

Tandem Cooling 이 熔接熱應力에 미치는 影響

朴 鍾 殷\* · 李 普 榮

The Effect of Tandem Cooling on Welding Thermal Stress

by

J.E. Park, B.Y. Lee

Abstract

In this paper, two dimensional theoretical solutions of temperature distribution and thermal stress due to tandem cooling in an infinite plate were studied.

Temperature distribution and thermal stress were calculated by numerical integration.

Calculated temperature distributions were in good agreement with the result of the experiments by Park, and calculated thermal stresses were in good agreement with physical phenomena.

This solutions could be applied to the practical tandem cooling operations.

記 號

$E$  : Young's modulus  
 $L$  : 熱源과 sink와의 距離  
 $m$  :  $V^2 t_0 / 4K$   
 $\bar{M}$  : 無次元化된  $m$   
 $P(x,y)$  : 板上的 任意的 點의 位置  
 $q$  : 瞬間點熱源의 세기  
 $q_1, q_2$  : tandem cooling의 熱源과 sink의 세기  
 $\bar{Q}$  :  $q_2/q_1$ , 熱源과 sink와의 세기비  
 $\gamma$  : 瞬間點熱源과 點  $P(x,y)$ 와의 距離  
 $\gamma_{01}, \gamma_{02}$  : 熱源과 sink의 始點과 點  $P(x,y)$ 와의 距離  
 $\bar{R}_{01}, \bar{R}_{02}$  : 無次元化된  $\gamma_{01}, \gamma_{02}$   
 $\gamma_1, \gamma_2$  : 熱源과 sink의 現在位置와 點  $P(x,y)$ 와의 距離  
 $\bar{R}_1, \bar{R}_2$  : 無次元化된  $\gamma_1, \gamma_2$   
 $\gamma_{2t}, \gamma_{2t}$  : 熱源移動中 任意的 時間  $t$ 에서의 熱源과 Sink  
 의 位置와 點  $P(x,y)$ 와의 距離  
 $\bar{R}_{1t}, \bar{R}_{2t}$  : 無次元化된  $\gamma_{1t}, \gamma_{2t}$   
 $t$  : 時間  
 $t_0$  : 熱源과 sink의 移動時間  
 $\bar{t}$  : 無次元化된  $t_0$   
 $T$  : 瞬間點熱源에 依한 板의 溫度上昇  
 $T_2, T_2$  : 移動熱源과 sink에 依한 板의 溫度上昇  
 $T_p$  : tandem cooling에 依한 板의 溫度上昇

$T$  : 無次元化된  $T_p$   
 $v$  : 熱源과 sink의 移動速度  
 $\bar{V}$  : 無次元化된  $v$   
 $x, y$  : 直交座標  
 $x_{01}, x_{02}$  : 熱源과 sink의 始點과 點  $P(x,y)$ 와의  $x$ -軸方  
 向距離  
 $\bar{X}_{01}, \bar{X}_{02}$  : 無次元化된  $x_{01}, x_{02}$   
 $x_1, x_2$  : 熱源과 sink의 現在位置와 點  $P(x,y)$ 와의  $x$ -軸  
 方向距離  
 $\bar{X}_1, \bar{X}_2$  : 無次元化된  $x_1, x_2$   
 $x_{1t}, x_{2t}$  : 熱源移動中 任意的 時間  $t$ 에서의 熱源과 Sink  
 의 位置와 點  $P(x,y)$ 와의  $x$ -軸方向距離  
 $y$  : 熱源과 sink의 位置와 點  $P(x,y)$ 와의  $y$ -軸方向距離  
 $\bar{Y}$  : 無次元化된  $y$   
 $\alpha$  : coefficient of linear expansion  
 $\kappa$  : thermal diffusivity  
 $\lambda$  : thermal conductivity  
 $\sigma_1$  : 無次元變數  
 $\sigma_{xx}, \sigma_{xx2}$  : 熱源과 sink에 依한  $x$ -軸方向에 平行한 法線  
 應力  
 $\sigma_{yy}, \sigma_{yy2}$  : 熱源과 sink에 依한  $y$ -軸方向에 平行한 法線  
 應力  
 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$  : tandem cooling에 依한  $x$ -軸方向과  $y$ -軸方向에  
 平行한 法線應力

\* 正會員 : 서울大學校 工科大學

$\bar{\sigma}_{xx}, \bar{\sigma}_{yy}$  : 無次元화된  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$

$\tau_{xy1}, \tau_{xy2}$  : 熱源과 Sink에 의한 剪斷應力

$\bar{\tau}_{xy}$  : tandem cooling에 의한 剪斷應力

$\bar{\tau}_{xy}$  : 無次元화된  $\tau_{xy}$

$\phi$  : Airy's stress function

## 1. 緒 論

熔接技術이 發達함에 따라 船舶 및 原子爐의 建造, 航空機의 製作등 많은 分野에 熔接法이 利用되게 되었다.

熔接時에는 熔接部에 發生하는 高溫의 熱로 因하여 熔接物에는 殘留應力과 變形이 存在하게 된다. 따라서 熔接을 實施하는 現場에서는 殘留應力の 輕減과 變形을 矯正하기 爲하여 peening作業, tandem cooling, fixture 및 jig의 使用, 作業順序의 調節, 熱處理, Presetting 등의 方法을 使用하고 있다.

