 求할 수 있으므로 實用的이다.

式(5)에서 E에 따른 ηmax의 確率密度의 分布를 ηmax/σ에 의하여 無次元化하여 橫軸으로 잡고 나타내면 Fig.8과 같다.

式(5)으로부터 ηmax의 超過確率을 求하면 式(3-12)

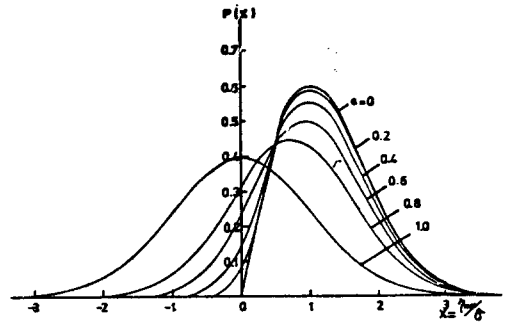

Fig. 8. Graph of probability of occurence of X for different values of ϵ

와 같다.

$$\tilde{P}(\chi)=\sqrt{\frac{1}{2}}\frac{\epsilon^2}{\pi}\left\{\int_x^\infty\exp\left[-\frac{1}{2}t^2\right]dt+(1-\epsilon^2)\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{1}{2}\chi^2\right]\int_{-\infty}^{x\sqrt{1-\epsilon^2}/\epsilon}\exp\left[-\frac{t^2}{2}\right]dt\right\}\quad\cdots\cdots(13)$$

式(13)에서 $\varepsilon\rightarrow0$이면

$$\tilde{P}(\chi)=\begin{cases}1 & ;\ \chi\leq0\\ \exp\left[-\frac{1}{2}\chi^2\right] & ;\ \chi\geq0\end{cases}\quad\cdots\cdots(14)$$

$\varepsilon\rightarrow1$이면

$$\tilde{P}(\chi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^\infty\exp\left[-\frac{1}{2}t^2\right]dt$$

이 되면 E에 따른 ηmax의 超過確率을 나타낸 것이 Fig. 9이다.

墨湖港의 實測値로 부터 ηmax의 出現頻度 分布를 나타낸 것이 Fig.10에서 Fig.12까지이고 式(5)에 의한 ηmax의 理論分布를 各各 曲線으로 나타냈다.

各 data의 Nc, Nz와 ε, 自由度(d.t) 및 χ^2檢定値를 求하면 表3과 같다.

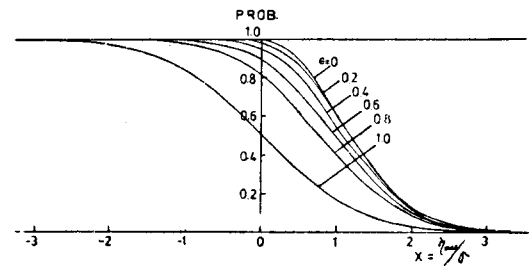

Fig. 9. Graphof the probability exceedance P (χ), for different Values of ε

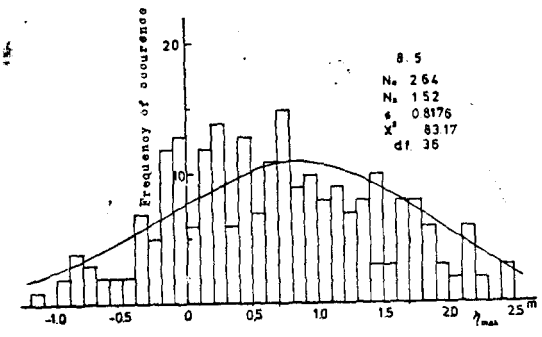

Fig. 10. Comparison of maximum of surface elevation theoretical distribution

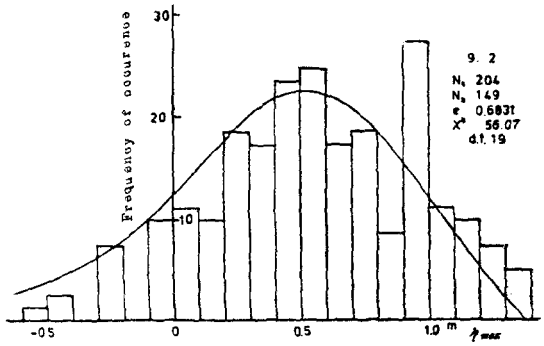

Fig. 12. Comparison of maximum of surface elevation with theoretical distribution

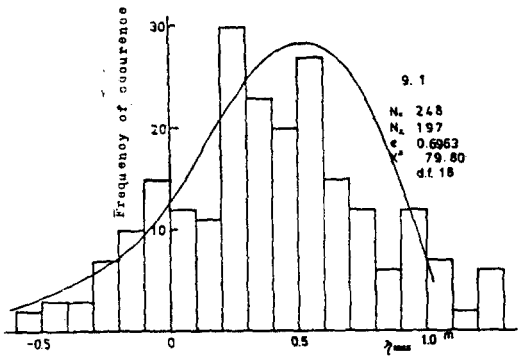

Fig. 11. Comparison of maximum of surface elevation theoretical distribution

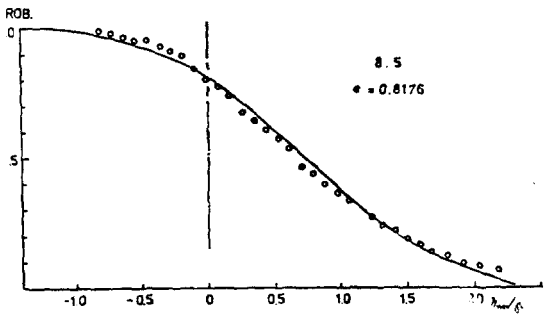

Fig. 13. Comparison of probability exceedance of maximumum of surface elevation with theoretical distribution

<表 3> ηmax의 分布와 理論分布의 比較

날 자	풍 속(m/sec)	σ	Nc	N2	E	d.f.	χ²	P
1971.8.5	15.58	1.120	254	152	0.8176	36	83.17	P <0.005
8.6	3.65	0.922	253	159	0.7779	22	65.35	P <0.005
9.1	1.75	0.560	248	178	0.6963	18	79.80	P <0.005
9.2	0.58	0.587	204	149	0.6831	19	56.07	P <0.005
9.12	1.75	0.262	212	159	0.6614	9	52.08	P <0.005

ηmax의 理論値와 實測値로 부터의 超過確率을 求하여 Fig. 13 Fig. 14에서 各各 曲線과 點으로 나타냈다.

以上에서 보면 ε은 대체로 0.6以上이며, 波形 η의 root-mean-square σ가 클수록 ε은 큰값을 나타내는 것

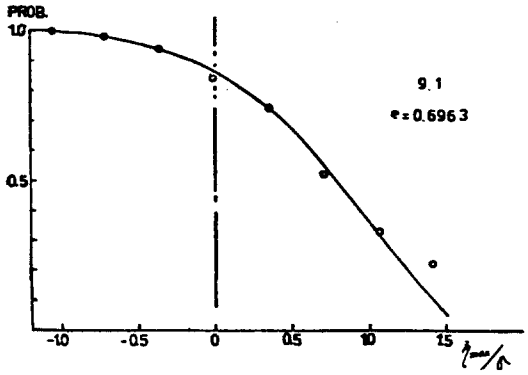

Fig. 14. Comparison of probability exceedance of maximumum of surface elevation with theoretical distribution

을 볼 수 있다.

