

바아지의 3차원 構造解析

任 尙 鏞\* · 趙 相 來\*\*

3-Dimensional Structure Analysis of a Barge

by

S.J.Yim, S.R. Cho

Abstract

In order to design safer and more economical ship structures, theoretical structure analysis of entire vessel is desirable.

This paper describes the application of the Direct Stiffness Method to ship structures for calculation of forces and moments which act on each part of ship structures. Before application of this method, ship structures have to be replaced with equivalent space frame.

Emphasis is placed on the division of total stiffness matrix of entire vessel. Floating barge, of which principal dimensions are  $L \times B \times D = 16M \times 10M \times 2M$ , is taken as calculation sample.

The conclusion of this paper is that, in initial stage of ship structure design, the Direct Stiffness Method by Division can be applied to determine frame-space and scantlings of members.

1. 序 論

最近의 傾向은 종래의 經驗에 의한 船體構造設計에 서 벗어나 工學的 解析에 의하여 經濟的이고, 安全한 船體構造設計를 수행하는 方向으로 기울어지고 있다.

工學的 解析에 의한 船體構造設計에 있어서는 船體의 各部分에 作用하는 힘과 모우먼트들을 구한 뒤에 이를 사용하여 各 要素의 應力을 計算하는 것이 보통이다. 船體의 各部分에 작용하는 힘과 모우먼트들을 구하는 方法으로서 本 論文에서는 船體를 等價의 3차원 뼈대構造物로 置換한 뒤에 變位法의 一種인 直接剛性法(Direct Stiffness Method)<sup>(1)</sup>을 使用하여 各 節點에서의 變位와 各 部材 兩端에 작용하는 材端力을 구하였다.

이 過程에 있어서 船體와 같이 복잡한 構造物의 경우 全體剛性메트릭스가 굉장히 커지게 되므로 電子計算機의 容量이 큰 問題로 擡頭된다. 이를 解決하기 위해 本論文에서는 全體剛性메트릭스를 分割하여 解析하는 方法<sup>(2), (3), (4)</sup>을 擇하였다. 이 方法은 船體와 같이 길 이가 幅과 깊이에 비해 큰 構造物에서는 特히 有利하다

이 解析을 수행하는 過程에서의 假定은 다음과 같다. 船體를 3차원 뼈대構造物로 置換하는 過程에서의 假定 ;

1. 外板의 一部分은 橫方向과 縱方向 補强材의 플랜지의 役割을 한다.
  2. 橫方向 補强材 사이의 外板에 作用하는 荷重은 兩端의 橫方向 補强材에 等分하여 分布시킨다.
  3. 各 部材는 同一한 斷面積과 慣性모우먼트를 갖는 直四角形斷面보와 같은 役割을 한다.
- 3차원 뼈대構造物의 解析에 變位法을 適用하는 過程에서의 假定 ;
4. 各 部材는 Hook의 法則에 따른다.
  5. 各 節點에서의 變位는 微少하다.
  6. 各 部材의 連結部는 完全固着 狀態로 본다.
  7. 剪斷力에 의한 變形은 고려하지 않는다.

以上과 같은 假定下에  $L=16m$ ,  $B=10m$ ,  $D=2m$ 인 바아지가 靜水 中에 떠있을 때를 計算例로 하여, 이를 8個의 部分構造物(Substructure)로 나누어 計算을 수행하였다.

이 計算의 結果, 船體構造의 한 方法으로 分割에 依

接受日字 ; 1977年 3月 15日

\* 正會員 ; 서울大學校 工科大學

\*\* 正會員 ; 서울大學校 大學院

한 直接剛性法을 사용할 수 있다는 結論을 얻었다.

2. 直接剛性法

2-1 基本 物理量과 座標系

3차원 뼈대構造物에는 3個의 獨立된 方向의 힘과 모우먼트가 작용할 수 있고, 3個의 獨立된 方向의 並進變位와 廻轉變位가 생길 수 있다. 이들을 全體座標系에서는 大文字로 표시하고, 部材座標系에서는 小文字로 표시하기로 하여 매트릭스形式으로 정리하면式(1)과 같이된다. 또한, 이들을 오른손 座標系로 圖示하면 Fig.1과 같이 된다.

$$\vec{D} = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix}, \vec{F} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}, \vec{d} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix}, \vec{f} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