現在까지 熔接熱로 因한 熱傳達 및 熱應力에 關하여는 많은 研究가 있으며 그中 熔接熱傳達에 關하여서는 D. Rosenthal의 熔接 및 切斷으로 因한 溫度分布에 關한 研究<sup>1)</sup> 및 移動熱源으로 因한 溫度分布과 이의 熱處理에의 應用에 關한 研究<sup>2)</sup>를 비롯하여, R. J. Grosh와 E. A. Trabant의 아아크 熔接으로 因한 溫度分布에 關한 理論解析과 實驗比較<sup>3)</sup>, C. M. Adams. TR의 溶融熔接時의 最高溫度와 冷却速度에 關한 解析<sup>4)</sup>, S. S. White의 熔接部에서의 熱傳達에 關한 實驗의 解析<sup>5)</sup> 등이 있으며, 殘留應力과 熱應力에 關하여는 M. Watanabe와 K. Sato의 熔接으로 因한 殘留應力에 關한 解析<sup>6)</sup>, 및 移動熱源으로 因한 熱應力의 無限平板上에서의 彈性的 解析<sup>7)</sup>, H. C. Kim과 Z. G. Kim의 船體建造에서의 熔接으로 因한 熱應力과 殘留應力에 關한 研究<sup>8)</sup>, J. E. Park의 有限幅平板에서의 移動熱源으로 因한 熱應力에 關한 理論解析과 實驗<sup>9)</sup> 등이 있다.

以上과 같이 熔接으로 因한 溫度分布과 熱應力에 關한 여러가지 實驗 및 理論解析이 行히져 왔으나 熔接現場에서 많이 實施되고 있는 局部應力除去 annealing의 原理에 該當되는 tandem cooling으로 因한 溫度分布 및 熱應力에 關한 解析은 取扱되지 않았다.

따라서 本 研究에서는 이 tandem cooling으로 因한 溫度分布 및 熱應力에 對하여 理論的인 解析을 試圖하였다.

## 2. 理論解析

### 2.1. 溫度分布

#### 2.1.1. 點熱源으로 因한 無限平板上의 溫度分布

熔接熱傳達 問題의 理論解析에서는 板의 物理的 性質을 溫度와 無關한 常數로 取扱하는 것이 常例이므로

本 研究에서도 板의 物理的 性質과 溫度變化는 無關하고, 板內部에서의 熱發生은 없으며, 板의 表面에서의 熱損失은 無視할 수 있다고 假定하였다.

以上の 假定을 滿足하고 2次元問題로 取扱할 수 있는 두께가 얇은 平板上에서의 熱傳導方程式은 다음 式(1)과 같이 表示된다.<sup>10)</sup>

$$r^2 T = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{T}{t} \quad (1)$$

$$\text{단, } r^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

지금 無限平板上의 任意的 한 점에 瞬間點熱源(세기 =  $q$  cal/cm·sec)이 주어졌다고 假定한다. 이때 板의 두께가 얇아 두께 方向으로는 溫度變化를 無視할 수 있다고 하면, 式(1)의 解는 다음 條件들을 滿足하여야 한다.

$$x \rightarrow \pm\infty \text{ 일 때 } \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$y \rightarrow \pm\infty \text{ 일 때 } \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

$$t \rightarrow 0, r \rightarrow 0 \text{ 일 때 } -2\pi\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} = q \quad (2.3)$$

式(2)의 條件을 滿足하는 式(1)의 解는 아래식 (3)으로 表示된다.<sup>11)</sup>

$$T = \frac{q}{4\pi\lambda t} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4\kappa t}\right) \quad (3)$$

#### 2.1.2. 移動熱源에 의한 溫度分布

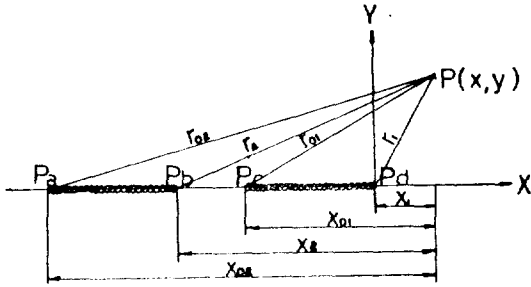
平板의 tandem cooling에서 板의 size와 tandem cooling의 熱源의 크기를 比較할 때 板의 size는 충분히 커서 平板은 無限平板으로 取扱할 수 있고, 熱源은 點熱源이라고 생각할 수 있기 때문에, 持續적으로 行하여지는 tandem cooling을 無限平板上을 直線的으로 移動하는 點熱源에 依한 溫度分布의 境遇로 理想化할 수 있다.

세기  $q_1$ (cal/cm·sec)인 heat source와 세기  $q_2$ (cal/cm·sec)인 heat sink가 거리  $L$ 을 유지하며 속도  $v$ 로  $x$ 軸을 따라  $t_0$ 초동안 直線移動을 하여 現在 位置에 到達하였다고 生覺한다.

이 境遇 座標軸은, Fig. 1과 같이, source와 sink의 移動方向을  $x$ 軸의 正의 方向으로 잡고,  $y$ 軸은  $x$ 軸과 수직인 方向으로 잡았으며 原點은 heat source의 現在 位置로 잡았다.

板위의 任意的 點  $P(x, y)$ 에서의 溫度上昇을  $T_p$ 라한다. 이때  $T_p$ 는 heat source  $q_1$ 에 依한 溫度上昇  $T_1$ 과 sink에 依한 溫度上昇  $T_2$ 의 1次 結合으로 表示될 수 있다.

$T_1$ 과  $T_2$ 는 式(3)을 時間  $t_0$ 에 對하여 積分重疊하여 아래 式(4)와 같이 얻어진다.



