

論文

Beam-Column 連結部の 解析

任 尙 鈇* · 梁 洪 鍾**

Analysis of Beam-Column Connection
by

S.J. Yim and H. J. Yang

Abstract

There are many Beam-Column connections in general structures and ship structures. For simplicity and convenience of analysis, the connections are mostly considered hinged when not reinforced or rigidly fixed when reinforced.

This paper has intended to analyze the Beam-Column connection which is assumed two dimensional flat plate. The analysis has been performed by Finite Element Method following the change of moment of inertia at connection.

The conclusion of this investigation is as follows: By reinforcing or increasing the moment of inertia at connection part, the stress distribution of whole structure and the stress concentration at that part are relieved. Displacements of beam (when column is fixed) are almost linearly decreasing by the change of moment of inertia at connection.

1. 序 論

一般構造物뿐만 아니라 船體構造에는 BEAM-COLUMN의 連結로 이루어진 많은 부분이 있다. 예를 들면 Web Frame의 兩端, 中央橫斷面에서의 船體側壁과 甲板 또는 船底 肋板과의 連結 等이다.

이때 連結部位에는 應力이 集中되기 때문에 補強하기 위하여 二次모우먼트를 增加시키는 構造로 한다. 그러나 連結部の 變形狀態를 자세히 解析하는 일은 매우 어려우므로 計算의 便宜을 위해 그것을 單純한 連結狀態인 힌지로 보거나, Bracket로 補強된 경우는 完全固着狀態로 보고 있다.

이에 本 論文에서는 그러한 構造物을 二次元化시킨 平板으로 보고, 從來의 彈性學的인 方法으로는 解析하기 어려웠던 BEAM-COLUMN의 連結狀態, 특히 많은 研究의 對象이 되고 있는 油槽船의 Web frame의 一部分과 같은 構造를 갖는 BEAM-COLUMN의 連結部를 有限要素法에 依하여 자세히 計算하여 連結條件에 따

르는 差異點과 實際 構造物의 設計를 위한 基本資料를 提示하고자 한다.

2. 有限要素法에 依한 BEAM-COLUMN의 解析

2-1 座標系와 理想化

座標系는 直角座標系로 Fig.1과 같다.

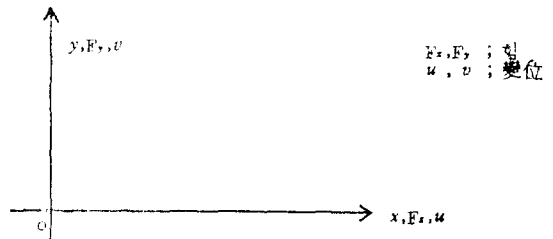


Fig.1. Coordinate System

BEAM-COLUMN問題를 다음과 같이 理想化 하였다.

- 1) 荷重이 彈性限界內에 있으며, 變形은 Hooke의 法則을 따른다.
- 2) BEAM-COLUMN問題를 單純化하기 위하여 熔接

接受日字: 1977年 12月 6日

*正會員: 서울大學校 工科學

**서울大學校 大學院

連結시킨 것이라 할지라도 하나의 構造物로 다룬다.

3) 初期變形과 初期應力이 없는 것으로 假定한다.

4) 溫度變化가 없으며 따라서 溫度에 의한 熱應力이 없는 것으로 假定한다.

5) 部材들을 斷面이 直四角形인 平板으로 假定하고, 두께 方向으로는 應力이 變化하지 않으며, 두께 方向의 變位가 없는 平面應力狀態로 假定한다.

6) COLUMN의 밑 部分은 完全 固着狀態로 假定한다.

連結部의 모양과 部材치수의 變化에 따른 應力과 變位 및 連結部의 角 變形을 考察하기 위하여 다음과 같은 모델을 擇하였다.

1) COLUMN部分의 部材치수는 不變이며, BEAM部分의 部材의 幅을 COLUMN의 2/4, 3/4, 4/4로 變化시켰다.

2) 連結部의 二次모우먼트의 變化에 따른 影響을 알아보기 위하여 補強이 없는 경우와 BEAM幅의 2/4, 3/4, 4/4만큼의 補強이 있는 경우를 차례로 考察하였다.

3) 荷重을 모우먼트, 剪斷力 및 壓縮力의 3가지로 나누어 따로 計算하여, 複合된 힘의 경우는 각 경우에 對한 結果들을 重置시키면 되게 되었다.

以上과 같은 모델의 荷重과 部材치수는 다음과 같이 擇하였다.

COLUMN은 두께를 1, 幅을 4, 길이를 20으로 하고 BEAM의 두께를 1, 幅을 2,3,4의 세가지로 하며, 길이는 COLUMN과 겹치는 部分을 除外하고 16으로 하였다. 그리고 모든 치수를 두께로 나눔으로써 無次元化하였다.

荷重의 크기는 모우먼트 1,000(kg-cm), 剪斷力 100(kg), 壓縮力 100(kg)으로 定하고, 彈性係數는 2,100,000(kg/cm²), Poisson比는 0.3으로 하였다.

2-2 有限要素의 選擇

有限要素法은 假想일의 原理에 기초로 두고, 1950年代의 BEAM問題의 解析을 위한 Direct Stiffness Method로부터 始作되었으며, 그것에 變分原理를 適用하여 從來의 解析의 方法으로는 解析하기 어려웠던 任意의 形狀을 갖는 構造物도 解析할 수 있는 Numerical Method로서 發展해 왔다. 1956年 以來 電子計算機의 發達과 더불어 相當히 發展한 지금은 여러가지 有限要素들이 開發되어 좋은 效能을 가지고 있어서 거의 Exact Solution에 가까운 값들을 計算해 내고 있다. 代表的인 것이 Fig.2의 Quadrilateral Isoparametric Element로 初期의 三角形要素와 四角形要素의 短點을 補完한 것이다.

그중에서도 節點數에 따라 여러가지 種類가 있으며 Fig.3.에 있는 것이 代表的인 것들이다.

