

電解液內에서 無聲放電의 電氣的特性에 關한 研究

(A Study on Electrical Characteristics of the Silent Discharge in an Electrolyte.)

李 鍾 慶*

河 洪 坤**

(Lee, Jong Hun and Ha, Hong Gon)

要 約

本論文은 Na_2CO_3 電解液內에서의 無聲放電의 電氣的 特性을 測定하기 위한 方法을 充放電回路로 구성된 等價回路로써 제안하였다.

電氣的 等價回路에는 Zener Diode와 Capacitor를 使用하였고 電氣的 特性은 oscilloscope 상에 電壓 電荷間의 位상이 간단한 平行四邊形으로 나타난다.

이 平行四邊形의 面積이 매 주기당 放電 수행 시의 Energy이며 이것은 인가한 電壓의 波形에 무관하고 인가한 電壓의 最大值에 關係한다.

Abstract

In this paper, an analogical method for measuring the electrical characteristics of the silent discharge in the Na_2CO_3 electrolyte is proposed by using an electrical equivalent model which consist of charging and discharging circuits.

The electrical equivalent model is constructed with the use of zener diode and capacitor, and the electrical characteristics can be obtained by the voltage and charge traces which appear a simple parallelogram on the oscilloscope. The area enclosed by the parallelogram could be considered of the energy input per cycle, and is independent of the applied voltage waveform but dependent on the maximum applied voltage.

1. 序 論

電解液內에서의 放電現象은 電解液의 순간적인 絶緣破壞에 依해서 發生한다^[5]. 絶緣固體의 放電現象에 關한 電氣的 特性은 部分放電의 檢出로^[4, 18, 19] 等價回路化하였고, Zener Diode, Neon Lamp, SCR, thyratron等을 使用한 回路化가 實現되었다^[6, 10].

그러나 電解液內에서 放電은 電極의 加熱速度가 빠

르고, 溫度를 同一 溶液內에서 任意로 조정할 수 있기 때문에 放電加工에 많이 利用되고 있지만, 電解液의 ion粒子 및 電子運動에 對한 potential^[11, 13], 외부電界의 인가시 Energy受授關係, 熱的問題, 電解液 誘電率의 異常分散等^[13, 22] 물리적인 諸條件에 依する 이론들이 통일되지 못하였고, 또한 電解液의 化學的인 作用도 問題視된다. 그러나 전해액내에서의 순간적인 絶緣破壞의 원인으로는^[11, 20, 22]

1) 電子와 전리 ion에 依한 파괴

2) 열에 依한 파괴

3) 전해액의 分子振動에 依한 파괴

等으로 放電이 發生한다고 생각할 수 있으며 외부회로의 영향도 받게 된다^[?].

* 正會員, 東亞大學校 工科大學 電子工學科
Dept. of Electronics Engineering, Dong-A Univ.

** 正會員, 東義工業專門學校電子科
Dept. of Electronics Engineering, Dong-A Junior College

接受日字: 1977年 8月 18日

本論文에서는 이상과 같은 여러가지 성질을 고려하여電解液은 絶緣固體와 液體에 比해서 도전성이 높고 저전류, 저전압에서도 放電의 發生이 可能하다. 그리고 電解液內에서의 放電의 電氣的인 特性을 絶緣固體와 液體의 理論을 도입하여서 그 類似性을 實現했으며 電解液의 放電特性을 Double Zener Diode를 利用하여 實現하였다.

2. 理論

電解液內에 電極을 넣고, 여기에 交流電壓을 인가하면, 電源電壓의 上昇에 依해서 電極間의 電壓이 放電開始電壓에 達하면 放電이 일어나고, 電界에 依해서 電子 ion等이 加速되어서 電解液分子와의 衝突電離가 努力적으로 發生하여 放電表面에 堆積된다. 그리고 電極間의 電壓이 放電開始電壓에 達하면 放電은 靜止한다. 이 放電時間은 아주 짧지만, 放電電流는 impulse로 된다. 다시 電源電壓의 上昇으로 電極間의 電壓이 放電開始電壓에 達하면 電流는 impulse로 反복하게 되고 ion들은 放電表面에 電荷를 供給하며, 이 表面에서는 電荷의 累積을 制限하는 逆起電力(逆電界)을 形成하게 된다¹⁹⁾. 이러한 cut-off는 印加한 電壓이 電解電極間에서 反對로 될 때까지 그리고 電解液內의 反對電荷들이 放電表面에 堆積되기 까지 放電이 持續된다. 電解液의 放電에 對應시키기 위해서 다음과 같은 等價回路를 도입하여 생각한다.

^{10, 14, 18)}

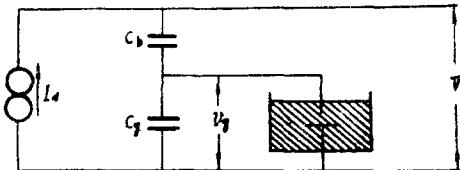


그림 1. 等價 impedance 計算用 無聲放電 回路(連續放電)

Fig.1. Silent discharge circuit for caculation of equivalent impedance (continuous discharge)