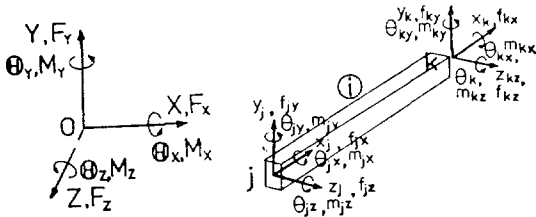


Fig. 1. Structure coordinate and member coordinate

2-2 個別 部材剛性 매트릭스

3차원 뼈대構造物의 한 部材 兩端에는 Fig.1의 오른쪽과 같은 材斷力과 材端變位들이 存在하게 되고, 이들 材端力과 材端變位 사이에는 一次關係가 存在한

다. 이들 사이의 關係를 크게 두가지의 경우로 나누어 구하면 다음과 같다.

〈경우 1-1〉 節點 j,k에 x軸方向의 軸力  $f_{jx}, f_{kx}$ 가 작용하고 이들에 對應하는 變位  $x_j, x_k$ 가 일어날 때 ;

$$\begin{Bmatrix} f_j \\ f_k \end{Bmatrix} = \frac{A_x E}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_j \\ x_k \end{Bmatrix} \quad (2)$$

〈경우 1-2〉 節點 j,k에 비틀림모우먼트  $m_{jz}, m_{kz}$ 가作用하고, 이들에 對應하는 變位  $\theta_{jz}, \theta_{kz}$ 가 일어날 때 ;

$$\begin{Bmatrix} m_{jz} \\ m_{kz} \end{Bmatrix} = \frac{I_x G}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{jz} \\ \theta_{kz} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

〈경우 2-1〉 節點 j,k에 軸方向의 굽힘모우먼트  $m_{jz}, m_{kz}$ 와 y軸方向의 垂直力  $f_{jy}, f_{ky}$ 가作用하고, 이들에 對應하는 變位  $\theta_{jz}, \theta_{kz}, y_j, y_k$ 가 일어날 때 ;

$$\begin{Bmatrix} f_{jy} \\ m_{jz} \\ f_{ky} \\ m_{kz} \end{Bmatrix} = \frac{2EI_z}{L} \begin{bmatrix} 6/L^2 & 3/L & -6/L^2 & 3/L \\ 3/L & 2 & -3/L & 1/L \\ -6/L^2 & -3/L & 6/L^2 & -3/L \\ 3/L & 1/L & -3/L & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_j \\ \theta_{jz} \\ y_k \\ \theta_{kz} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

〈경우 2-2〉 節點 j,k에 y軸 方向의 굽힘모우먼트  $m_{jy}, m_{ky}$ 와 z軸方向의 垂直力  $f_{jz}, f_{kz}$ 가作用하고 이들에 對應하는 變位  $\theta_{jy}, \theta_{ky}, Z_j, Z_k$ 가 일어날 때 ;

$$\begin{Bmatrix} f_{jz} \\ m_{jy} \\ f_{kz} \\ m_{ky} \end{Bmatrix} = \frac{2EI_y}{L} \begin{bmatrix} 6/L^2 & -3/L & -6/L^2 & -3/L \\ -3/L & 2 & 3/L & 1/L \\ -6/L^2 & 3/L & 6/L^2 & 3/L \\ -3/L & 1/L & 3/L & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_j \\ \theta_{jy} \\ Z_k \\ \theta_{ky} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式 (2), (3), (4), (5)를 擴張하여 重疊하면, 다음 식을 얻는다.

$$\begin{Bmatrix} \vec{f}_j \\ \vec{f}_k \end{Bmatrix} = [S_M] \begin{Bmatrix} \vec{d}_j \\ \vec{d}_k \end{Bmatrix} \quad (6)$$

([S<sub>M</sub>]은 註를 參照할것)

[註]	A						SYM.														
	0	6·D/L <sup>2</sup>																			
	0	0	6·C/L <sup>2</sup>																		
	0	0	0	B																	
	0	0	-3C/L	0	2·C																
	0	3·D/L	0	0	0	2·D															
[S <sub>M</sub> ]=	-A	0	0	0	0	0	A														
	0	-6·D/L <sup>2</sup>	0	0	0	-3·D/L	0	6·D/L <sup>2</sup>													
	0	0	-6·C/L <sup>2</sup>	0	3·C/L	0	0	0	6·C/L <sup>2</sup>												
	0	0	0	-B	0	0	0	0	0	0	B										
	0	0	-3·C/L	0	C	0	0	0	0	3·C/L	0	2·C									
	0	3·D/L	0	0	0	D	0	-3·D/L	0	0	0	0	2·D								
	A=E·A <sub>x</sub> /L		B=G·I <sub>x</sub> /L		C=2·E·I <sub>y</sub> /L		D=2·E·I <sub>z</sub> /L														