Fig.2의 Q4要素가 갖는 自由度는 8이며, 따라서 8個

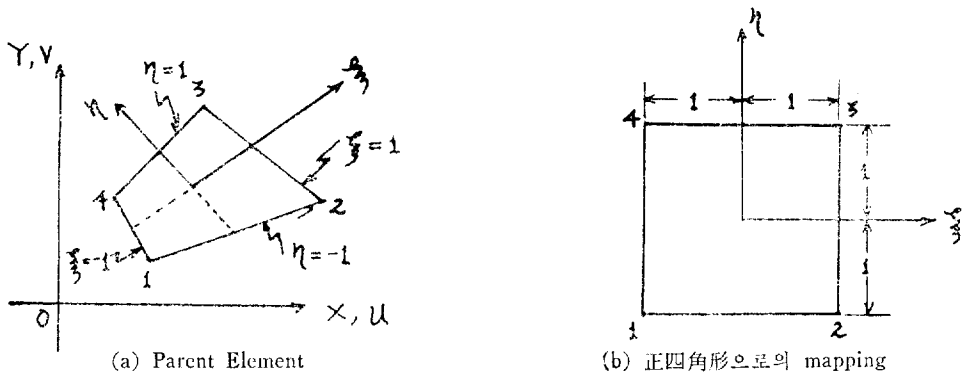
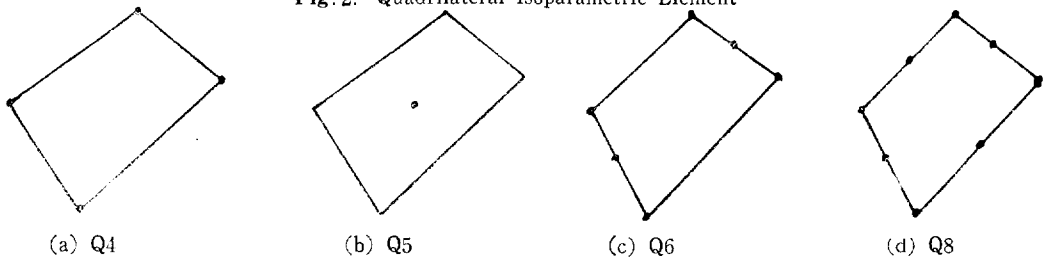


Fig. 2. Quadrilateral Isoparametric Element



Q4; 4 nodes Quadrilateral Isoparametric Element
Q6; 6 nodes Quadrilateral Isoparametric Element

Q5; 5 nodes Quadrilateral Isoparametric Element
Q8; 8 nodes Quadrilateral Isoparametric Element

Fig. 3. Various kinds of quadrilateral isoparametric element.

의 未知變數를 갖게 되어 假想變位場은 다음과 같다.

$$U(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta \quad (1)$$

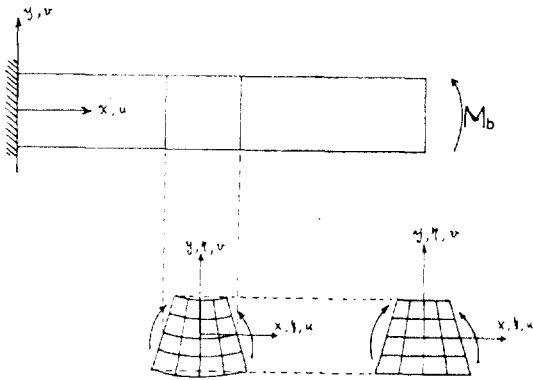
$$V(\xi, \eta) = b_0 + b_1\xi + b_2\eta + b_3\xi\eta$$

이러한 Q4要素에 内部節點이 하나 더 있는 Q5要素의 假想變位場은 다음과 같다.

$$U(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4(1-\xi^2)(1-\eta^2) \quad (2)$$

$$V(\xi, \eta) = b_0 + b_1\xi + b_2\eta + b_3\xi\eta + b_4(1-\xi^2)(1-\eta^2)$$

Q4, Q5要素는 Fig. 4처럼 Isoparametric Element의 가장 큰 短點인 純粹굽힘狀態에서 Parasitic Shear Strain이 나타난다는 欠點을 가지고 있다.



(a) Pure Bending (b) Parasitic Shear
Fig. 4. Parasitic Shear

이것은 x, y 函數가 Interpolation Function에 의해 ξ, η 函數로 變換되면서, 要素境界에서는 ξ 와 η 가 一定한 1이라는 값을 가지게 되어 $\xi\eta$ 項은 内部는 Linear Strain이면서 境界에서는 Constant Strain이 되기 때문이다. 그래서 剪斷變形度 計算時에만, 要素全體에서 Constant Strain을 갖도록

$$U = a_0 + a_1\xi + a_2\eta \quad (3)$$

$$V = b_0 + b_1\xi + b_2\eta$$

로 假想變位場을 修正한 것이 QM4, QM5要素이다. 이 중에서 QM5要素가 効能이 더 좋으며 要素剛性매트릭스를 形成하고 나서 壓縮(Condensation)해 주면 더욱 効能이 좋아지고, 計算機의 經濟性도 좋아진다. 本論文은 QM5要素를 選擇하여 計算을 遂行하였다.

2.3. 要素剛性매트릭스의 形成

Fig. 2처럼 mapping되기 위하여 x, y 座標는 다음과 같이 Interpolation Function N_i 와 節點座標에 의해 表示된다.

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i x_i$$

$$y = \sum_{i=1}^4 N_i y_i \quad (4)$$

한편 變位는 다음과 같이 節點變位로 表示된다.

$$U = \sum_{i=1}^4 N_i U_i + N_5 U_c$$

$$V = \sum_{i=1}^4 N_i V_i + N_5 V_c \quad (5)$$

式(4), 式(5)에서

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \quad (6)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

$$N_5 = (1-\xi^2)(1-\eta^2)$$

으로 表示되며 U_c, V_c 는 内部節點의 變位이다.