5. 波高의 分布

波高의 出現頻度分布는 波가 좁은 周波數帶($\varepsilon=0$)를 가질 境遇 Rayleigh分布를 따른다.[(1)(4)(6)(12)(15)]

波高H는 極大波形 ηmax의 2倍이므로 式(4)에서

$$\overline{H}=\sqrt{2\pi}\,\sigma$$

式(3)에서 $\lambda=H/\overline{H}$라 할때

$$P(\lambda)=\frac{\pi}{2}\lambda\ \exp\left[-\frac{\pi}{4}\lambda^2\right] \cdots\cdots(15)$$

H의 確率密度함수는

$$P(H)=\frac{\pi}{2}\frac{H}{\overline{H}^2}\exp\left\{-\frac{\pi}{4}\left(\frac{H}{\overline{H}}\right)^2\right\} \cdots\cdots(16)$$

任意의 波高보다 큰 波高가 나타날 超過出現確率 $\tilde{P}(\lambda)$는 式(15) 또는 (16)를 積分함으로서 求할 수 있다

$$\tilde{P}(\chi)=-\int_0^{\lambda}P(\lambda)d\lambda=\exp\left[-\frac{\pi}{4}\lambda^2\right]=\exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{H}{\overline{H}}\right)^2\right] \cdots\cdots(17)$$

H의 原點 둘레의 moment를 Mn이라 하면

$$M_n=\int_0^{\infty}H^nP(H)dH \cdots\cdots(18)$$

式(18)에서

$$M_1=H$$

$$M^2=\frac{4}{\pi}H^2=8\sigma^2=H^2 \cdots\cdots(19)$$

$$Hrms=\sqrt{\overline{H^2}}=2\sqrt{2}\sigma$$

波高의 表準偏差는

$$\sigma(H)=\sqrt{\overline{H^2}-\overline{H}^2}=1.3102\sigma$$

이 된다.

實測의 波形記錄으로 부터 Zero-up-Cross法에 依해 波高 H를 定義하고 그 出現頻度를 나타내면 Fig.15, Fig.16이다.

그림에서 實線은 實測値의 $\overline{H}$를 使用하여 求한 Rayleigh分布이다. 實測値로 부터 Zero-up-Cross法에 依한 總 波數 N, 有義波法에서 定意한 $\overline{H}$, $H_{\frac{1}{3}}$, $H_{1/10}$, Hmax 및 χ^2 및 檢定値를 求하면 表4와 같다.

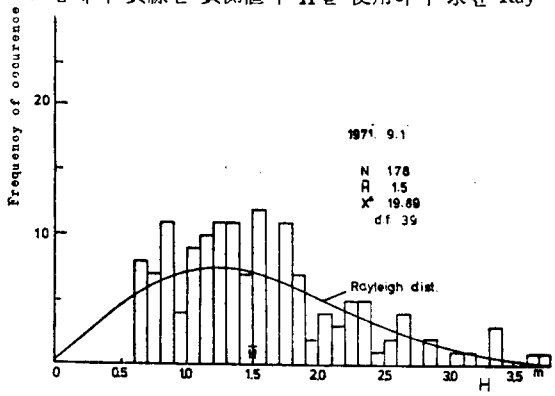

Fig. 15. Comparison of wave-height with Rayleigh distribution

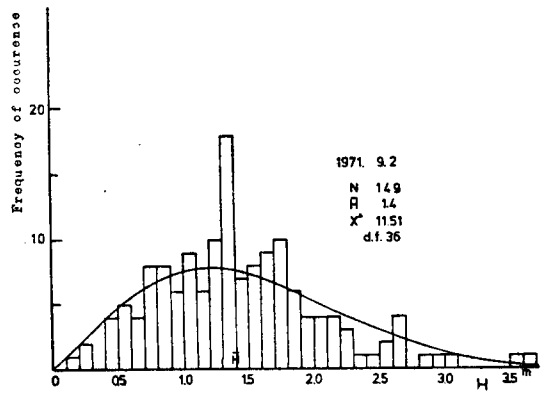

Fig. 16. Comparison of wave-height with Rayleigh distribution

<표 4> 波高 H의 平均波 및 理論分布와의 比較

날 자	N	$\overline{H}$	$H_{\frac{1}{3}}$	$H_{1/10}$	Hmax	d.f.	χ^2	P
1971. 8. 5	152	2.7	4.1	5.3	7.5	20	45.62	$P<0.005$
8. 5	159	2.3	3.5	4.1	4.8	39	37.95	$0.50<P<0.75$
9. 1	178	1.5	2.2	2.9	3.8	37	19.89	$0.99<P<0.995$
9. 2	149	1.4	2.2	2.7	3.7	36	11.51	$P>0.995$
9. 12	159	0.6	1.0	1.2	1.5	19	16.65	$0.50<P<0.75$

H의 理論値와 實測値의 超過確率을 求하여 Fig. 17에서 각각 曲線과 點으로 나타냈다.

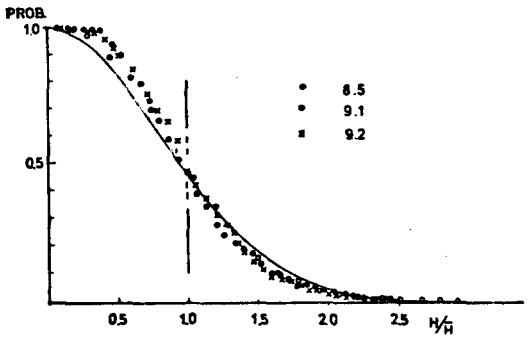

Fig. 17. Comparison of probability exceedance of wave-height with Rayleigh distribution

實測値의 分布와 Rayleigh分布를 比較해 보면 近似的으로 잘 맞는 편이나, 一般的으로 實測値는 平均波高($\bar{H}$) 부근에 많이 分布하고 있고 同時에 最大波高(Hmax)가 크기 때문에 實測値의 波高의 分布幅이 Rayleigh分布보다 넓다.

Fig. 17 超過確率圖에서 보아도 $H/\bar{H}<1$인 범위에서는 實測値가 理論曲線보다 큰 값을 가지는데 比하여 $H=\bar{H}$인 부근에서는 實測値와 理論値는 거의 부합하고 $H/\bar{H}$ 1인 범위에서 實測値는 理論曲線보다 낮은 값을 取하고 있다.

즉 平均波高가 낮은 波高 일수록 實測値는 理論値보다 出現頻度가 떨어지고, 平均波高에서는 거의 一致했다가 平均波高보다 波高가 높아질수록 점차 頻度는 떨어진다.

그러므로 平均波高 부근에 많은 度數가 나타난다는 것을 알 수 있다.