2-3 座標變換과 全體剛性메트릭스

Fig.2에서 部材 l,m,n의 j端에서의 材端力의 合은 外力과 같아야하고, 部材 l,m,n의 j端에서의 變位는 서로 같아야 된다는 것이 連續條件에서의 要求事項이다.

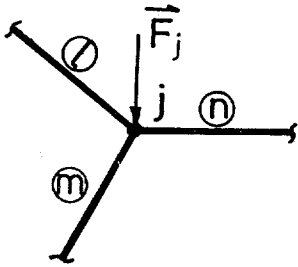


Fig. 2. A part of space Framed Structure

즉,

$$\vec{F}_j = \sum_{i=l,m,n} \vec{f}_{ij}, \quad \vec{d}_{lj} = \vec{d}_{mj} = \vec{d}_{nj} \quad (7)$$

여기에서  $\vec{F}_j$ 는 節點 j에 作用하는 外力이다. 式(7)은 벡터量으로 表示되어 있다. 이들을 計算에 便利한 스칼라量의 式으로 바꾸기 위해서는 部材座標系에서 全體座標系로의 變換이 必要하다.

Fig.3에서 全體座標系 OXYZ를 i번째 部材의 部材座標系에 一致시키 기위해서는 Y軸을 廻轉 中心으로 하여  $\beta$ 만큼의 廻轉과, Zβ軸을 廻轉中心으로 하여  $\gamma$ 만큼의 廻轉, 그리고 X $\gamma$ 軸, 즉 x $\gamma$ 軸을 廻轉中心으로 하여  $\alpha$ 만큼의 廻轉이 必要하다.

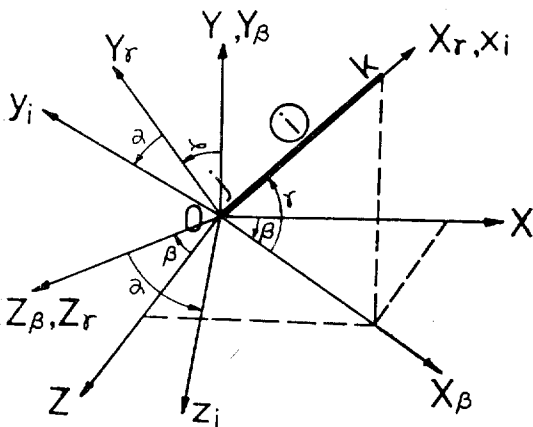


Fig. 3. Transformation from structure coordinate to member coordinate

이것을 式으로 表示하면,

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} = \underbrace{[R\alpha] [R\gamma] [R\beta]}_{[R]} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (8)$$

가 된다. 여기에서

$$[R\alpha] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, \quad [R\gamma] = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$[R\beta] = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}$$

이다.

여기서 求한 [R]에 依한 部材座標系에서의 材端力과 材端變位는 全體座標系로 變換될 수 있다.

이에 依해 式 (6)은

$$\begin{pmatrix} R \\ R \\ R \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_{ij} \\ \\ F_{ik} \end{Bmatrix} = [S_M] \begin{pmatrix} R \\ R \\ R \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} D_{ij} \\ \\ D_{ik} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

가 되고, 式(9)를 바꾸어쓰면

$$\begin{Bmatrix} F_{ij} \\ \\ F_{ik} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} R \\ R \\ R \end{pmatrix}^T [S_M] \begin{pmatrix} R \\ R \\ R \end{pmatrix}}_{[S_r]} \begin{Bmatrix} D_{ij} \\ \\ D_{ik} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

가 된다.

式 (10)에 依해 構造物의 各部材에 對한 全體座標系에서의 剛性메트릭스를 求할 수 있다.

이들을 全部材에 對하여 重疊하면, 다음과 같이된다

$$\{F\} = [S] \{D\} \quad (11)$$

여기에서 {F}는 構造物의 節點에 作用된 外力이다. 部材위에 外力이 作用하는 경우에는 外力이 作用하는 部材 兩端을 固定하였을 때 兩端에 發生하는 反力의 陰의 값을 節點의 外力으로 使用하던된다.