이때의 假想變位場은 다음과 같다.

$$U(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4(1-\xi^2)(1-\eta^2) \quad (7)$$

$$V(\xi, \eta) = b_0 + b_1\xi + b_2\eta + b_3\xi\eta + b_4(1-\xi^2)(1-\eta^2)$$

단 剪斷變形度 計算時에는 다음과 같이 해 준다.

$$U(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta \quad (8)$$

$$V(\xi, \eta) = b_0 + b_1\xi + b_2\eta$$

즉 한 要素內에서는 Constant Shear Strain이 되며, 要素中央에 대하여 ($\xi = \eta = 0$) 計算하는 것이 便利하다. 한편

$$[\epsilon] = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ -\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式(9)에서 보면 變形度들은 變位들의 x, y 에 對한 導函數로 定義되어 있고, 모든 變位들은 ξ, η 로 나타내지므로 $\frac{\partial \xi}{\partial x}, \frac{\partial \xi}{\partial y}, \frac{\partial \eta}{\partial x}, \frac{\partial \eta}{\partial y}$ 의 關係式들이 必要하며 微分導函數들은 Chain Rule에 의해 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial \xi} = \frac{\partial(\quad)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial(\quad)}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial \eta} = \frac{\partial(\quad)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial(\quad)}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (10)$$

式(10)을 매트릭스形式으로 바꾸면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial(\quad)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial(\quad)}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial(\quad)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\quad)}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial(\quad)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\quad)}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

式(11)에서 $[J]$ 은 Jacobian이며, 다음과 같이 된다.

$$[J] = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

式(11)을 逆變換시키면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial(\quad)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\quad)}{\partial y} \end{pmatrix} = \frac{1}{|J|} \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial(\quad)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial(\quad)}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (13)$$

여기서 $|J|$ 은 Jacobian determinant이며 다음과 같다

$$\begin{aligned} |J(\xi, \eta)| &= \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ &= \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 x_i P_{ij} y_j \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} \\ &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] [P] \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)에서 $[P]$ 는 다음과 같은 것이다.

$$[P] = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 0 & 1-\eta & -\xi+\eta & -1+\xi \\ -1+\eta & 0 & 1+\xi & -\xi-\eta \\ \xi-\eta & -1-\xi & 0 & 1+\eta \\ 1-\xi & \xi+\eta & -1-\eta & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

따라서 $|J|$ 은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} |J| &= \frac{1}{8} (x_{13}y_{24} - x_{24}y_{13}) + (x_{34}y_{12} - x_{12}y_{34})\xi \\ &\quad + (x_{23}y_{14} - x_{14}y_{23})\eta \end{aligned} \quad (16)$$

(여기서 $x_{ij} = x_i - x_j$, $y_{ij} = y_i - y_j$ 이다)

式(9)는 이제 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{1}{|J|} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 U_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial N_j}{\partial \eta} - \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial N_j}{\partial \xi} \right) y_j \\ &\quad + \frac{-2}{|J|} \left\{ (1-\eta^2) \xi \frac{\partial y}{\partial \eta} - (1-\xi^2) \eta \frac{\partial y}{\partial \xi} \right\} U_c \\ &= \frac{1}{|J|} [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4] [P] \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} \\ &\quad + \frac{-2}{|J|} \left\{ (1-\eta^2) \xi \frac{\partial y}{\partial \eta} - (1-\xi^2) \eta \frac{\partial y}{\partial \xi} \right\} \cdot U_c \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{-1}{|J|} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 V_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial N_j}{\partial \eta} - \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial N_j}{\partial \xi} \right) x_j \\ &\quad + \frac{-2}{|J|} \left\{ (1-\xi^2) \eta \frac{\partial x}{\partial \xi} - (1-\eta^2) \xi \frac{\partial x}{\partial \eta} \right\} V_c \\ &= \frac{-1}{|J|} [V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4] [P] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \\ &\quad + \frac{2}{|J|} \left\{ (1-\eta^2) \xi \frac{\partial x}{\partial \eta} - (1-\xi^2) \eta \frac{\partial x}{\partial \xi} \right\} V_c \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} r_{xy} \Big|_{\xi=\eta=0} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ &= \frac{-1}{|J|} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 U_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial N_j}{\partial \eta} - \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial N_j}{\partial \xi} \right) x_j \\ &\quad + \frac{1}{|J|} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 V_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial N_j}{\partial \eta} - \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial N_j}{\partial \xi} \right) y_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-1}{|J|} [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4] [P] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \\ &\quad + \frac{1}{|J|} [V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4] [P] \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

式(17), 式(18), 式(19)에서의 공통부분을 다음과 같이 定하자.

$$\frac{1}{|J|} [P] \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{8|J|} \begin{pmatrix} y_{24} - y_{34}\xi - y_{23}\eta \\ -y_{13} + y_{34}\xi + y_{14}\eta \\ -y_{24} + y_{12}\xi - y_{14}\eta \\ y_{13} - y_{12}\xi + y_{23}\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$-\frac{1}{|J|} [P] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \frac{-1}{8|J|} \begin{pmatrix} x_{24} - x_{34}\xi - x_{23}\eta \\ -x_{13} + x_{34}\xi + x_{14}\eta \\ -x_{24} + x_{12}\xi - x_{14}\eta \\ x_{13} - x_{12}\xi + x_{23}\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix} \quad (21)$$

式(20), 式(21)에 $\xi = \eta = 0$ 을 代入하여 다음과 같이 定하자.

$$\begin{aligned} A_i(\xi, \eta)_{\xi=\eta=0} &= A_{i+4} \\ B_i(\xi, \eta)_{\xi=\eta=0} &= B_{i+4} \end{aligned} \quad (22)$$

또

$$\begin{aligned} A_c &= \frac{-2}{|J|} \left\{ (1-\eta^2) \xi \frac{\partial y}{\partial \eta} - (1-\xi^2) \eta \frac{\partial y}{\partial \xi} \right\} \\ B_c &= \frac{2}{|J|} \left\{ (1-\eta^2) \xi \frac{\partial x}{\partial \eta} - (1-\xi^2) \eta \frac{\partial x}{\partial \xi} \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