6. 周期의 分布

Bretschneidor에 依하면 波長의 分布도 波高의 分布와 마찬가지로 Rayleigh分布를 따른다고 한다.[2]

波長 L과 平均波長 $\bar{L}$와의 比를 $\psi=\frac{L}{\bar{L}}$라 할때 ψ의 確率分布는

$$P(\psi)=\frac{\pi}{2}\psi\ \exp\left[-\frac{\pi}{4}\psi^2\right] \quad \cdots\cdots(20)$$

로 나타내진다.

周期와 波長 사이에는 $L=\frac{gT^2}{2\pi}$의 關係가 있으므로 周期T와 平均周期 $\bar{T}$의 比를 $\tau=T/\bar{T}$라 할때 周期의 確率分布는

$$P(\tau)=2.7\ \tau^3\ \exp[-0.675\tau^4] \quad \cdots\cdots(21)$$

또는 $P(T)=2.7\frac{T^3}{\bar{T}^4}\exp\left[\ 0.675(\frac{T}{\bar{T}})^4\right]$

任意의 周期 T 보다 큰 周期가 나타날 超過確率 $\bar{P}(\tau)$는 式(21)를 積分하므로서 求할 수 있다.

$$\bar{P}(\tau)=1-\int_0^{\tau}P(\tau)d\tau$$
$$=\exp[-0.675\tau^4]$$
$$=\exp\left[-0\cdot675(\frac{T}{\bar{T}})^4\right] \quad \cdots\cdots(22)$$

Zero-up-Cross法에 依한 實測値 周期의 頻度分布를 求하면 Fig. 18부터 Fig. 21까지 이고 式(21)에 依해 理論値를 求하여 각각 曲線으로 表示했다.

有義波法에서의 平均波들의 周期와 理論値와 實測値의 χ^2檢定値 및 確率 P를 求하면 表5와 같다.

式(22)에 依해 超過確率을 求하여 Fig. 22에서 曲線으로 나타냈고 實測値에 依한 超過確率을 plot했다.

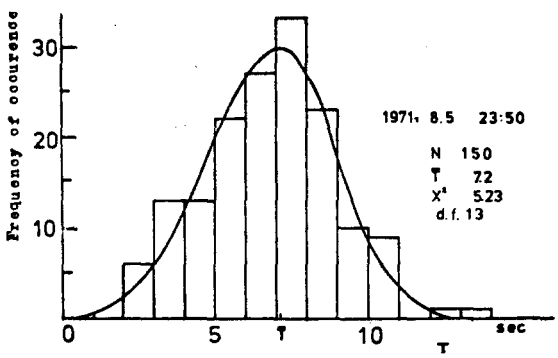

Fig. 18. Comparison of wave-period frequency with Rayleigh distribution

Fig. 18~Fig. 22에서 實測値에 依한 頻度分布와 Rayleigh分布를 比較해 보면, 波高의 分布와 마찬가지로 平均周期 부근에 많이 分布하고 있고, 波高의 分布에

<表 5> 平均波의 周期 및 理論과의 比較

날 자	N	$\bar{T}$	$T_{\frac{1}{3}}$	$T_{1/10}$	Tmax	d.f	χ^2	P
1971.8.5	152	7.2	8.3	8.5	7.8	13	5.23	0.95<P<0.975
8.6	159	7.4	8.7	8.4	8.6	11	15.36	0.10<P<0.25
9.6	197	7.9	9.0	9.2	10.4	13	9.39	0.5<P<0.75
9.2	149	7.8	8.7	9.2	12.3	12	12.12	0.25<P<0.50
9.12	159	7.8	7.6	7.4	8.2	12	17.63	0.10<P<0.25

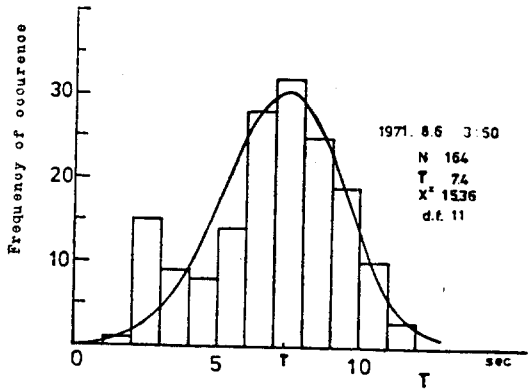

Fig. 19. Comparison of wave-period frequency with Rayleigh distribution

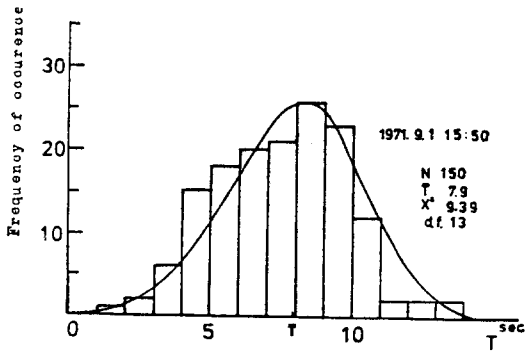

Fig. 20. Comparison of wave-period frequency with Rayleigh distribution

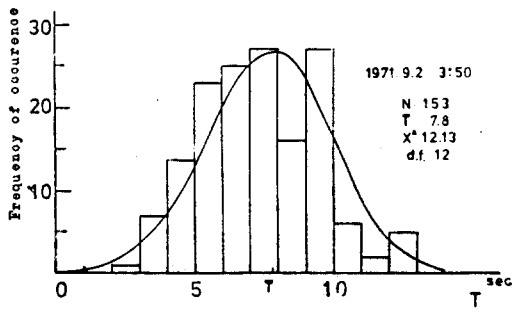

Fig. 21. Comparison of wave-period frequency with Rayleigh distribution

서 보다 Reyleigh分布에 더 잘 맞아 들어가는 경향이 있다.

Fig. 22의 超過確率度에서도 理論分布로 구한 값에 比較的 잘 맞는 편이나 상당한 범위에서 實測値 T의

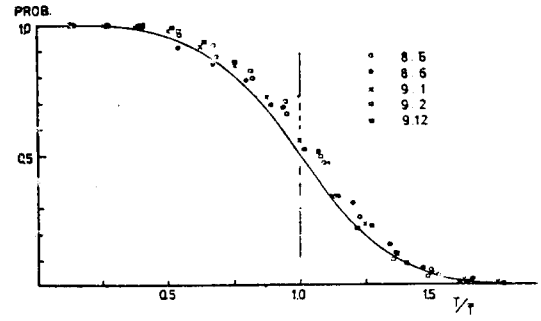

Fig. 22. Comparison of probability exceedance of wave-period with Rayleigh distribution

超過確率은 理論値보다 큰 값을 나타내므로 實測値의 周期가 理論値보다 대체로 조금 큰 값을 가진다는 것을 알 수 있다.

7. 平均波의 波高比 및 周期比

Rayleigh分布의 理論値와 實測値로 부터 有義波에서 定義한 平均波間의 關係를 求해 보기로 한다.