Pa: Starting position of sink  
 Pb: Present position of sink  
 Pc: Starting position of source  
 Pd: Present point of source

Fig.1. Coordinate system for tandem cooling

$$T_1 = \frac{q_1}{2\pi\lambda} \exp\left(-\frac{\nu x_1}{2\kappa}\right) \left[ S_0\left(\frac{\nu Y_1}{2\kappa}\right) \right]_0^m \quad (4.1)$$

$$T_2 = \frac{q_2}{2\pi\lambda} \exp\left(-\frac{\nu x_2}{2\kappa}\right) \left[ S_0\left(\frac{\nu Y_2}{2\kappa}\right) \right]_0^m \quad (4.2)$$

단,

$$[S_n(Z)]_{\beta_1}^{\beta_2} = \frac{Z^n}{2^{\alpha+1}} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\exp(-\zeta - Z^2/4\zeta)}{\zeta^{\alpha+1}} d\zeta$$

任意的點  $P(x,y)$ 에서의 溫度上昇  $T_p$ 는 아래 式(5)로 求하여진다.

$$T_p = T_1 + T_2 \quad (5)$$

式(5)를 無次元化하기 爲하여 다음과 같은 無次元變數를 設定하였다.

$$\bar{X}_1 = \frac{x_1}{L}, \quad \bar{X}_{01} = \frac{x_{01}}{L} = \frac{x_1 + \nu t_0}{L}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{x_2}{L}, \quad \bar{X}_{02} = \frac{x_{02}}{L} = \frac{x_2 + \nu t_0}{L}$$

$$\bar{Y} = \frac{y}{L}, \quad \bar{V} = \frac{\nu L}{2\kappa}$$

$$\bar{M} = \frac{\nu t}{2}, \quad \bar{i} = \frac{\nu t_0}{L}$$

$$\bar{Q} = \frac{q_2}{q_1}, \quad \bar{T} = \frac{T_p}{q_1/4\pi\lambda} \quad (6)$$

式(6)을 式(5)에 代入하면 아래 式(7)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \bar{T} = & 2\exp(-\bar{V}\bar{X}_1) \left[ S_0(\bar{V}\bar{R}_1) \right]_0^{\bar{M}} \\ & + 2\bar{Q}\exp(-\bar{V}\bar{X}_2) \left[ S_0(\bar{V}\bar{R}_2) \right]_0^{\bar{M}} \quad (7) \end{aligned}$$

### 2.2. 熱應力分布

tandem cooling으로 因한 平板에서의 熱應力은 앞질 的 溫度分布의 境遇와 같이 生覺하여 2次元 平面熱應力 問題로 理想化하여 解析할 수 있다.

板의 應力들을 Airy의 應力函數를 使用하여 表示하면 式(8)로 주어진다.<sup>10)</sup>

$$\sigma_{xx} = \int_0^{t_0} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} dt \quad (8.1)$$

$$\sigma_{yy} = \int_0^{t_0} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dt \quad (8.2)$$

$$\tau_{xy} = - \int_0^{t_0} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} dt \quad (8.3)$$

이 應力函數  $\phi$ 는 式(9)를 滿足해야 한다.<sup>10), 12)</sup>

$$\nabla^4 \phi = -\alpha E d^2 T \quad (9)$$

단,

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

이때 應力函數  $\phi$ 는 아래 條件式(10)을 滿足하여야 한다

$$x \rightarrow \infty \text{일 때 } \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad \phi = 0 \quad (10.1)$$

$$y \rightarrow \infty \text{일 때 } \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad \phi = 0 \quad (10.2)$$

$$r \rightarrow 0, \text{일 때 } \frac{\partial \phi}{\partial r} \neq 0 \quad (10.3)$$

條件式(9)를 滿足하는 應力函數  $\phi$ 는 式(9)로부터 아래와 같이 얻어진다.

$$\phi = -\alpha E \int_0^r \frac{dY_1}{Y_1} \int_0^r T r_i dY_1 \quad (11)$$

단,

$$Y_1 = \sqrt{(x + \nu t)^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

式(11)을 式(8)에 代入하면 板의 溫度上昇  $T$ 로 因한 熱應力을 求할 수 있다.

以上的 方法으로 먼저 heat source ( $q$  cal/cm sec)에 依한 溫度上昇  $T_1$ 으로 因한 熱應力을 求하던 아래의 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx1} = & \frac{\alpha E q_1}{4\pi\lambda} \left[ \frac{2\kappa}{\nu} \left\{ \frac{x_{01}}{Y_{01}^2} \left( 1 - \exp\left(-\frac{Y_{01}^2}{4\kappa t_0}\right) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{x_1}{Y_1^2} \right\} - \exp\left(-\frac{\nu x_1}{2\kappa}\right) \left\{ \left[ S_0\left(\frac{\nu Y_1}{2\kappa}\right) \right]_{m_0} - \frac{x_1}{Y_1} \right. \right. \\ & \left. \left. \left[ S_1\left(\frac{\nu Y_1}{2\kappa}\right) \right]_{m_0} \right\} \right] \quad (12.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy1} = & \frac{\alpha E q_1}{4\pi\lambda} \left[ -\frac{2\kappa}{\nu} \left\{ \frac{x_{01}}{Y_{01}^2} \left( 1 - \exp\left(-\frac{Y_{01}^2}{4\kappa t_0}\right) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{x_1}{Y_1^2} \right\} - \exp\left(-\frac{\nu x_1}{2\kappa}\right) \cdot \left[ S_0\left(\frac{\nu Y_1}{2\kappa}\right) \right]_0^m + \frac{x_1}{Y_1} \right. \\ & \left. \left[ S_1\left(\frac{\nu Y_1}{2\kappa}\right) \right]_0^m \right] \quad (12.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy1} = & \frac{\alpha E q_1}{4\pi\lambda} \left[ \frac{2\kappa}{\nu} \left\{ \frac{y}{Y_{01}^2} \left( 1 - \exp\left(-\frac{Y_{01}^2}{4\kappa t_0}\right) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{y}{Y_1^2} \right\} \cdot \frac{y}{Y_1} \exp\left(-\frac{\nu x_1}{2\kappa}\right) \right. \\ & \left. \left[ S_1\left(\frac{\nu Y_1}{2\kappa}\right) \right]_0^m \right] \quad (12.3) \end{aligned}$$