이제 式(17), 式(18), 式(19)에 式(20), 式(21), 式(22), 式(23)을 代入하면 다음과 같이 簡略히 된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= [A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4] \{U_i\} + A_c \cdot U_c \\ \epsilon_y &= [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4] \{V_i\} + B_c \cdot V_c \\ r_{xy} \Big|_{\xi=\eta=0} &= [B_5 \ B_6 \ B_7 \ B_8] \{U_i\} + [A_5 \ A_6 \ A_7 \ A_8] \{V_c\} \end{aligned} \quad (24)$$

式(24)를 매트릭스形式으로 쓰면 다음과 같다.

$$\{\epsilon\} = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_c \\ v_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & A_2 & 0 & A_3 & 0 & A_4 & 0 & A_c & 0 \\ 0 & B_1 & 0 & B_2 & 0 & B_3 & 0 & B_4 & 0 & B_c \\ B_5 & A_5 & B_6 & A_6 & B_7 & A_7 & B_8 & A_8 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_c \\ v_c \end{pmatrix} = [B] \{\delta\} \quad (26)$$

이제 結果的인 要素剛性 매트릭스는 다음과 같이 計算된다.

$$\begin{aligned}
 [K]_{10 \times 10} &= \int_{VOL} [B]^T [D] [B] d(VOL) \\
 &= t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] |J| d\xi d\eta \quad (27)
 \end{aligned}$$

(여기서 $[D]$ 는 彈性매트릭스)

式(27)의 積分은 2-Points Gauss Quadrature^{(2), (3)}에 의하여 다음과 같이 計算된다.

$$\begin{aligned}
 [K]_{10 \times 10} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 t \cdot \{ [B(\xi_i, \eta_j)]^T [D] [B(\xi_i, \eta_j)] \\
 &\quad \cdot |J(\xi_i, \eta_j)| \} \cdot w_i w_j \\
 (w_i = w_j = 1 \text{이므로}) \\
 &= t \cdot \sum_{i=1}^4 [B(\xi_i, \eta_i)]^T [D] [B(\xi_i, \eta_i)] |J(\xi_i, \eta_i)| \quad (28)
 \end{aligned}$$

以上과 같이 하여 計算된 $[10 \times 10]$ 인 剛性매트릭스는 壓縮課程(Condensation Routine)⁽³⁾을 통하여 $[8 \times 8]$ 로 줄어들 수 있다.

3. 프로그램의 構成

MAIN 프로그램에서 節點의 數, 要素의 數, 荷重경우의 數, 二次元平板의 두께, 平面應力인가, 平面變形度問題인가를 우선 읽어들인 다음에 彈性係數를 읽어들인다.

다음에 節點의 順序로 節點의 番號, x -座標, y -座標, 그리고 境界條件을 읽어서 貯藏한 다음에 SUBROUTINE ELSTIF로 가서 最大 변트幅을 決定해 가면서 한 要素에 對하여 反時計方向으로 節點番號를 읽으면, SUBROUTINE QUAD로 가서 각 要素의 全體剛性매트릭스 形成을 위한 係數, 要素剛性매트릭스, 應力 매트릭스, 變形度매트릭스, 中央點의 x -座標, y -座標를 各 要素에 對하여 計算해 내고는, SUBROUTINE ELSTIF로 돌아와서 SUBROUTINE QUAD에서 計算된 結果를 디스크에 적는다. 이것이 全 要素에 對하여 反復된다. 다음에 SUBROUTINE STIFF를 거쳐서 全體剛性매트릭스를 形成하고 LCODE가 1이거나 2이면 SUBROUTINE MODIFY를 한번, 3이면 두번 거쳐면서 全體剛性매트릭스를 境界條件에 따라 修正해 준다. 이때 全體剛性매트릭스는 밴드 매트릭스로 形成이 되며 또한 BLOCK으로 쪼개져서 形成이 되어 차례대로 테이프에 收錄된다. BLOCK으로 쪼개고 테이프에 收錄하는 理由는 計算機 使用容量 問題를 解決하기 위해서이며 BLOCK의 크기는 SUBROUTINE STIFF로 넘어오기 前에 MAIN에서 決定된다. 다음에 荷重에 關한 데이터를 읽어서 荷重重벡터를 만들고, SUBROUTINE BANSOL을 거쳐서 各 節點의 變位를 구하게 된다. 그러면 SUBROUTINE OUTPUT에서는 구해진 變位를 가지고 各 要素內의 x -方向의 應力, y -方向의 應力, 剪斷應力,

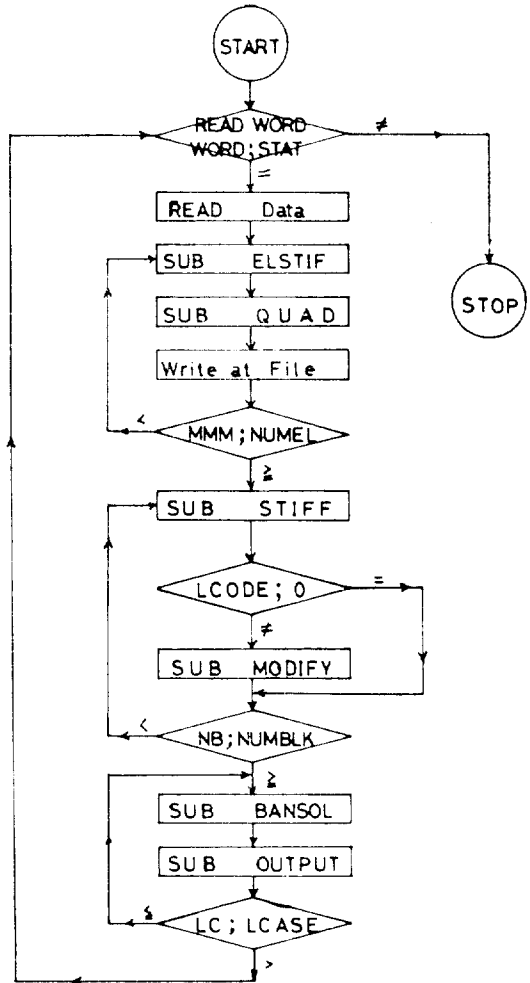


Fig. 5. Flow Chart

x -方向의 變形度, y -方向의 變形度, 剪斷變形度, 最大應力, 最小應力, 그리고 主應力과 x -軸과의 角을 計算해서 적어낸다.