1) 波高比

Rayleigh分布에 依한 平均波의 波高 즉 $\overline{H}$, $H_{\frac{1}{3}}$, $H_{1/10}$, Hmax 사이의 波高比는 式(15), (17)을 積分하므로서 求할 수 있다.

$$\frac{H_{\frac{1}{3}}}{\overline{H}}=1.60$$

$$\frac{H_{1/10}}{\overline{H}}=2.03$$

이들의 關係에서

$$\frac{H_{1/10}}{H_{\frac{1}{3}}}=1.27$$

이 된다.

Hmax은 波數에 따라 다르고 Longet Higgins에 依하면 다음 式으로 나타낼 수 있다.[1]

$$\frac{Hmax}{Hr.m.s}=(InN)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}r(InN)^{-\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots(23)$$

(r;0.5772, L=Euler's constant)

윗 式은 式(7)에 依해 다음과 같이 된다.

$$\frac{Hmax}{\overline{H}}=1.128(\sqrt{InN}+\frac{r}{2\sqrt{InN}} \quad \cdots\cdots(24)$$

$$\frac{Hmax}{H_{\frac{1}{3}}}=0.706(\sqrt{InN}+\frac{r}{2\sqrt{InN}} \quad \cdots\cdots(25)$$

墨湖港의 波의 記錄에서는 波數가 大略 160 내외 이므로

$$\frac{Hmax}{\overline{H}}=2.6856$$

$$\frac{Hmax}{H_{\frac{1}{3}}}=1.6809$$

이 된다.

表6은 實測値의 平均波間의 波高比를 求한 것이다.

<表 6> 平均波 사이의 波高의 比

날 자	$H_{\frac{1}{3}}/\overline{H}$	$H_{1/10}/\overline{H}$	$H_{1/10}/H_{\frac{1}{3}}$	$Hmax/H_{\frac{1}{3}}$
1971. 8. 5	1.53	1.93	1.98	1.29
8. 6	1.51	1.77	1.17	1.34
9. 1	1.50	1.96	1.30	1.67
9. 2	1.46	1.85	1.26	1.67
9. 12	1.47	1.79	1.21	1.47

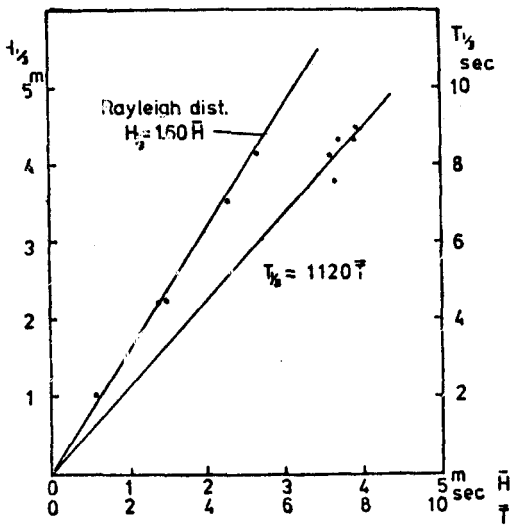

Fig. 23. Relations $\overline{H}$, and $H_{\frac{1}{3}}$, $\overline{T}$ and $T_{\frac{1}{3}}$

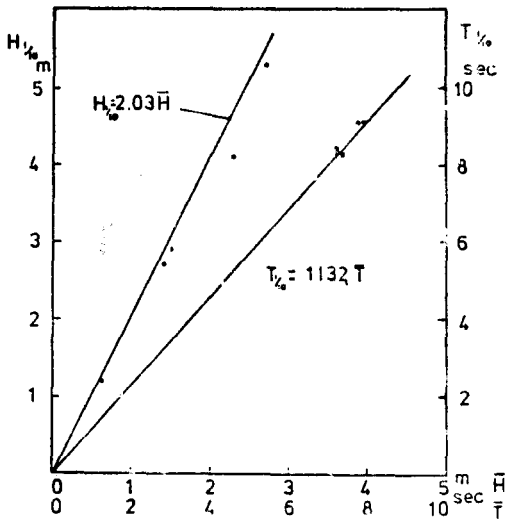

Fig. 24. Relations $\overline{H}$ and $H_{1/10}$, $\overline{T}$ and $T_{1/10}$

$H_{\frac{1}{3}}/\overline{H}$, $H_{1/10}/\overline{H}$, $H_{1/10}/H_{\frac{1}{3}}$,의 값들을 Fig. 23~Fig. 25에서 實測値로 부터 求한 값들을 각각 plot하고 Rayleigh分布에서 求한理論値를 直線으로 表示했다.

實測値에서 求한 平均波의 波高間의 比는 큰 差異가 없으며 Wiegel[1]은 태평양의 서로 다른 地點으로 부터 각각 觀測한 結果 10% 內의 差異가 있을 뿐 이라고 밝혔다. 墨湖港의 값들은 理論値 보다 조금 작은 값을 取하나, 理論値에 거의 一致하는 것을 볼 수 있다.

最小自乾法에 依해 이들의 關係를 求해서 다른 場所에서의 實測値 및 Rayleigh 分布, Pearson Ⅲ型分布에 依한 理論値와 比較한 것이 表7이다.

<表-7> 平均波사이의 波高比의 比較[4][7][8][9]

波 高 比	浦項 實測値	濟州 實測値	墨湖7年水壓式	太平洋 實測値	日本海 實測値	名古屋港實測値	Rayleigh分布	pearson Ⅲ分布	墨湖 71年 step式
$H_{\frac{1}{3}}/\overline{H}$	1.54	1.52	1.52	1.57	1.4	1.60	1.60	1.57	1.515
$H_{1/10}/\overline{H}$	1.94	1.89	1.89	2.02	1.82	—	1.03	1.94	1.898
$H_{1/10}/H_{\frac{1}{3}}$	1.26	1.25	1.24	1.29	1.3	1.30	1.27	1.29	1.252
$Hmax/H_{\frac{1}{3}}$	1.64	1.64	1.59	1.87	1.8	—	1.68	1.81	1.693

表7에서 보면 墨湖港(71年 Step式 波高計)의 平均波 사이의 波高比는 浦項, 濟州, 墨湖(水壓式 72年)의 實測値와 거의 비슷하며 우리나라 波浪의 波高比는 대체로 Rayleigh分布에 理論値波高比보다 낮은 값을 나타낸다.

2) 周期比

實測値로 부터 平均波의 周期, 즉 $\overline{T}$, $T_{\frac{1}{3}}$, $T_{1/10}$, Tmax 사이의 周期의 比를 求하면 表8과 같다.