같은 方法으로 sink ( $q_2$  cal/cm·sec)에 依한 溫度上昇  $T_2$ 로 因한 熱應力을 求하면 式(13)과 같다.

$$\sigma_{xx2} = \frac{\alpha E q_2}{4\pi\lambda} \left[ \frac{2\kappa}{\nu} \left\{ \frac{x_{02}}{Y_{02}^2} \left( 1 - \exp\left(-\frac{Y_{02}^2}{4\kappa t_0}\right) \right) \right. \right.$$

$$-\frac{x_2}{\gamma_2^2} \} - \exp\left(-\frac{\nu x_2}{2\kappa}\right) \left\{ \left[ S_0\left(\frac{\nu\gamma_2}{2\kappa}\right) \right]_0^m - \frac{x_2}{\gamma_2} \left[ S_1\left(\frac{\nu\gamma_2}{2\kappa}\right) \right]_0^m \right\} \quad (13.1)$$

$$\sigma_{yy2} = \frac{\alpha E q_2}{4\pi\lambda} \left[ -\frac{2\kappa}{\nu} \left\{ \frac{x_{02}}{\gamma_{02}^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{02}^2}{4\kappa t_0}\right)\right) - \frac{x_2}{\gamma_2^2} \right\} - \exp\left(-\frac{\nu x_2}{2\kappa}\right) \left\{ \left[ S_0\left(\frac{\nu\gamma_2}{2\kappa}\right) \right]_0^m + \frac{x_2}{\gamma_2} \left[ S_1\left(\frac{\nu\gamma_2}{2\kappa}\right) \right]_0^m \right\} \right] \quad (13.2)$$

$$\tau_{xy2} = \frac{\alpha E q_2}{4\pi\lambda} \left[ -\frac{2\kappa}{\nu} \left\{ \frac{y}{\gamma_{02}^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{02}^2}{4\kappa t_0}\right)\right) - \frac{y}{\gamma_2^2} \right\} + \frac{y}{\gamma_2} \exp\left(-\frac{\nu x_2}{2\kappa}\right) \left[ S_1\left(\frac{\nu\gamma_2}{2\kappa}\right) \right]_0^m \right] \quad (13.3)$$

式(12)와 式(13)을 結合하면 板의 溫度上昇  $T_p$ 로 因한 熱應力이 다음과 같이 얻어진다.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx1} + \sigma_{xx2} \quad (14.1)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{yy1} + \sigma_{yy2} \quad (14.2)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy1} + \tau_{xy2} \quad (14.3)$$

式(14)를 無次元化하기 爲하여 다음과 같은 無次元變數를 設定하였다.

$$\begin{aligned} \bar{R}_{01} &= \sqrt{\bar{X}_{01}^2 + \bar{Y}^2}, \quad \bar{R}_{02} = \sqrt{\bar{X}_{02}^2 + \bar{Y}^2} \\ \sigma_1 &= \alpha E q_1 / 4\pi\lambda, \quad \bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} / \sigma_1 \\ \bar{\sigma}_{yy} &= \sigma_{yy} / \sigma_1, \quad \bar{\tau}_{xy} = \tau_{xy} / \sigma_1 \end{aligned} \quad (15)$$

式(6)과 式(15)를 式(14)에 代入하면 다음과 같은 無次元熱應力式이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{xx} &= \left[ \frac{1}{V} \left\{ \frac{\bar{X}_{01}}{\bar{R}_{01}^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{V\bar{R}_{01}^2}{2\bar{f}}\right)\right) - \frac{\bar{X}_1}{\bar{R}_1^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \exp(-V\bar{X}_1) \left\{ \left[ S_0(V\bar{R}_1) \right]_0^{\bar{M}} - \frac{\bar{X}_1}{\bar{R}_1} \left[ S_1(V\bar{R}_1) \right]_0^{\bar{M}} \right\} \right] \\ &\quad + \bar{Q} \left[ \frac{1}{V} \left\{ \frac{\bar{X}_{02}}{\bar{R}_{02}^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{V\bar{R}_{02}^2}{2\bar{f}}\right)\right) - \frac{\bar{X}_2}{\bar{R}_2^2} \right\} - \exp(-V\bar{X}_2) \right. \\ &\quad \left. \left\{ \left[ S_0(V\bar{R}_2) \right]_0^{\bar{M}} - \left(\frac{\bar{X}_2}{\bar{R}_2}\right) \left[ S_1(V\bar{R}_2) \right]_0^{\bar{M}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (16.1)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{yy} &= \left[ -\frac{1}{V} \left\{ \frac{\bar{X}_{01}}{\bar{R}_{01}^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{V\bar{R}_{01}^2}{2\bar{f}}\right)\right) - \frac{\bar{X}_1}{\bar{R}_1^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \exp(-V\bar{X}_1) \left\{ \left[ S_0(V\bar{R}_1) \right]_0^{\bar{M}} + \frac{\bar{X}_1}{\bar{R}_1} \left[ S_1(V\bar{R}_1) \right]_0^{\bar{M}} \right\} \right] \\ &\quad + \bar{Q} \left[ -\frac{1}{V} \left\{ \frac{\bar{X}_{02}}{\bar{R}_{02}^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{V\bar{R}_{02}^2}{2\bar{f}}\right)\right) - \frac{\bar{X}_2}{\bar{R}_2^2} \right\} - \exp(V\bar{X}_2) \left\{ \left[ S_0(V\bar{R}_2) \right]_0^{\bar{M}} + \left(\frac{\bar{X}_2}{\bar{R}_2}\right) \left[ S_1(V\bar{R}_2) \right]_0^{\bar{M}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (16.2)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \frac{1}{V} \left\{ \frac{\bar{Y}}{\bar{R}_{01}^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{V\bar{R}_{01}^2}{2\bar{f}}\right)\right) - \frac{\bar{Y}}{\bar{R}_1^2} \right\}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{\bar{Y}}{\bar{R}_1} \exp(-V\bar{X}_1) \left[ S_1(V\bar{R}_1) \right]_0^{\bar{M}} \\ &+ \bar{Q} \left[ \frac{1}{V} \left\{ \frac{\bar{Y}}{\bar{R}_{02}^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{V\bar{R}_{02}^2}{2\bar{f}}\right)\right) - \frac{\bar{Y}}{\bar{R}_2^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{Y}}{\bar{R}_2} \exp(-V\bar{R}_2) \cdot \left[ S_1(V\bar{R}_1) \right]_0^{\bar{M}} \right] \end{aligned} \quad (16.3)$$