프로그램의 全課程을 要約한 計算系通圖는 Fig. 5와 같다.

4. 計算 結果

各 모델에 對하여 計算한 結果, 變形된 形狀은 Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8과 같다. 計算結果로부터 다음과 같은 事實을 알아낼 수 있었다.

1) 寸수가 不變인 COLUMN 部分은 連結部의 狀態의 變化에 對하여 거의 差異가 없으며, BEAM-COLUMN의 幅比의 變化에 對하여도 거의 差異가 없다. (이것은 計算된 數值에 根據한 것임)

2) BEAM 部分은 모두멘트와 剪斷力의 경우에 對하

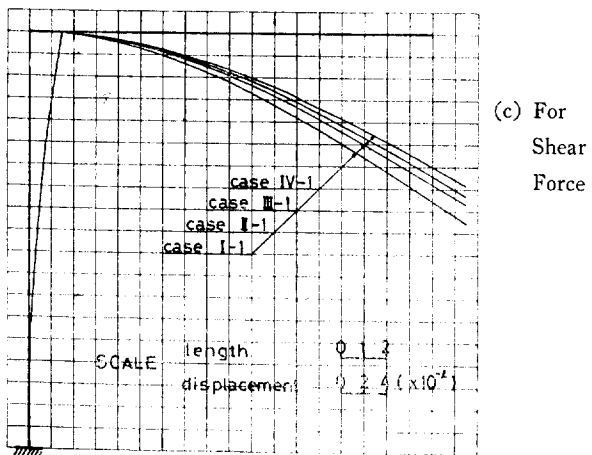
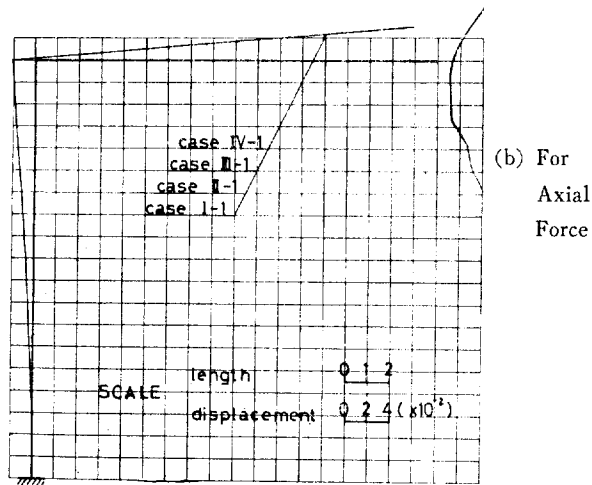
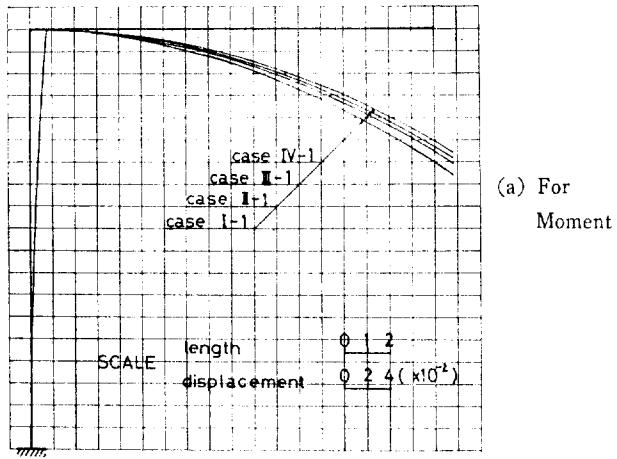


Fig. 6. Deformed Shape (For BEAM-COLUMN Breadth Ratio 2/4)

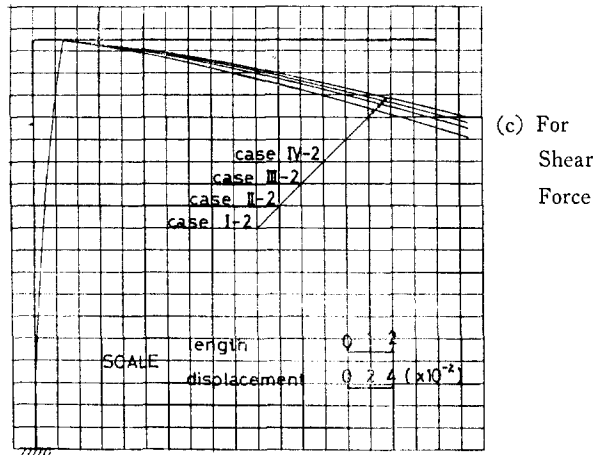
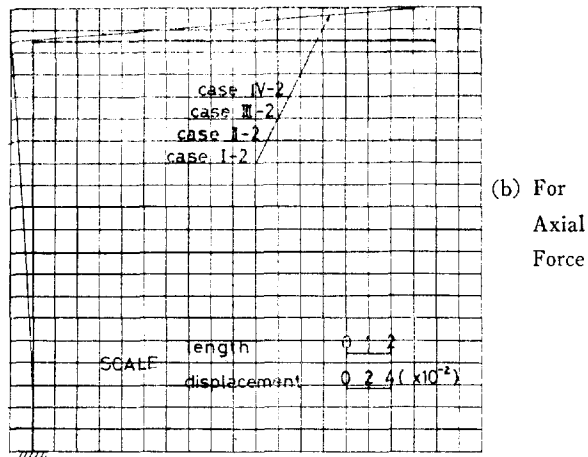
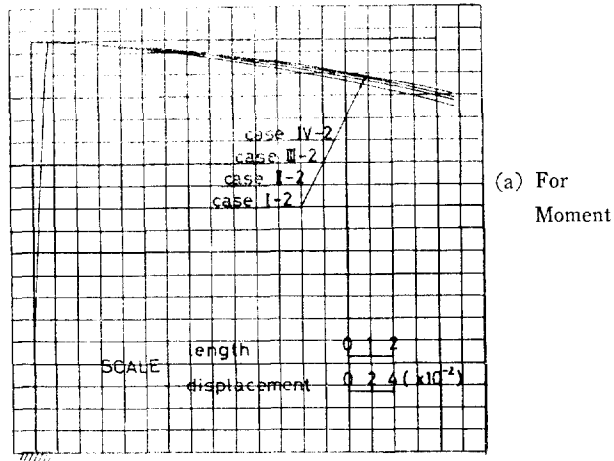