表8의 값들을 각각 Fig. 23—Fig. 25에서 plot했고

<表 8> 平均波 사이의 周期의 比

날 자	$T_{\frac{1}{3}}/\overline{T}$	$T_{1/10}/\overline{T}$	$T_{1/10}/T_{\frac{1}{3}}$	$Tmax/T_{\frac{1}{3}}$
1971. 8. 5	1.15	1.18	1.02	0.94
8. 6	1.17	1.14	0.97	0.99
9. 1	1.17	1.16	1.02	1.15
9. 2	1.12	1.18	1.05	1.41
9. 12	1.04	1.01	0.97	1.08

最小自乘法에 依해 이들의 關係를 求해 他地域과 比較

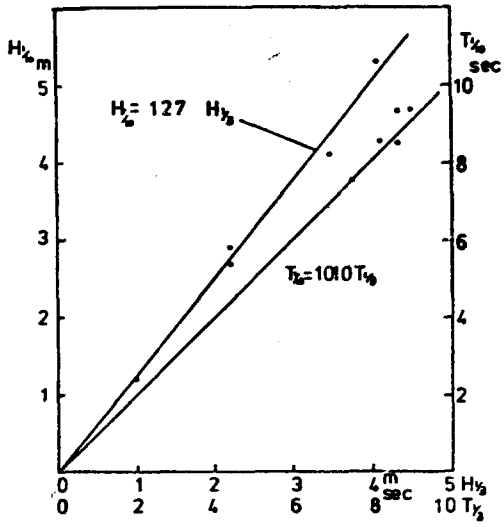

Fig. 25. Relations$H_{\frac{1}{3}}$ and $H_{1/10}$, $T_{\frac{1}{3}}$ and $T_{1/10}$

하면 表 9와 같다.

<表 9> 平均波의 周期比의 比較(4)(7)(8)(9)

周期比	浦 項	濟 州	墨湖72年 水壓式	名古屋	墨湖71年 Step式
$T_{\frac{1}{3}}/\overline{T}$	0.967	0.995	1.025	1.05	1.120
$T_{1/10}/\overline{T}$	0.971	0.978	1.019	0.97	1.132
$T_{1/10}/T_{\frac{1}{3}}$	1.04	0.982	0.994	—	1.010
$Tmax/T_{\frac{1}{3}}$	1.01	0.964	1.009	—	1.061

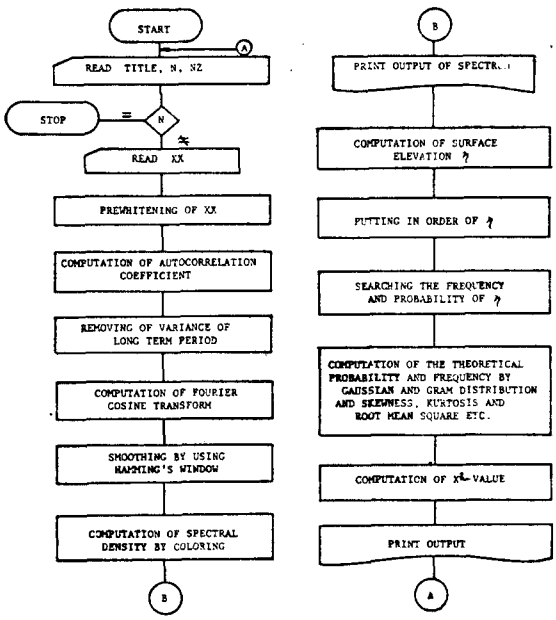

Fig. 26. Computation of power spectrum and comparision frequency distribution of surface elevation with theortical values

平均波의 周期比는 地域에 따라선 약간의 差異는 있으나 周期比 사이에는 거의 一定값을 나타낸다.

2—7 電算의 流通圖

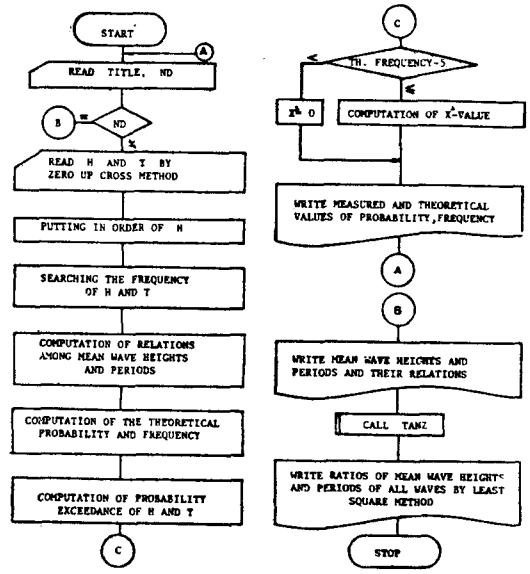

Fig. 27. computation of frequency distribution of wave height and period and relations of mean waves

8. 波浪의 Spectrum

8-1 波浪의 spectrum의 定義

有義波法은 不規則波를 解釋하는 代表的 方法으로 變動하는 갖가지의 平均量을 求할 수 있다. 이에 對하여 바다의 波를 波高나 週期가 各各 다른 無數한 정현파의 合으로 보고 그 週波數 成分마다 얼마간의 energy를 가지고 있는 가를 表示하는 것이 波의 spectrum이며 power spectrum 또는 energy spectrum이라고도 한다.

平均水位부터 水面上昇量을 $\eta(t)$라 하면 이것은 式(26)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta(t)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\mathrm{Cos}(2\pi f_n t-\alpha_n)\cdots\cdots(26)$$

여기서, a_n; n번째의 波 진폭

f_n; 週波數$(1/T_n)$

α_n; 位相差

無限個의 成分波를 생각하므로 各 成分波의 振幅 a_n은 無限小이므로 單一 成分波의 energy를 생각하면 無意味하다. 그러므로 週波數 $f=f\sim f+df$의 범위의 모든 成分波의 energy를 생각하면, 波浪의 Energy는 振幅의 제곱에 比例하므로 다음 式으로 表示할 수 있다.

$$\sum_{f}^{f+df}\frac{1}{2}a_n^2=E(f)df$$

이 $E(f)$가 波浪 energy의 分布를 表示하는 函數로 波浪의 energy spectrum 密度 혹은 波浪 spectrum이라 한다.

實際의 波形의 記錄에서 $E(f)$를 求하기 爲해서는 특수한 spectrum 分析機가 使用되기도 하나, 波形의 自己相關函數를 計算하여 이것을 Fourier 변환하는 것이 보통으로 一般的으로 電子計算機에 依해서 計算한다.

8-2 自己相關函數와 spectrum 密度와의 關係[15][17][18][19]

時間의 函數 $\chi(t)$가 周期 $T=\frac{2\pi}{\omega_0}$인 周期函數인 경우 Fourier series로 展開하면

$$\chi(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n\exp[i_n\omega_0 t]\cdots\cdots(27)$$

$$C_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\chi(t)\exp[-i_n\omega_0 t]dt$$

가 된다.

$\chi(t)$가 非周期 函數인 경우 $T\to\infty$로 두고 Fourier變換을 求하면

$$\chi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(f)\exp[i2\pi ft]df\cdots\cdots(28)$$

$$F(f)=\int_{-\infty}^{\infty}\chi(t)\exp[-i2\pi ft]dt$$

式(28)로부터 $\chi^2(t)$와 Fourier 變換 $F(f)$와는 다음의 關係가 있다.

$$\int_{-\infty}^{\infty}\chi^2(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}|F(f)|^2df\cdots\cdots(29)$$

$|F(f)|^2$은 偶函數이므로

$$\int_{-\infty}^{\infty}\chi^2(t)dt=2\int_{\infty}^{\infty}|F(f)|^2df\cdots\cdots(30)$$

實際의 波와 같은 不規則 變動은 現象을 充實히 表現하기 위해서는 하나의 變動만을 생각하는 것이 아니고 合成된 變動을 생각해야 한다.