式 (11)의 兩邊에 [S]<sup>-1</sup>을 前乘하면 各 節點에서의 變位를 求할 수 있고, 求한 값을 式 (12)에 代入하면 各部材의 材端力을 求할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} f_{ij} \\ \\ f_{ik} \end{Bmatrix} = [S_M] \begin{pmatrix} R \\ R \\ R \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} D_{ij} \\ \\ D_{ik} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

### 3. 剛性메트릭스 分割 解析法

船體와 같이 길이 方向으로 긴 構造物의 경우, 全體 剛性메트릭스는 式(13)과 같은 모양을 갖는다(Fig. 4 參照)

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ F_{n-1} \\ F_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & & & & \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} & & & \\ & S_{3,2} & S_{3,3} & S_{3,4} & & \\ & & \dots & \dots & \dots & \\ & & & \dots & \dots & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & \dots \\ S_{n-1,n-2} & S_{n-1,n-1} & S_{n-1,n} & & & \\ & S_{n,n-1} & S_{n,n} & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ D_{n-1} \\ D_n \end{pmatrix} \quad (13)$$

式 (13)을 풀어 쓰면,

$$S_{1,1}D_1 + S_{1,2}D_2 = F_1 \quad (14-1)$$

$$S_{2,1}D_1 + S_{2,2}D_2 + S_{2,3}D_3 = F_2 \quad (14-2)$$

$$S_{3,2}D_2 + S_{3,3}D_3 + S_{3,4}D_4 = F_3 \quad (14-3)$$

⋮

$$S_{n-1,n-2}D_{n-2} + S_{n-1,n-1}D_{n-1} + S_{n-1,n}D_n = F_{n-1} \quad (14-4)$$

$$S_{n,n-1}D_{n-1} + S_{n,n}D_n = F_n \quad (14-5)$$

가 된다.

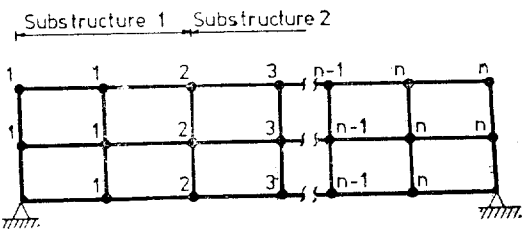


Fig. 4. An Example of Long Structure

式 (14-1)에서

$$D_1 = S_{1,1}^{-1}(F_1 - S_{1,2}D_2) \quad (15)$$

이고, 式 (15)를 式 (14-2)에 代入하면,

$$S_{2,2}^*D_2 + S_{2,3}D_3 = F_2^* \quad (16)$$

가 된다. 여기에서

$$S_{2,2}^* = S_{2,2} - S_{2,1}S_{1,1}^{-1}S_{1,2}$$

$$F_2^* = F_2 - S_{2,1}S_{1,1}^{-1}F_1$$

이다. 式(16)에서

$$D_2 = S_{2,2}^{*-1}(F_2^* - S_{2,3}D_3) \quad (17)$$

이다 式 (17)을 式 (14-3)에 代入하면,

$$S_{3,3}^*D_3 + S_{3,4}D_4 = F_3^* \quad (18)$$

가 된다. 여기에서,

$$S_{3,3}^* = S_{3,3} - S_{3,2}S_{2,2}^{*-1}S_{2,3}$$

$$F_3^* = F_3 - S_{3,2}S_{2,2}^{*-1}F_2^*$$

이다. 같은 方法을 계속하면 式 (14-4)는

$$D_{n-1} = S_{n-1,n-1}^{*-1}(F_{n-1}^* - S_{n-1,n}D_n) \quad (19)$$

가 된다. 여기에서

$$S_{n-1,n-1}^{*-1} = S_{n-1,n-1} - S_{n-1,n-2}S_{n-2,n-2}^*S_{n-2,n-1}$$

$$F_{n-1}^* = F_{n-1} - S_{n-1,n-2}S_{n-2,n-2}^*F_{n-2}^*$$

이다. 式(19)를 式 (14-5)에 代入하면,

$$S_{n,n}^*D_n = F_n^* \quad (20)$$

가 된다. 여기에서

$$S_{n,n}^* = S_{n,n} - S_{n,n-1}S_{n-1,n-1}^{*-1}S_{n-1,n}$$

$$F_n^* = F_n - S_{n,n-1}S_{n-1,n-1}^{*-1}F_{n-1}^*$$

이다. 式(20)을 바꾸어 쓰면,

$$D_n = S_{n,n}^{*-1}F_n^* \quad (21)$$

가 된다.