### 3. 數值計算 및 檢討

앞에서 얻어진 理論式을 解析, 檢討하기 爲하여 IBM 360과 Facom 230을 使用하여 數值計算을 實施하였다. 그 結果로서 Fig.2~Fig.9를 얻었다. 計算에 使用된 값들은 實際 tandem cooling에 適界될 수 있는 다음과 같은 값들을 選定하여 使用하였다. 即, 速度  $\nu=0.5\text{cm/sec}$ ,  $\kappa=0.045\text{cm}^2/\text{sec}$ ,  $E=2.1 \times 10^6\text{kg/mm}^2$ ,  $\alpha=0.1 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$ ,  $\lambda=0.1\text{ cal/cm, sec}^\circ\text{C}$ 이었다.

#### 3.1. 溫度分布

Fig.2와 Fig.3에는 여러가지  $\bar{Y}$ 의 값에 對한  $x$ -軸方向의 溫度變化가 나타나 있다. 이 그림들에 依하여 溫度分布를 檢討하여 보기로 한다.

먼저 Fig.2에서  $\bar{Y}=0.015$ 의 경우를 보면, 熱源의 前方에서는 熱源과의 距離가 먼곳으로부터 가까워질수록 溫度가 急激히 上昇하고 있으며, 熱源後方에서는 熱源으로부터 멀어짐에 따라  $\bar{X}=-0.05$ 까지는 溫度가 急激히 減少하며,  $\bar{X}=-0.05$ 以後부터는 緩慢히 減少하고 있다. sink의 前方에서는 sink와의 距離가 먼 곳으로부터 가까워질수록 溫度가 急激히 降下하고 있으며, sink 後方에서는 sink와의 距離가 멀어짐에 따라  $\bar{X}=-1.1$ 까지는 溫度가 急激히 上昇하며,  $\bar{X}=-1.1$ 以後부터는 緩慢히 上昇하고 있다.

熱源前方에서 溫度가 급격히 上昇하는 現象과 sink 前方에서 溫度가 急激히 降下하는 理由는 熱源과 sink가 速度 $\nu$ 로 移動하기 때문이다.

다른 여러가지  $\bar{Y}$ 의 값에 對해서도  $\bar{Y}=0.015$ 의 경우와 같이 peak temperature前方에서는 溫度變化가 急激하고, 後方에서는 緩慢해지는 傾向을 보이고 있다.

또한  $\bar{Y}$ 의 값이 增加함에 따라 peak temperature가 낮아짐을 볼 수 있다. 이것은  $\bar{Y}$ 의 값의 增加에 따라 熱源으로부터의 距離가 멀어지기 때문이다.

source에 依한 peak temperature와 sink에 依한 peak temperature를 比較할 때, 一定한  $\bar{Y}$ 의 값에 對한 source에 依한 peak temperature가 sink에 依한 peak temperature보다 絶對值가 높아진다. 이것은 이 計算에서 使用된  $q_1$ 과  $q_2$ 의 比가 4 : -3으로, 熱源의 세기가 sink의 세기보다 크기 때문으로 생각된다.

Fig.2와 Fig.3을 比較하면,  $\bar{X}=-2.5$ 以後에서 溫度變化가 달라지는 것을 볼 수 있다. 이것은 Fig.2와

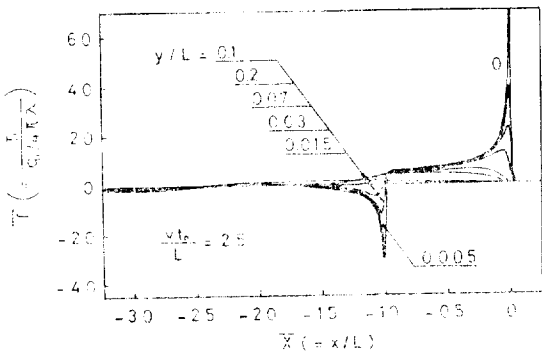


Fig. 2.  $\bar{T}$  in  $x$  direction

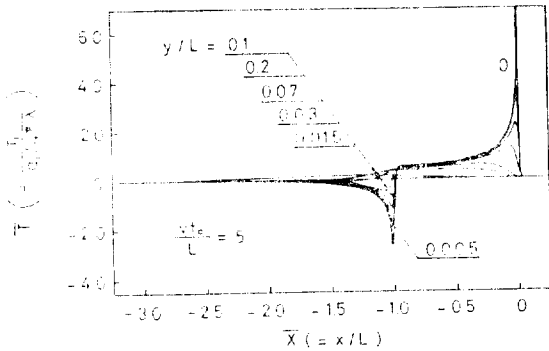


Fig. 3.  $\bar{T}$  in  $x$  direction

Fig. 3에서 사용된 移動時間이  $\bar{t}=2.5$ 와  $\bar{t}=5$ 로서 서로 다르기 때문이며, 이로 因하여 Fig. 2의  $\bar{X}=-2.5$ 以後에서는 미처 準定常狀態에 到達하지 않았기 爲므로 生覺된다.