이러한 合成된 不規則 變動속에서 하나의 變動만을 빼내어 $t=-\infty$에서 $t=\infty$까지 계속 된다고 하는 경우 Fourier變換을 求할 수 없지만 變動 $\chi(t)$를 $-\frac{T}{2}<t<\frac{T}{2}$ 區間에서는 $\chi_T(t)$, 그 밖의 區間에서는 0가 되는 $\chi_T(t)$를 생각하면 Fourier 變換을 求할 수 있다.

$$\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\chi^2T(t)dt=\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}\chi^2T(t)dt$$

$$=\frac{2}{T}\int_{0}^{\infty}|F_T(f)|^2df\cdots\cdots(31)$$

$T\to\infty$일때의 $\chi^2(t)$의 平均値를 求하면,

$$\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}\chi^2(t)dt=\int_{0}^{\infty}\lim_{T\to\infty}\left\{\frac{2}{T}|F_T(f)|^2\right\}df\cdots\cdots(32)$$

여기서 $\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}\chi^2(t)dt=\int_{0}^{\infty}E(f)df$로 두면

$$E(f)=\lim_{T\to\infty}\left\{\frac{2}{T}|F_T(f)|^2\right\}\cdots\cdots(33)$$

이 $E(f)$를 函數 $\chi(t)$의 spectrum 密度函數라 한다.

$\chi_T(t)$의 自己相關函數를 $R_T(\tau)$라 하면

$$R(\tau)=\lim_{T\to\infty}R_T(\tau)$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\chi_T(t)\chi_T(t+\tau)dt\cdots\cdots(34)$$

즉 $R(\tau)$는 어떤 時刻 t에 있어서 變量 $\chi(t)$와 그로부터 τ時間만큼 경과한 時刻 $t+\tau$에서의 變量 $\chi(t+\tau)$를 곱한값의 時間에 對한 平均값이다.

$R(\tau)$의 Faurier 變換을 求하면

$$\int_{-\infty}^{\infty}R_T(\tau)\exp[-i2\pi f\tau]d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}\chi_T(t)\chi_T(t+\tau)dt\right\}\exp[-i2\pi f\tau]d\tau$$

$$=\frac{1}{T}\overline{F_T(f)}\cdot F_{(T)}(f)$$

$$=\frac{1}{T}|F_T(f)|^2\cdots\cdots(35)$$

따라서

$$\int_{-\infty}^{\infty}R(\tau)\exp[-i2\pi f\tau]d\tau=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}|F_T(f)|^2\cdots\cdots(36)$$

式(33)과 (34)으로부터

$$E(f)=2\int_{-\infty}^{\infty}R(\tau)\exp[-i2\pi f\tau]d\tau\cdots\cdots(37)$$

$$R(\tau)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}E(f)\exp[i2\pi f\tau]df$$

$E(f)$는 偶函數이므로 式(37)은 다음式으로 表示할 수 있다.

$$R(\tau)=\int_{0}^{\infty}E(f)\cos2\pi f\tau df\cdots\cdots(38)$$

$$E(f)=4\int_{0}^{\infty}R(\tau)\cos2\pi f\tau d\tau$$

式(38)가 Wiener Khinchin의 關係式이며 以上과 같이 Spectrum 密度函數는 自己相關函數의 Fourier變換에 의해 求할 수 있다.

8-3 Spectrum의 計算 方法

spectrum 密度函數가 그 時刻列의 自己相關函數와 Fourier 變換의 對應이 된다는것이 Wiener Khinchine에 의해 證明된 後 實際 바다의 波浪의 spectrum을 求하는 方法이 많이 硏究되어 왔다.

現在에는 主로 Tuckey의 方法과 이 方法을 더 發展시킨 Blackman과 Tukey의 方法이 使用되고 있다. Blackman과 Tukey方法은 Tuckey의 方法과 달리, 波形記錄에서 任意 基準線으로 부터 읽은 값을 직접 計算에 使用할 수 있고, 計算의 初期의 段階에서 白色雜音(White noise)을 포함시키므로 周波數에 關한 spect-

rum密度의 變動이 적게 되어 平滑한 spectrum을 얻을 수 있고 또 基準線으로 부터 읽을때 基準線이 약간의 傾斜가 있을 경우 및 波形에 長周期의 變動이 실려 있을 경우도 비교적 정확하게 計算할 수 있는 利點이 있으므로 本論文에서는 Blackman과 Turcky의 方法을 使用하여 墨湖港의 spectrum을 求하였으며 이 方法은 다음과 같다.

1) Blackman과 Tukey의 方法[18][19]

① 波形記錄에서 어떤 基準面으로 부터 Δt時間 간격으로 波形을 읽어 그 값을 $\chi_1, \chi_2, \cdots\cdots \chi_n, \chi_{n+1}$이라 한다.

② 이들의 값에 白色化(Prewhitening)하여, spectrum이 平坦化 되도록 한다.

$$\chi_n = \chi_n - 0.6\chi_{n-1} \cdots\cdots (39)$$

③ 다음式에 의해 自己相關函數를 求한다.

$$C_r^1 = \frac{1}{N-r}\sum_{k=1}^{N-r}\overline{\chi_k}\cdot\overline{\chi_{k+r}} - \left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\overline{\chi_k}\right)^2 \cdots\cdots (40)$$

$(r=0, 1, 2, 3, \cdots\cdots, m)$

④ 相關函數로 부터 Linear-trend의 영향을 除去한다.

$$C_r = C_r^1 - \frac{1}{12}\alpha_u^{-2}\lambda_r \qquad (r=0, 1, 2, , m)$$

$$= C_r^1 - \frac{3}{16}\left\{1-\frac{1}{N^2}-2\left(\frac{r}{N}\right)-2\left(\frac{r}{N}\right)^2\right\}\left(\overline{\chi_+}-\overline{\chi_-}\right)^2 \quad (41)$$

여기서 $\overline{\chi_+}$, $\overline{\chi_-}$는 각각 時刻列 $\chi(t)$의 앞의 $\frac{1}{3}$과 뒤에서 $\frac{1}{3}$의 平均値이다.

$$\overline{\alpha_u} = \frac{1}{\Delta t\cdot q(N-q)}\left\{\sum_{k=N-q}^{N}\chi_k - \sum_{k=1}^{q}\chi_k\right\}$$

$$= \frac{1}{\Delta t(N-q)}\left\{\overline{\chi_-}-\overline{\chi_+}\right\}$$

$$q = \frac{N}{3} \cdots\cdots (42)$$

$$\lambda_r = N^2\Delta t^2\left\{1-\frac{1}{N^2}-2\left(\frac{r}{n}\right)-2\left(\frac{r}{n}\right)_2\right\}$$

⑤ C_k의 Fourier cosine變換을 求한다.

$$E_r = E\left(\frac{r\cdot f_c}{m}\right)$$

$$= C_0 + 2\sum_{k=1}^{m-1}C_k\cos\left(\frac{\pi kr}{m}\right) + C_m\cos(\pi r)\Delta t \cdots\cdots (43)$$

spectrum의 推定誤差를 작게하기 위해 Hamming의 Window를 使用하여 平滑化 한다.

$$P_0 = 0.5E_0 + 0.5E_1$$

$$P_0 = P\left(\frac{r\cdot f_c}{m}\right) \cdots\cdots (44)$$

$$= 0.25E_{r-1} + 0.5E_r + 0.25E_{r+1}$$

$$(1\leq r\leq m-1)$$

$$P_m = 0.5E_{m-1} + 0.5E_m$$

⑥ ②에서 prewhitening을 行하면 원래의 값(data)의 spectrum을 얻기 위한 修正, 즉 復色(colouring)을 行할 必要가 있다.