式 (21)을 式 (19)에 代入하면  $D_{n-1}$ 을 求할 수 있고 이 값을 계속 後退代入해가면  $D_1$ 을 求할 수 있다. 이로써 모든 節點의 變位를 求할 수 있다.

### 4. 使用프로그램의 概要

서브루틴 GEDATA에서 部材와 節點의 數, 彈性係數 節點의 座標, 部材의 形狀과 拘束에 관한 데이터를 읽어 들인 後 이값들을 使用하여 서브루틴 METOTO에서 全體剛性메트릭스를 形成한다. 서브루틴 DECOMP와 서브루틴 INVERT를 거쳐면서 必要한 部分의 逆行列을 計算하게 되는데 여기에서는 Cholesky의 平方根法 (Square Root Method)<sup>(3)</sup>을 使用하였다 서브루틴 LODATA에서는 節點荷重과 部材荷重에 관한 데이터를 읽어 들여 外力벡터를 形成한다. 서브루틴 CONMAT에서는 다음 部分 構造物에 넘겨줄 剛性메트릭스와 外力벡터를 計算하고 나중에 變位를 求할 때 必要한 剛性메트릭스와 外力벡터를 計算하여 File에 저장한다. 서브루틴 RESULT에서는 마지막 部分構造物의 變位를 計算

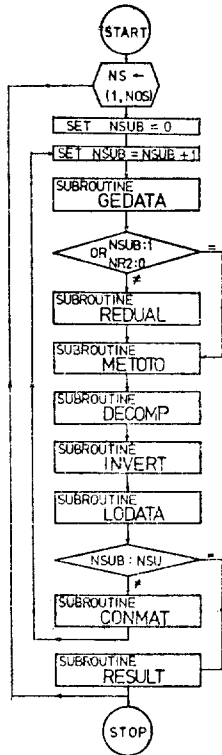


Fig. 5. Flow Chart

하고, 이 값과 File에 저장된 값을 사용하여 모든節點의變位, 部材의材端力과 拘束節點의 反力を計算한

다. 서브루틴REDUAL은 두個의 部分構造物이 共有하는節點에 拘束이 있는 경우, 앞의 構造物에서 넘어온 剛性메트릭스와 外力벡터의 再配置를 하기 위해 必要하다.

本論文에서 使用한 프로그램에 依해서는 한 構造物에 3個의 荷重群이 作用하는 경우 까지 計算이 可能하고, 여러 個의 構造物을 한번에 計算할 수 있도록 하였다.

프로그램의 全過程의 施行을 要約하면 Fig. 5의 計算系統圖와 같다.

5. 바아지에 대한 計算結果

Fig. 6과 같은  $L=16m$ ,  $B=10m$ ,  $D=2m$ ,  $H=1.7m$ 인 바아지가 靜水 中에 떠있고, 甲板에 A.P.에서  $1.1kg/mm$ 이고, FR#1에서  $1.4kg/mm$ 인 線形分布荷重, FR#1에서 FR#2까지는  $1.4kg/mm$ 인 均一分布荷重, FR#2에서 FR#4까지는  $5.2kg/mm$ 인 均一分布荷重이 前後對稱으로 作用하는 경우에 대한 解析을 하였다.

3차원 뼈대構造物로 置換하면 Fig. 7과 같고, 이 뼈의 拘束狀態는 節點番號 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 20, 21, 24, 25, 28, 29, 32, 33, 36에서 Z方向의 並進變位와 X, Y方向의 廻轉變位가 拘束이고, 節點番號 17에서는 모든 方向의 變位가 拘束이다. 이 解析의 結果值 中 甲板과 斷底에서의 처짐, 甲板 中央에서의 굽힘모우멘트와 剪船力을 Fig. 8~11에 나타내었다.