式(4)의 溫度分布式은 M. Watanabe와 K. Satoh(7)의 式과 一致하며 Fig. 2와 Fig. 3의 溫度分布線圖들은 J.E. Park(9)의 實驗結果와도 잘 一致함을 나타내고 있다.

3.2. 熱應力 分布

Fig. 4와 Fig. 5에는 여러가지  $Y$ 의 값에 對한  $x$ -軸方向의 法線應力  $\sigma_{xx}$ 가 나타나 있다.

移動時間  $\bar{x}=1$ 인 Fig. 4에서,  $Y=0$ 의 경우를 보면 熱源의 前方  $\bar{X}=0.5$ 에서  $\sigma_{xx}=-0.024$  ( $\sigma_{xx}=-2.59\text{kg/mm}^2$ )의 壓縮應力을 가지며, 熱源前方에서는, 熱源과의 距離가 먼곳으로부터 가까워짐에 따라 壓縮應力이 급격히 增加하고 있으며 熱源後方에서는 熱源으로부터 거리가 멀어짐에 따라  $\bar{X}=-0.2$ 까지 壓縮應力이 急激히 減少하다가  $\bar{X}=-0.2$ 以後부터는 緩慢히 減少하고 있다.

sink 前方에서는 壓縮應力이 0이 된 後 引張應力이 發生하여 sink에 가까이 接近함에 따라 急激히 增加한다. sink 後方에서는 sink로부터 거리가 멀어짐에 따라  $\bar{X}=-1.1$ 까지 급격히 감소한 후  $\bar{X}=-1.1$ 以後부터는 완만히 감소하고 있다.

熱源附近에 壓縮應力이 發生하는 것은 熱源 附近에서 發生하는 高溫으로 因하여 熱源附近이 팽창하려고 하기 때문이며, sink부분에 引張應力이 發生하는 것은 sink로 因하여 sink附近이 수축하려고 하기 때문이다.

熱源과 sink 前方에서 급격한 應力變化가 發生하는 것은 熱源과 sink가 속도  $v$ 를 가지고 移動하기 때문에 열원과 sink의 前方에서 發生하는 급격한 溫度變化에 기인하는 것으로 생각된다.

다른 여러가지  $Y$ 값에 對해서도 熱源附近에서 壓力應力을 가지며 sink附近에서는 引張應力을 갖는, 같은 경향이 나타나고 있다.

$Y$ 의 값이 增加함에 따라 應力變化가 완만하여 지는데 이것은 열원으로부터 거리가 멀어지기 때문으로 생각된다.

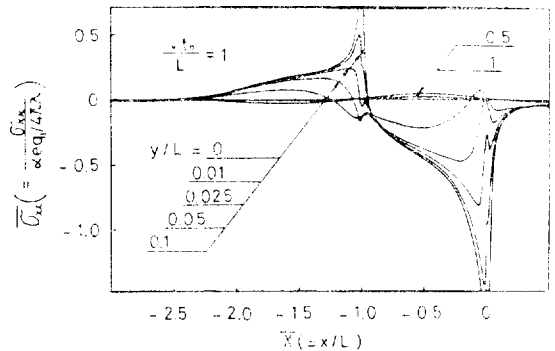


Fig. 4.  $\sigma_{xx}$  in  $x$  direction

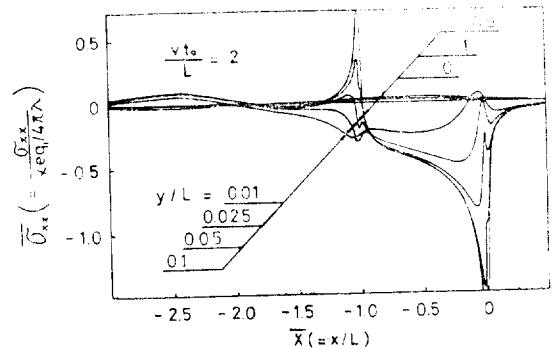


Fig. 5.  $\sigma_{xx}$  in  $x$  direction

熱源과 sink부분에 발생하는  $\sigma_{xx}$ 의 最大應力들을 比較하면  $Y=0.01$ 일 때 熱源附近에 發生하는 最大應力은  $\bar{\sigma}_{xx}=-1.390$  ( $\sigma_{xx}=-151\text{kg/mm}^2$ )이고 sink附近에 發生하는 최대應力은  $\bar{\sigma}_{xx}=0.478$  ( $\sigma_{xx}=51.99\text{kg/mm}^2$ )으로 열원부분에 작용하는 응력 값들이 동일한 높이에서의 sink 부근에 작용하는 응력 값보다 절대치가 큼을 알수 있다. 이것은 열원의 세기가 sink의 세기보다 강하며, sink部分에서는 熱源의 영향을 받기 때문에 일어나는 現狀으로 생각된다.

Fig.4와 Fig.5를 比較하던 sink 후방에서 差異를 보이고 있다. 이것은 Fig.4는  $\bar{t}=1$  ( $t=20\text{sec}$ )인 경우이고 Fig.5는  $\bar{t}=2$  ( $t=40\text{sec}$ )인 경우의 응력분포도로서, Fig.4에서는 sink 後方( $\bar{X}=-1.0$ 以後)에서 準定常狀態에 到達하지 못하여 sink의 영향만을 주로 받은 결과이고, Fig.5에서는  $\bar{X}=-2.0$ 以後에서 같은 결과가 발생하였기 때문으로 생각된다.