Fig. 7. Deformed Shape (For BEAM-COLUMN Breadth Ratio 3/4)

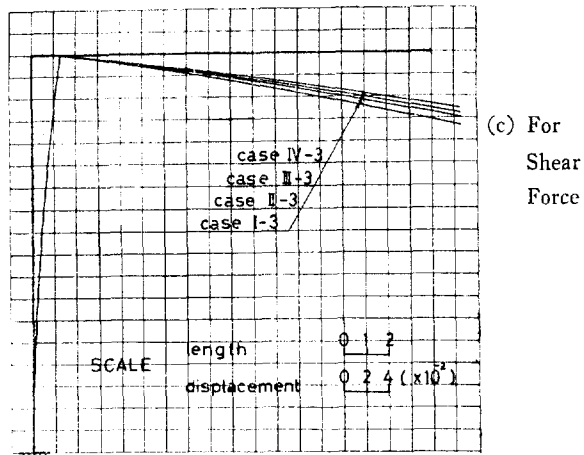
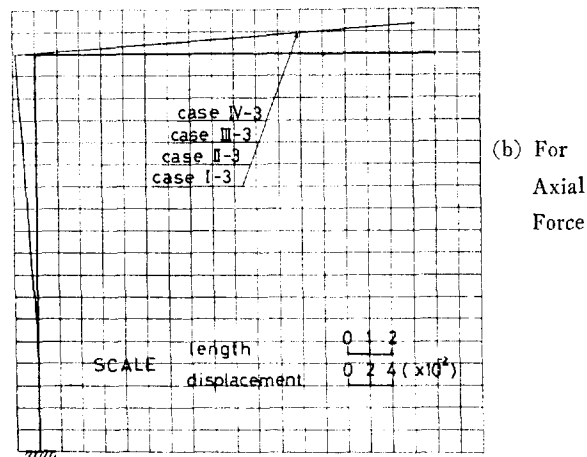
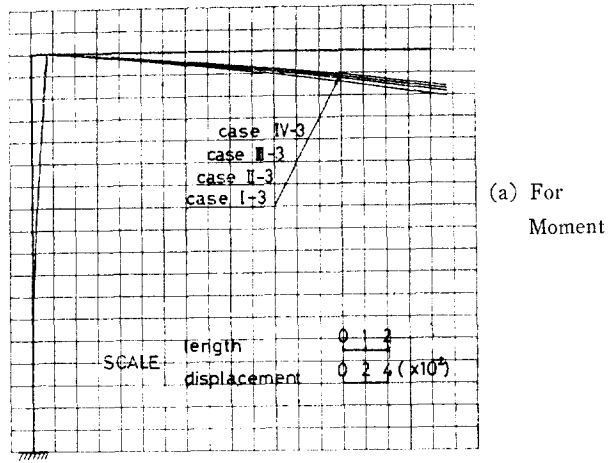


Fig. 8. Deformed Shape (For BEAM-COLUMN Breadth Ratio 4/4)