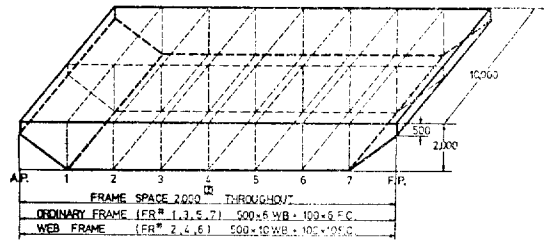
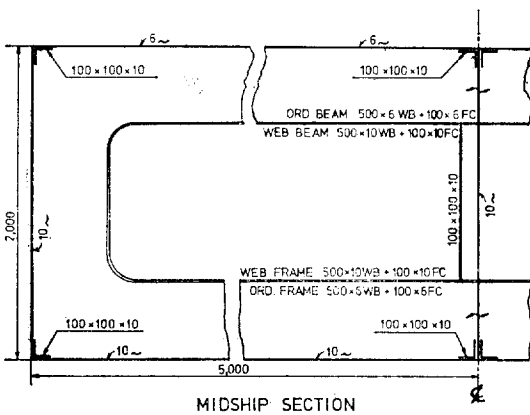


Fig. 6. Calculation Sample

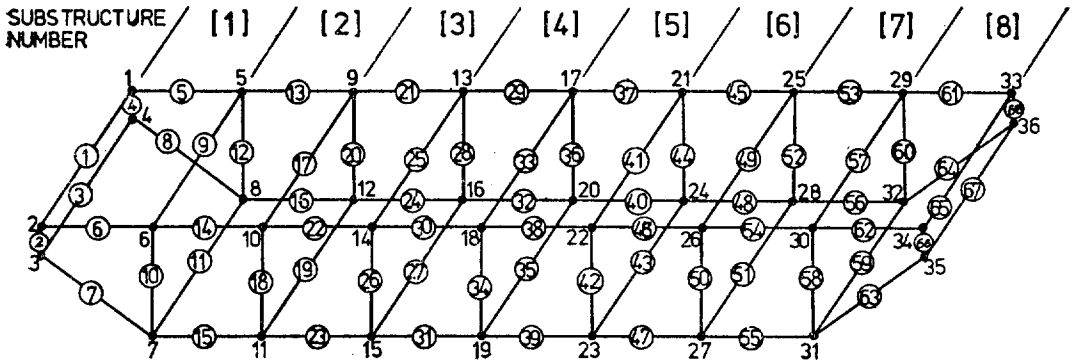


Fig. 7. Number of Node and Member of Replaced Barge with Equivalent Space Framed Structure

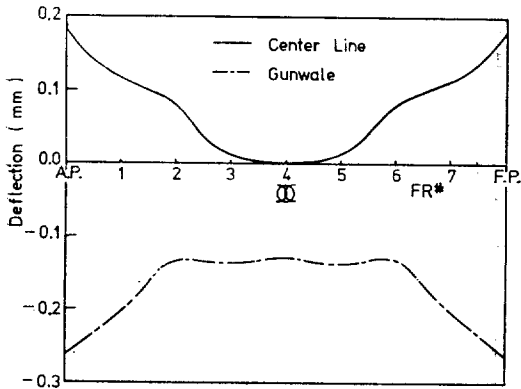


Fig. 8 Deflection at Deck

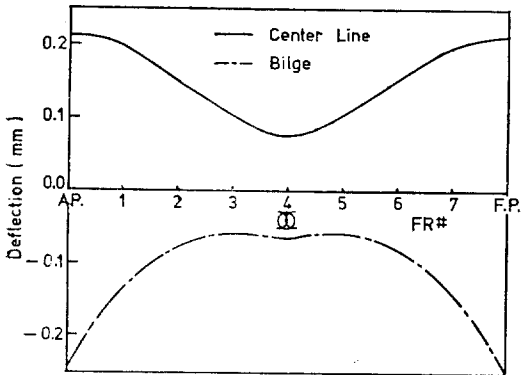


Fig. 9. Deflection at Bottom

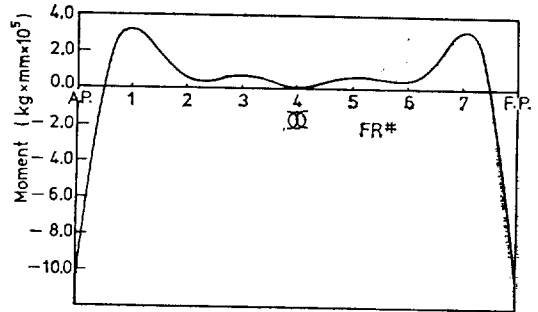
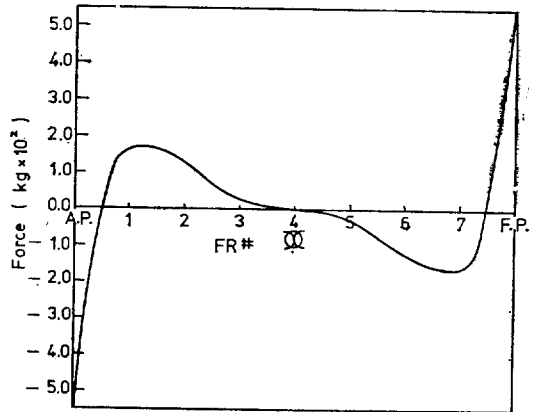