復色을 하는 方法은 prewhitening에 對應하여 決定되며, ②에서 行한 白色化에 對해서는 다음과 같이 된다.

$$\tilde{P}_0 = \frac{u}{n-m}\cdot\frac{1}{1.36-1.20\cos\dfrac{2\pi}{6m}}P_0$$

$$\tilde{P}_r = \frac{1}{1.36-1.20\cos\dfrac{2\pi r}{2m}}P_r \quad (1\leq r\leq m-1)$$

$$\tilde{P}_m = \frac{1}{1.36-1.20\cos\left(1-\dfrac{1}{6m}\right)2\pi}P_m$$

이 $\overline{P_r}$이 周波數 $f_r = \frac{r}{2\Delta tm}$에 對應하는 spectrum 密度이다.

3-4 墨湖港의 Spectrum

墨湖港 波形記錄으로 Blackman and Tukey 方法에 의해 電子計算機를 使用하여 spectrum을 求한 것이 Fig.8이며 약 20分間의 記錄을 $\Delta t=1$ 秒 間隔으로 읽었으므로 data의 總數 N은 1200 내외가 된다.

最大 lagtime $\Delta tm=60$秒로 정하였으므로 $m=60$이되고 分解能(resolution) R 및 自由度 F는 다음 式에 依

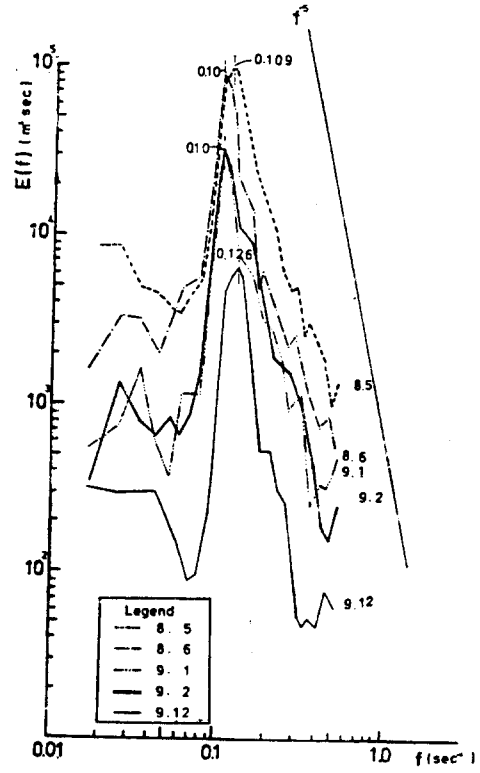

Fig. 28. Power spertrum of sea wave at Mookho

해 近似的으로 求할 수 있다.[18]

$$R=\frac{1}{m\cdot\Delta t}$$

$$F\fallingdotseq\frac{1}{\Delta tm^{1}}\left(T-\frac{\Delta tm}{3}\right)\fallingdotseq\frac{2N}{m}-\frac{2}{3}$$

$T=\Delta t:\times N$: 觀測 時間

spectrum 密度가 最大가 되는 周波數(optimumband) f_0를 求하고 그때의 주기 T_0 및 $\frac{1}{3}$ 最大波의 周期 $T_{\frac{1}{3}}$를 求하면 表10과 같다.

<表 10> Spectrum 計算의 定數 및 結果

날 자	風 速 (m/sec)	ε	독취時間 T(sec)	독취간격 Δt(sec)	最大간격 m	分解能	自中度 d.f.	f_0	T_0	$T_{\frac{1}{3}}$
1971. 8. 5	15. 58	0. 8176	1159	1	60	0. 017	37. 96	0. 109	9. 2	8. 3
8. 6	3. 65	0. 7799	1189	1	60	0. 017	38. 96	0. 10	10	8. 7
9. 1	1. 75	0. 6075	1169	1	60	0. 017	38. 30	0. 10	10	9. 0
9. 2	0. 58	0. 6831	1209	1	60	0. 017	39. 63	0. 10	10	8. 7
9. 12	1. 75	0. 4394	1209	1	60	0. 017	39. 63	0. 126	7. 93	7. 6

Fig. 28에서 보면 風速이 클수록 spectrum 密度가 크며 spectral width parameter ε과도 關係가 있음을 알 수 있다.

이상에서 보면 spectrum의 peak 點에서 周期가 $\frac{1}{3}$ 最大波의 周期보다 약 10% 정도 큰 값을 가지며 이 관계를 利用하여 spectrum의 形으로 부터 $\frac{1}{3}$ 最大波의 周期의 概略値를 推定할 수 있다.

平均波의 波高는 spectrum의 積分에 依해서도 다음과 같이 求할 수 있다.

먼저 波浪의 spectrum의 積分한 것을 M_0라 하면 이것은 波形 $\eta(t)$의 自乘 平均 η^2과 같다.

$$M_0=\overline{\eta^2}=\int_0^\infty E(f)df \quad\cdots\cdots(46)$$

spectrum의 周波數帶가 매우 좁은 境遇 波高의 分布는 Rayleigh分布를 따르고 有意波法에 依한 平均波高와 波形의 自乘 平方根値 $\sigma=\sqrt{\overline{\eta^2}}$ 사이에는 다음의 關係가 있다.[4][6][15]

$$\sigma=\sqrt{\overline{\eta^2}}=\sqrt{M_0} \quad\cdots\cdots(47)$$

$$\overline{H}=\sqrt{2\pi}\sigma=2.507\sigma$$

$$H_{\frac{1}{3}}=4.004\sigma \quad\cdots\cdots(48)$$

$$H_{1/10}=5.090\sigma$$

式(48)에서 求한 理論値와 實測値에 依한 平均波高를 比較하면 表11과 같다.

<表 11> spectrum 計算에 依한 平均波의 波高와 實測値와의 比較

날 자	風速	$\overline{H}$		$H_{\frac{1}{3}}$		$H_{1/10}$	
		實測	理論	實測	理論	實測	理論
1971. 8. 5	15. 58	2. 7	2. 8	4. 1	4. 5	5. 3	5. 7
8. 6	3. 65	2. 3	2. 3	3. 5	3. 7	4. 1	4. 7
9. 1	1. 75	1. 5	1. 4	2. 2	2. 2	2. 9	2. 9
9. 2	0. 58	1. 4	1. 5	2. 2	2. 3	2. 7	3. 0
9. 12	1. 75	0. 6	0. 7	1. 0	1. 0	1. 2	1. 3

위와 같이 實際의 波浪의 spectrum의 周波數帶가 넓으나 Zero-up-Cross法에 依한 波高는 거의 Rayleigh 分布에 따르기 때문에 式(48)에서 求한 理論値는 實測値보다 조금 큰 값을 나타내나 큰 차이는 없다.