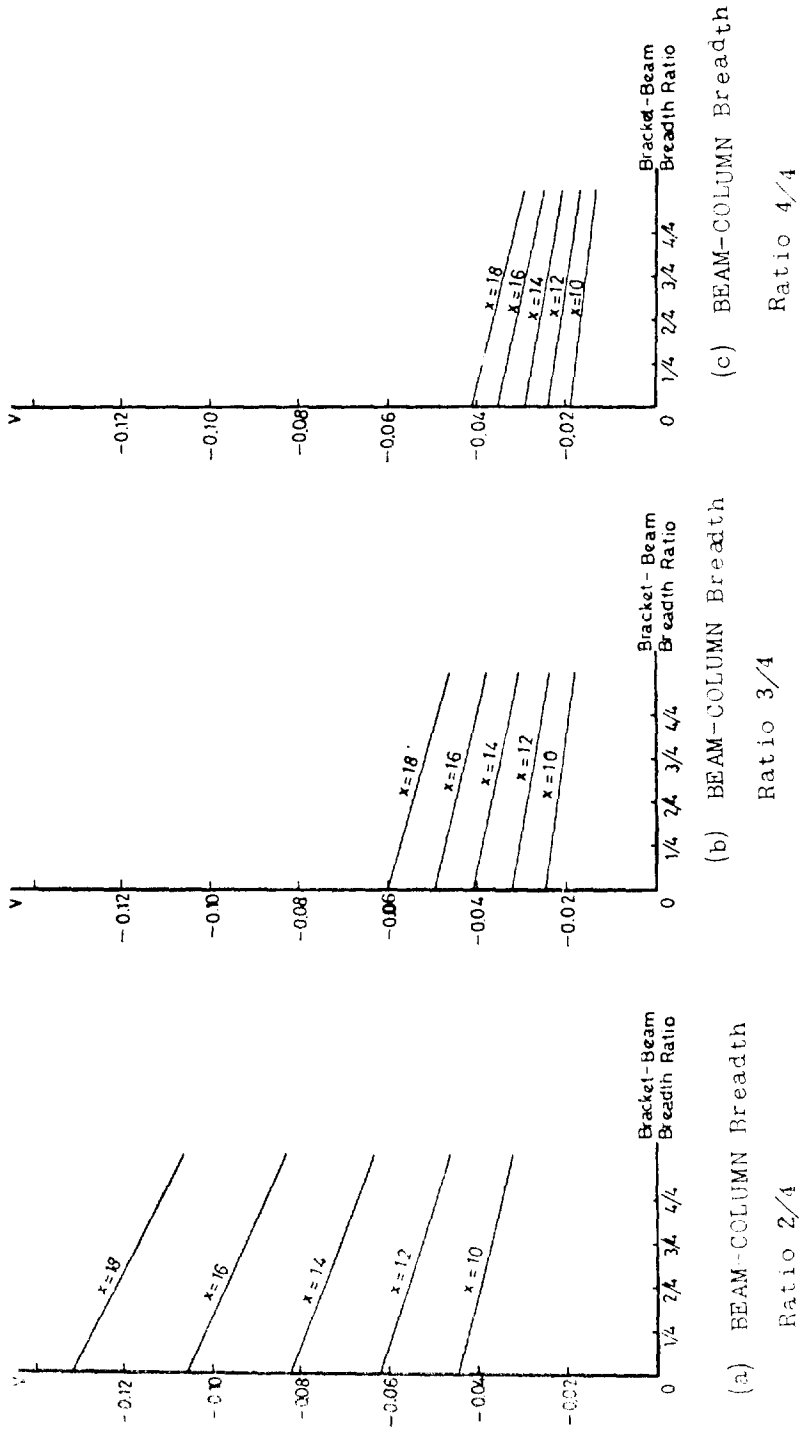


Fig. 9. Change of Displacement For Bending Moment

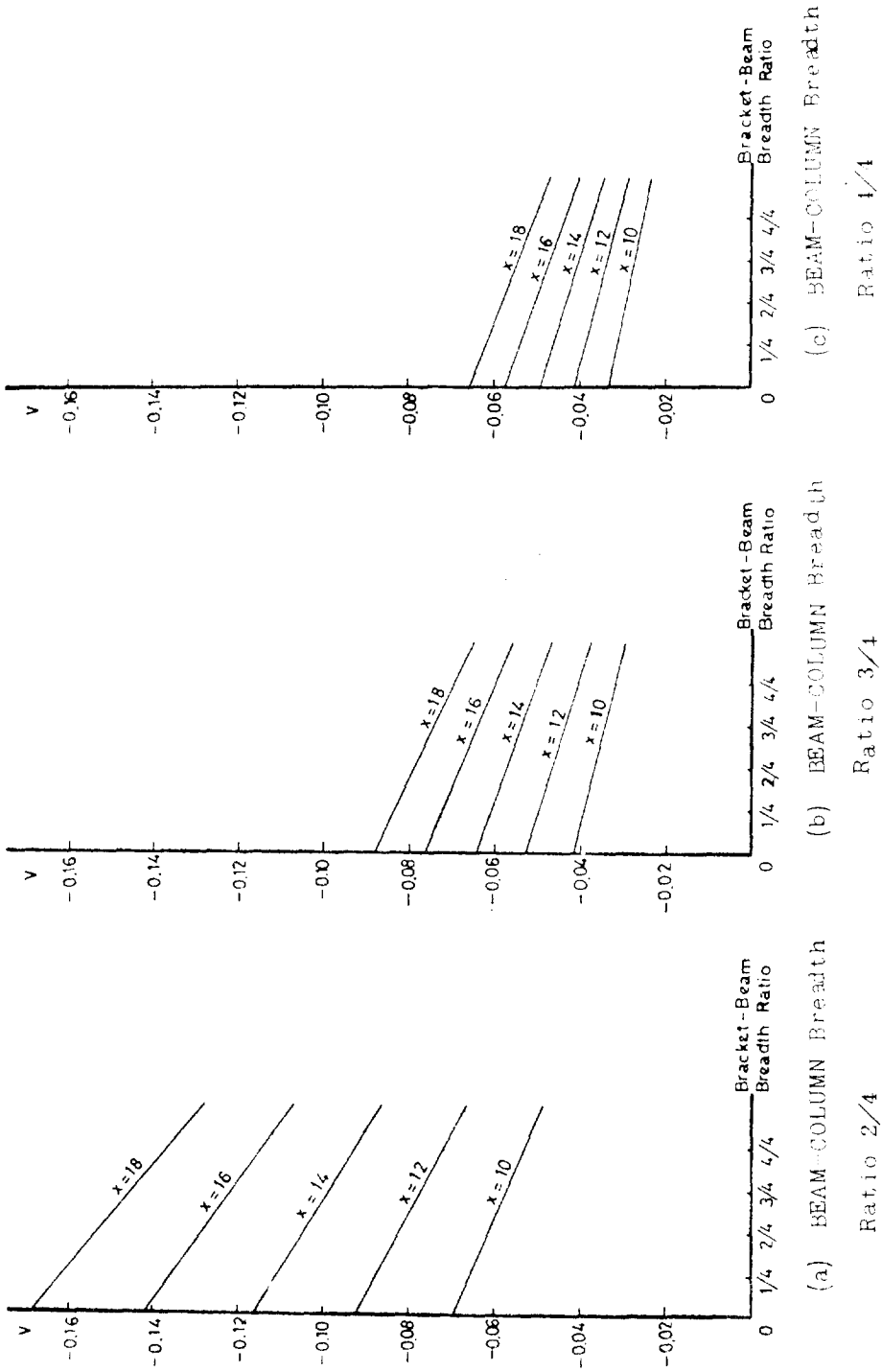


Fig. 10. Change of Displacement For Axial Force

여는 連結部의 狀態의 變化에 대하여 顯著한 差異를 나타내고 있으며, 어떤 一定한 傾向을 띠고 있는 것 같다. 단, 壓縮力의 경우는 連結部의 狀態의 變化에 대하여 差異가 없으며, BEAM치수의 變化에 대하여는 若干의 變化가 있었다.

變位에 差異가 있다는 것은 곧 應力에도 差異가 있다는 것을 意味한다. 計算結果에 依하면 連結部의 狀態에 따라 應力 分布가 뚜렷이 달라짐을 알 수 있으며 特記할 만한 것은 補強에 의하여 應力集中이 解消된다는 事實이다.