Fig. 10 Bending Moment at Deck Center



Fi. g11. Shear Force at Deck Center

5. 考察 및 結論

本 論文의 計算結果는 縱方向치짐의 경우 單純보 理論을 適用했을 때의 약 1/3정도가 나온다. 그런데 船體의 實際치짐量은 單純보 理論의 값보다 조금 작다는 것이 알려져 있다. (11) 本論文의 計算結果는 定性的으로는 만족스럽지만 量에 있어서는 조금 작게 나왔다고 할 수 있다. 이 理由는 크게 다음의 두 가지로 생각된다.

첫째는 有効幅이 너무 크게 算定되었다는 것이고, 둘째는 剪斷力에 의한 치짐이 고려되지 않았다는 것이다 이 두가지를 解決하기 위해서는 앞의 假定에 대한 약간의 수정이 必要하다. 本 論文에서는 橫方向 補强材의 경우 外板에 垂直荷重이 作用할 때에 대한 有効幅의 算式을 使用하였고 縱方向의 경우는 軸荷重이 作用할 때에 대한 有効幅의 算式을 使用하였다. 그러나 實際는 外板에 垂直荷重軸荷重 및 모우먼트가 同時에 作用하고 있다. 따라서 예상되는 모든 荷重의 경우를 고려한 有効幅의 算式을 必要로한다. 剪斷力에 의한치짐을 고려하기 위해서는 節點이 完全固着狀態가 아니어야 한다. 따라서 各節點의 實際拘束狀態를 나타내는拘束度(Degree of Restraint)를 計算하여 各 部材의 剛性 매트릭스를 만들 때 고려하여야만 하겠다.

以上の 考察에 의한 本論文의 結論은 다음과 같다.

(1) 船體構造解析의 한 方法으로 分割에 의한 直接 剛性法을 使用할 수 있고 船體構造設計, 特히 特殊船의 경우 初期設計時에 補强材의 間隔과 各 部材의 치수等を 變數로 두어 가장 效果的인 이들의 값을 定하는 方法으로 이를 使用할 수 있다.

(2) 보다 正確한 解析을 위해서는, 外板에 作用하는 모든 荷重의 경우를 고려한 有効幅의 算式과 各 節點의 拘束度의 算定이 必要하다.

參 考 文 獻

[1] H.C. Martin, "Introduction to Matrix Methods of structural Analysis" Mcgraw-Hill Book Co., N.Y., 1966.

[2] J.S. Prezemieniecki, "Theory of Matrix Structural Analysis" Mcgraw-Hill Book Co.N.Y., 1968.

[3] W. Weaver, Jr., "Computer Programs for Structural Analysis" D. Van Nostrand Co., Pinceton, 1967.

[4] O.C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method in Engineering Science" Mcgraw-Hill Book Co., London, 1971.

[5] Commodore H.A. Schade, "The Effective Breadth of Stiffened Plating Under Bending Loads" SNAME Vol.59, 1951

[6] Commodore H.A. Schade, "The Effective Breadth Concept in Shipstructure Design" SNAME Vol. 61, 1953.

[7] 任尙鎭, "메트릭스法에 의한 船體肋骨環解析" 大韓造船學會誌 Vol. 10, No.1, 1973

[8] 申永琦, "메트릭스 構造解析法" 大韓土木學會誌 Vol. 17, No. 3, 1969.

[9] 申永琦, "變位法 概論" 大韓土木學會誌 Vol. 17, No.4, 1970.

[10] W. Hovgaard, "Structural Design of Warships", 1940.

[11] H.A. Kamel, W. Birchler, D. Liu, S.W. Mckimley, W.R. Reid, Jr., "An Automated Approach to ship to ship Structure Analysis" SNAME. Vol. 77, 1969.