Fig.5의  $\bar{X}=-1.3$ 과  $\bar{X}=-1.8$ 사이에서는 壓縮應力이 작용하며, Fig.4의 同一部分에서는 인장응력이 작용하는 경우를 比較할 때 절대치가 작다. 이것은 sink의 부작으로 因하여, 熱源때문에 發生한 壓縮應力들이 감소된 결과로 생각된다.

Fig.6과 Fig.7에는 여러가지  $Y$ 에 對한  $y$ 축에 나란한 法線應力  $\sigma_{yy}$ 가 表示되어 있다. Fig.6에서  $Y=0$ 인 경우를 보면 熱源前方에서는  $\bar{X}=0.5$ 에서  $\bar{\sigma}_{yy}=0.024$  ( $\sigma_{yy}=2.59\text{kg/mm}^2$ )의 인장응력을 가지며 열원과의 거리가 가까워짐에 따라  $\bar{X}=0.02$ 까지 인장응력이 급격히 상승하고,  $\bar{X}=0.02$ 以後에서는 인장응력이 급격히 감소하여 0이 된 후 壓縮應力이 급격히 증가하고 있다. 熱源後方에서는 熱源과의 거리가 멀어짐에 따라  $\bar{X}=-0.1$ 까지 壓縮應力이 급격히 감소하며  $\bar{X}=-0.1$ 以後에서는 완전히 감소하고 있다.

sink 전방에서는 sink와의 거리가 가까워짐에 따라  $\bar{X}=-0.9$ 부터 壓縮應力이 급격히 증가하여  $\bar{X}=-0.98$ 에서 최대가 된 다음 급격히 감소하여 0이 된 후 인장응력이 발생하여 급격히 증가한다.

sink 후방에서는 sink와의 거리가 멀어짐에 따라  $\bar{X}=-1.02$ 까지 인장응력이 급격히 감소하며  $\bar{X}=-1.02$  이후에서는 완전히 감소한다. 열원과 sink 부분에서 급격한 응력變化가 발생하는 것은 열원과 sink 부분의 급격한 溫度變化 때문인 것으로 생각된다.

다른 여러가지  $Y$ 의 값에 對한 壓力들도  $Y=0$ 의 경우와 같은 경향을 보이고 있다. 열원과 sink部分에 發生하는  $\sigma_{yy}$ 의 最大壓力들을 比較하면  $\bar{\sigma}_{xx}$ 의 경우와 같은 현상이 나타나고 있다.

이것도 열원의 세기가 sink의 세기보다 강하며, sink

부분에서는 열원의 영향을 받기 때문에 일어나는 현상으로 생각된다.

Fig.6과 Fig.7을 比較하면  $\bar{\sigma}_{yy}$ 의 값들도 Fig.4와 Fig.5의 경우와 같은 差異들이 sink 後方에서 發生하는 것이 나타나 있다. 이것도  $\sigma_{xx}$ 의 경우와 마찬가지로 sink 후방에서는 미처 準定常狀態에 到達하지 못했기 때문에 發生하는 것으로 생각된다.

Fig.8과 Fig.9에는 여러가지  $Y$ 의 값에 대한 斷應力들이 表示되어 있다. Fig.8에서  $Y=0.01$ 인 경우를 보면 열원 전방에서는  $\bar{X}=0.5$ 에서  $\bar{\tau}_{xy}=-0.601$  ( $\tau_{xy}=0.15\text{kg/mm}^2$ )을 가지며 열원과의 거리가 먼곳으로부터 가까워짐에 따라 陰의 값이 급격히 증가하여  $\bar{X}=0.01$ 에서 최대값을 갖는다.  $\bar{X}=0.01$ 以後  $\bar{X}=-0.01$ 까지 음의 값이 급격히 감소한 후 陽의 값을 취하여  $\bar{X}=-0.01$ 에서 양의 최대값을 갖는다. 최대값을 가진후 열원과의 거리가 멀어짐에 따라  $\bar{X}=-0.03$ 까지 급격히 감소하다가  $\bar{X}=-0.03$  이후에서는 완전히 감소하게 된다. sink 전방에서는 sink와의 거리가 먼곳으로부터 가까워짐에 따라 양의 값이 급격히 증가하다가 감소하여