以上的 것을 綜合해 보면 補強에 의해 應力の 狀態와 變位가 달라짐을 알 수 있다. 이 달라지는 狀態를 簡單히 나타내기 위하여 變位の 變化를 Fig. 9, Fig. 10에 圖式化하였다. Fig. 9와 Fig. 10을 보면 連結部의 補強狀態에 따라 變位가 뚜렷이 달라지며, 또 比例的으로 달라짐을 알 수 있다. 즉 連結部의 變化에 따른 變位の 修正이 切實히 必要하며 또 可能하다는 結論이 나온다.

本 論文의 計算結果를 가지고 修正項에 대하여 다음을 알 수가 있었다.

$$v_0 \times \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{3}{4}\sqrt{\frac{I}{I_0}} - 1\right)}{4} \right\} < v < v_0 \times \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{3}{5}\sqrt{\frac{I}{I_0}} - 1\right)}{5} \right\}$$

여기서

v ; y-方向 變位

v_0 ; 補強이 없는 경우의 變位

I ; 連結部의 最大 二次모우먼트

I_0 ; BEAM의 二次모우먼트

그러나 좀 더 正確히 表示되기 위하여는 다음 事實들이 더 考慮되어야 할 것이다.

- 1) 모우먼트의 경우와 剪斷力이 作用하는 경우의 修正値는 다르다.
- 2) BEAM 自體의 二次모우먼트와 連結部의 最大 二次모우먼트의 크기의 函數이다.
- 3) 原點으로 부터의 x-座標값의 函數이다.
- 4) BEAM-COLUMN의 幅比의 函數이다.
- 5) 原來의 補強이 없는 것에 대한 값의 函數이다.

5. 考察 및 結論

BEAM-COLUMN構造物의 連結部의 狀態가 달라짐에 따라, 또 幅比가 달라짐에 따라 모우먼트, 壓縮力, 剪斷力이 作用하는 경우에 대하여, 有限要素法에 依한 二次元 平面解析을 한 結果 다음 結論을 얻었다.

1) 連結部의 狀態의 變化에 대한 連結部의 角變形은 어떤 一定한 傾向을 가지나, 그 絕對値가 無視할 만큼 작으므로 彈性限界 內에서는 角變形이 없다고 봐도 無

關하다.

2) 모우먼트 또는 剪斷力이 作用하는 경우, 連結部의 補強에 依하여 全體的인 應力分布가 달라지며, 特別 應力集中이 解消된다. 但, 壓縮力의 경우는 거의 無關하다.

3) 모우먼트 또는 剪斷力이 作用하는 경우, 連結部의 狀態의 變化에 의하여 BEAM部分의 變位는 뚜렷이 差異가 나며, 差異는 補強에 直線的인 比例關係를 가져, 補強에 依한 修正이 要求되며 可能하다.

4) 本 論文에 使用된 Program은 初期應力과 初期變形의 影響을 無視할 경우 적은 計算機 容量으로도 二次元 平面解析이 可能하다.

以上的 結論中에서 3)은 아직 많은 研究의 餘地가 있다. 原來의 BEAM-COLUMN의 두께와 BRACKET의 두께가 달라지는 경우라던가 또는 比例的인 變化가 결코 繼續될 수는 없고, 補強된 BRACKET의 크기와 關係를 가진 比例限度가 있을 것인데, 그런 것들에 대하여도 밝히면서 좀 더 正確한 修正의 表示가 必要하다.

參 考 文 獻

- (1) K.C. Rockey, H.R. Evans, D.W. Griffiths and D.A. Nethercot, "The Finite Element Method", Crosby Lockwood Staples London Co., 1975.
- (2) O.C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering Science", Mcgraw-Hill Book Co., N.Y., 1971.
- (3) Robert D. Cook, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", John Wiley & Sons. Inc., 1974.
- (4) William P. Doherty, Edward L. Wilson and Robert L. Taylor, "Stress Analysis of Axisymmetric solids. (Utilizing Higher-Order Quadrilateral Finite Elements)", Report UC-SESM-69-3, Civil Engineering Dept., University of California, Berkeley, 1969.
- (5) 崔暢根, "Use of Nonconforming Modes in Finite Elements Analysis of Plates and Shells", Dissertation of Ph.D., 1973.
- (6) 宋俊泰, "有限要素法에 依한 Bracketed connection의 解析", Dissertation of M.S., 1974.
- (7) G.R. Monoforton and T.S. Wu, "Matrix Analysis of Semi-Rigid connected Frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 89, No. ST6, December, 1963.

- (8) 任尙鎭, “매트릭스 法에 의한 船體助骨環解析”, 大韓造船學會誌, Vol. 10, No. 1, 1963.
- (9) 任尙鎭, “油槽船의 Web Frame에 서의 應力分布”, 大韓造船學會誌, Vol. 9, No. 1, 1972.
- (10) H.C. Martin, “*Introduction to Matrix Methods of Structural Analysis*”, Mc Graw-Hill Book Co., N.Y., 1966.
- (11) William Weaver, “*Computer Programs for Structural Analysis*”, D. Van Nostrand Co., Princeton, 1967.
- (12) S.P. Timoshenko and S.N. Goodier, “*Theory of Elasticity*”, Third Edition, McGraw-Hill Book Co., 1970.
- (13) S.P. Timoshenko and J.M. Gere, “*Mechanics of Materials*”, Van Nostrand Reinhold Co., 1971.
- (14) Clive L. Dym and Irving H. Shames, “*Solid Mechanics (A Variational Approach)*”, International Student Edition, 1973.
- (15) R.K. Livesely, “*Matrix Methods of Structural Analysis*”, Structures and Solid Body Mechanics Division, Vol. 3, 1964.
- (16) Shinkichi Tashiro, Akird Nitta, Noriyoshi Onizuka and Yasunosuke Ogawa, “超大型 油槽船「日石丸」の 強度實驗”, 日本造船學會論文集, 第133號, p. 167, June, 1973.