Fig.28에서 optimum band 이상의 周波數領域 (equilibrium range)에서는 一般的으로 Energy는 減少하며 Phillips[27]의 次元解釋에 依하면

$$E(f)=\alpha g^2 f^{-5}$$

된다고 한다.

그림에서 實測値의 spectrum 密度함수 $E(f)$의 기울기는 f^{-5}에 거의 맞아 들어 가는 것을 알 수 있다.

9. 結 論

우리나라 墨湖港의 波形記錄으로 부터 理論的인 여러 分布와 比較한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 波形의 分布는 平均水位에 對하여 對稱하지 않고 (−)쪽보다는 (+)쪽으로 더 넓게 分布하며 實測値의 極大波形이 理論値보다 크며 Gaussian 分布보다 Gram Charlier 分布에 더 가까우며 實際의 바다의 波는 非線形이라 할 수 있다.

2) 極大波形의 分布는 Cartwright와 Longuet Higgins의 理論分布에 거의 一致하며 波形의 自乘平均 平方根値가 클수록 spectral width parameter는 큰 값을 나타낸다.

3) Zero-up-Cross法에 依해 定義된 波高의 分布는 Rayleigh分布에 잘 맞는 편이나 Rayleigh分布보다 平均波高 부근에 많이 分布하고 있고 最大波高가 크기 때문에 實測値의 分布幅이 더 넓다.

周期의 分布도 波高의 分布에서 보다 Rayleigh分布에 더 잘 맞는 편이나 상당한 범위에서 實測値가 理論値보다 약간 큰 값을 갖는다.

4) Zero-up-Cross法에 依한 平均波의 波高 사이에는

다음과 같은 값을 가진다.

$H_{\frac{1}{3}}/\overline{H}=1.515$

$H_{1/10}/\overline{H}=1.898$

$H_{1/10}/H_{\frac{1}{3}}=1.252$

$Hmax/H_{\frac{1}{3}}=1.693$

이들의 값은 實際의 波浪이 非線形이고 spectrum幅이 넓은 데도 불구하고 각각 Rayleigh分布에 依한 理論値 1.60, 2.03, 1.27, 1.68과 거의 一致한다.

5) 風速이 클수록 spectrum 密度가 크며, spectral width parameter도 큰 값을 나타낸다.

6) spetrum의 peak 點에서 周期는 $\frac{1}{3}$ 最大波의 周期보다 약 10% 정도 큰 값을 가지며 이 關係를 利用하여 spectrum으로 부터 $\frac{1}{3}$ 最大波의 周期의 概略値를 推定할 수 있다.

7) spectrum의 積分에 依한 平均波의 波高는 實測에 의한 값보다 대체로 조금 큰 값을 가지며 큰 차이는 없다.

參 考 文 獻

(1) Longuet-Higgins, M.S.
"On the statistical distribution of the heights of sea waves"
Journal of Marine Research Vol. 11 No.3 pp.245~266. 1952

(2) Bretschneider, C.L.
"Wave variability and wave spectra for windgenerated gravity waves."
Beach Erosion Board Tech. Memo. No.118 pp.192. 1959

(3) Goodknight, R.C. and Russel, T.L.
"Investigation of the statistics of wave heights"
Journal of the W.H. Div. ASCE Vol. 89 May 1963

(4) 合田良實, 永井康平
"名古屋港內에 있어서 波浪觀測," 第二報
日本港灣技術研究所 港灣技術資料 No.61 1968

(5) Dattati, J.
"Waves off Mangalore harbour west coast of India,"
Journal of W.H.C.E. Div. ASCE Vol.99 pp.39 Feb. 1973

(6) Yoshima Goda
"Numerical Experiments on wave statistics with spectral simulation,"
日本港灣技研, 港灣技術研究所報告 第9卷第3號 1970.9

(7) 安守漢
防波提의 斷面決定을 爲한 調査研究報告書
國立建設研究所 1971.12

(8) 安守漢
"不規則波의 統計用 特性에 關한 研究"
大韓土木學會誌 第21卷第1號 1973.3

(9) 安守漢
波浪觀測資料 分釋研究報告書
建設部 1973

(10) Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S.
"The statistitical distribution of the maxima of a random function,"
Proceedings Royal Society Vol. 237 pp.212~232. 1956

(11) Tucker, M.J.
"Analysis of recods of sea waves"
Proc. Inst. Civil Eng. Vol.26 No.10 pp.305~316. 1963

(12) Draper, L.
"Derivation of a design wave from instrumented records of sea waves",
Poc. Inst. Civil Eng. Vol. 26 pp.291~304 1963

(13) Newnann, G.
"On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind-generatecl sea"
Beach Erosion Board, Tech. Memo. No.43 pp.42 1953

(14) Pierson, W.J. and Marks, W.
"The power spectrum analysis of ocean wave records",
American Geophysical Union Vol. 33 No.6 Dec. 1952

(15) 合用良實
"波의 不規測性을 考慮한 設計法에 對하여"
昭和 34年港灣技術研究所 講演會講演概要, 日本港灣技術研究所 1971.12

(16) 宮脇一男
雜音解析, 朝倉書店 pp.75~85

(17) 坪井善勝
應的數學 コロナ社 pp.188~193

(18) 高橋智晴, 鈴木禱美, 中井徹也
"波高計에 의한 觀則 data의 處理方法"
港灣技術資料 No.39 1967.12

(19) 本間仁
應用水理學 下Ⅱ(數値解析, 水文觀測)
日本丸善(株) pp.81~85, pp.101~105

(20) Hasselman, K. and Munk, W. and Macdonald, G.
"Bispectra of Ocean waves", in time series analysis edited by M. Rosenblatt pp.125～139 John Wiley and Sons. N.Y. 1963
(21) Darbyshire, J.
"The one-dimensional wave spectrum in the Atlantic ocean and in coastal waters",
Proc. Conf. Ocean Wave Spectra Prentice Hall pp. 27～31. 1961
(22) Burling, R.W.
"The spectrum of waves at short fetches,"
Deut. Hydrograph. Zeit. Jahr 12 Heft 2 pp.45～117. 1959
(23) 村木義男
"波浪觀測"
水工學 시리즈, 日本土木學會 水理委員會 1970
(24) 高橋智晴
"沿岸波浪觀"
日本 港灣技術研究所 1970.12
(25) 高橋智晴, 鈴木禧實外
"波浪 data의 集中處理方式에 對하여"
港灣技術研究所報告 第10卷第1號, 日本港灣技術研究所
(26) 宇野利雄 編
數理統計學 演習 pp.58, 67, 日本共立出版(株)
(27) Phillps, O.M.
"The equilibrium range in the spectra of wind generated waves",
Journal of Fluid Mechanics. Vol.4 pp.426～434