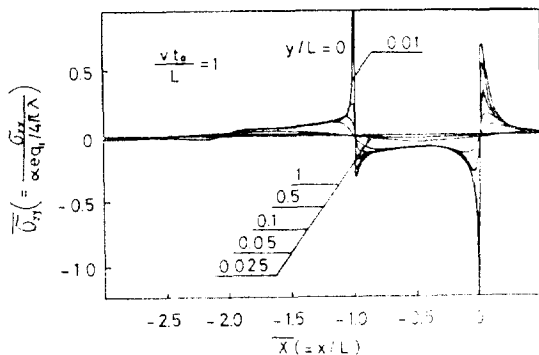


Fig.6.  $\sigma_{yy}$  in  $\times$ direction

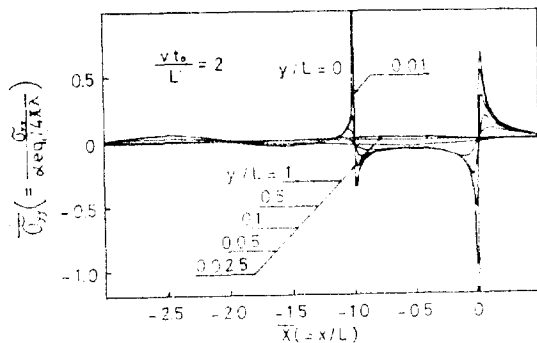


Fig.7.  $\sigma_{yy}$  in  $\times$ direction

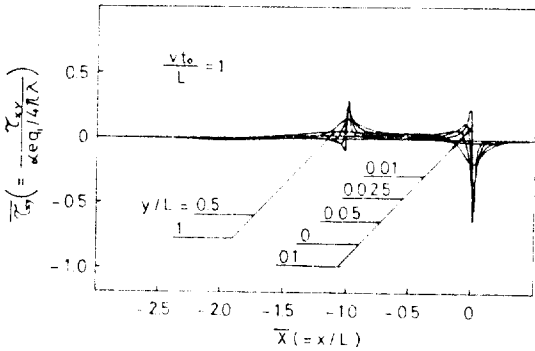


Fig.8.  $\tau_{xy}$  in  $\times$  direction

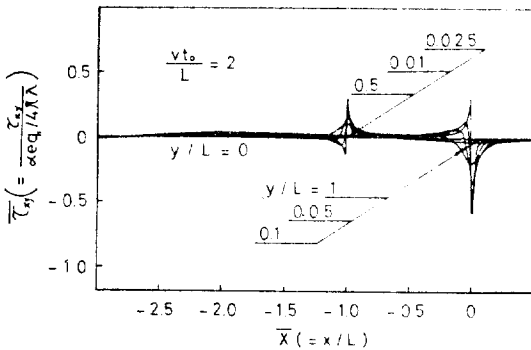


Fig.9.  $\tau_{xy}$  in  $\times$  direction

sink 후방에서 음의 값을 갖게 된다.

sink 후방에서는 sink로부터 距離가 멀어짐에 따라 陰의 값이 계속 減少하여 0에 收斂하게 된다.

$Y=0$ 인 경우에는 모든  $X$ 의 값에 對하여  $\tau_{xy}=0$ 이 되고 있다. 이것은 無限平板에서 直線의으로 移動하고 있는 熱源과 sink의 移動線인  $x$ 軸이 應力의 對稱軸이 된다는 사실을 잘 반영해 주고 있다.

다른 여러가지  $Y$ 의 값에 對한 應力들도  $Y=0.01$ 의 경우와 같은 경향을 보이고 있다.

Fig.4~Fig.9에서  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$ 와  $\tau_{xy}$ 를 비교하면 板上的 同一한 位置에서는  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$ 의 應力값이  $\tau_{xy}$ 의 값들보다 큰 값을 갖음이 나타나고 있다.

#### 4. 結 論

以上の 檢討 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 本 論文에서 얻어진 溫度分布式과 熱應力分布式을 實際 tandem cooling에서 發生하는 溫度分布와 熱應力의 計算에 使用할 수 있다.

2. tandem cooling에서 板에 發生하는 溫度分布와

熱應力은 熱源과 sink 前方에서는 급격한 變化를 보이고 後方에서는 완만한 變化를 나타낸다.

3. tandem cooling에서 板에 發生하는 剪斷應力은 熱源과 sink部分의 半径  $r=0.5\text{cm}$  以內를 제외한 全部分에서  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$ 에 比하여 작은 값을 갖는다.

#### 後 記

本 研究를 行함에 있어 끊임없는 指導와 激勵을 하여 주신 造船工學科의 金曉哲教授님과 工業教育學科 教授님들께 感謝드립니다.

끝으로, 計算結果를 整理하는데 도와준 김기태군과 WHAT씨와 大學院 동료들에게 感謝드립니다.

#### References

- [1] D. Rosenthal, "Mathematical Theory of Heat Distribution during Welding and Cutting", *Welding Journal R.S.* pp. 220-234, Vol. 20, No. 5, 1941.
- [2] D. Rosenthal, "The Theory of Moving Sources of Heat and its Application to Metal Treatments", *Transaction of the A.S.M.E.* pp. 849-866, 1946.
- [3] R.J. Grosh, E.A. Travant, "Are Welding Temperatures", *Welding Journal R.S.* pp. 396-399, Vol. 35, No.8, 1956.
- [4] C.M. Adams, Jr., "Cooling Rates and Peak Temperatures in Fusion Welding", *Welding Journal R.S.* pp. 210-215, Vol. 37, No. 5, 1958.
- [5] S.S. White, "Experimental Determination of Dimensional Heat Flow in Weldments", *Welding Journal R.S.* pp. 317-318, Vol. 40, No. 7, 1961.
- [6] M. Watanbe, K. Satoh, "Plastic Study on Residual Stress due to Welding", Technology Report of the Osaka University No. 13, pp. 179-190, 1951.
- [7] M. Watanabe, K. Satoh, "Theoretical Analysis of Thermal Stress due to moving Heat Source", *Journal of Naval Architects (Japan)* No. 96, pp. 87-97, 1955.
- [8] Hyochul Kim and Zae Geyn Kim, "Study on the Thermal Stresses and Residual Stresses due to Welding in Hull Construction", *Journ. of the S.N.A.K.*, Vol. 13, No. 1, pp. 25-34, 1976.
- [9] Jong Eun Park, "Thermal Stresses due to a Heat Source Moving Crosswise on a Finite

- Breath Plate”, *Journal of the S.N.A.K.*, Vol. 12, No. 1, pp. 59-75, 1975.
- [10] B.A. Boley, J.H. Weiner, “Theory of Thermal Stress”, pp. 138-141, 261, John Willey & Son Book Co., 1961.
- [11] H.S. Carslaw and J.C. Jaeger, “Conduction of Heat in Solids”, Oxford University Press, p. 258, 1953.
- [12] B.E. Gate Wood, “Thermal Stresses, pp. 17, McGraw-Hill Book Co., 1957.