그림 1은 電解液內에서 連續無聲放電의 等價回路이다. 그림 1에서 C_g 는 電極을 포함한 放電表面의 容量이고 C_b 는 電解液의 隨意적인 靜電容量이며 C_g 는 放電表面과 並列로, 그리고 C_b 는 並列로 接続되었다고 가정한다. 이 等價回路는 Mole에 依해서 定量的으로 解析하므로써¹⁴⁾ 放電의 크기를 量的으로 表示할 수 있었다. 먼저 非放電時를 생각하면 이때는 放電機構가 開放되므로 C_g 와 C_b 는 並列로 되고, 이때의 容量 C 는

$$C = \frac{C_g \cdot C_b}{C_g + C_b} \quad (1)$$

가 된다. 放電時는 放電電極間의 電壓은 放電持續電壓 V_g 로 유지된다. 이때 電流를 I_d , 端子間 電壓을 V 라 하면

$$V = V_g + \int_0^t \left(\frac{I_d}{C_b} \right) dt + (V_{t=0} - V_g) \quad (2)$$

로 되므로 1式을 微分하면

$$\frac{dV}{dt} = \frac{I_d}{C_b} \quad (3)$$

가 된다. 即 放電時는 放電機構가 短絡되여서 容量은 C_b 이다. 이 放電機構에 關한 放電의 電氣的 特性的 檢出回路가 그림 2이다. 여기에 交流電壓을 印加할 때는 2個의 動作領域이 存在한다. 即 非放電時는 C_g 와 C_b 는 並列로 되며 이때의 放電은 off이다.

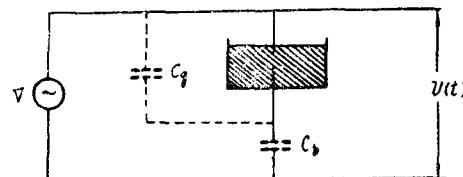


그림 2. 無聲放電의 電氣的 特性的 檢出回路

Fig.2. Circuit for detecting electrical characteristics of silent discharge.

放電時는 電解液內의 靜電容量은 C_b 이며, 이것은 電解電極間의 電流를 제어하는데 중요한 役割을 한다. 放電을 遂行하는데 중요한 parameter는 이 C_b 이며 電解電極間의 損失이 放電을 遂行하는데 필요한 Energy이다. 每週期當 Energy W 는 다음과 같이 表示된다.⁴⁾

$$W = \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt = \int_0^T v(t) dq(t) \quad (4)$$

여기서 $i(t)$ 는 放電電流이다. 이 그림 2의 電壓 $v(t)$ -電荷 $q(t)$ 의 位相圖는 理想的인 경우 平行四邊形이 되며, 回路理論에 依해서 그림 3의 基準기들인 C_g 와 C_b 로 決定된다. 即 放電時는 그림 3의 ①과 ②의 直線이고, 그 基準기는 $\frac{1}{C_b}$ 이다. 그리고 非放電時는 ③과 ④의 直線이고 基準기는 $\frac{C_g + C_b}{C_g \cdot C_b}$ 이다. 이 基準기들을 利用하여 平行四邊形의 各邊의 直線式을 구하면(但 여기서 a 點의 電壓을 v_{max} 라 한다.

①의 方程式은

$$v(t) = \frac{q(t)}{C_b} + e_f \quad (5)$$

②의 方程式은

$$v(t) = \frac{q(t)}{C_b} - e_f \quad (6)$$

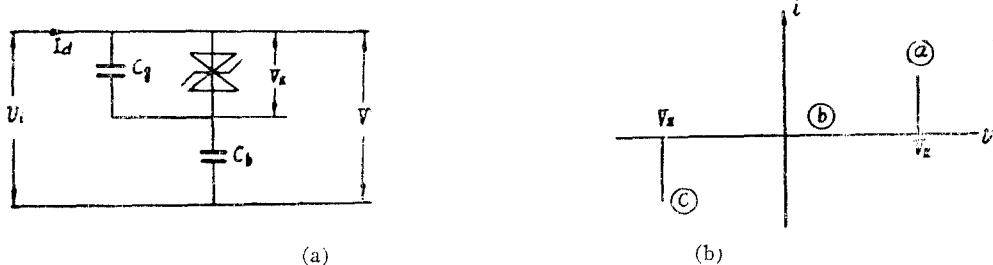


그림 4. (a) 無聲放電의 電氣回路
(b) Double Zener Diode의 電壓-電流 特性

Fig. 4. (a) Electrical circuit for the silent discharge and
(b) A voltage-current characteristics of the Double Zener Diode

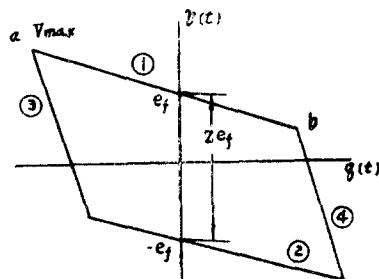


그림 3. 交流無聲放電時 電荷-電壓의 電氣的特性
Fig. 3. Charge-voltage characteristics for AC silent-discharge

그리고 ③의 方程式은

$$v(t) = \left(\frac{C_g + C_b}{C_g \cdot C_b} \right) q(t) - \frac{1}{C_g} \{ C_b \cdot v_{max} - e_f (C_b + C_g) \} \quad (7)$$

④의 方程式은

$$v(t) = \left(\frac{C_g + C_b}{C_g \cdot C_b} \right) q(t) + \frac{1}{C_g} \{ C_b v_{max} - e_f (C_b + C_g) \} \quad (8)$$

放電 Cut-in 電壓 即 그림 3의 \$b\$點의 電壓은 方程式 (5)와 (8)에서

$$v_b = -v_{max} + 2e_f \left(\frac{C_g + C_b}{C_b} \right) \quad (9)$$

가 된다. 그림 3에서 放電 ON의 領域이 電壓 \$2e_f\$로 분리된다. 여기서 \$e_f\$는 放電時 電解電極間에 걸리는一定한 전압강하이다. 放電은 \$a\$點에서 電壓이 最大로 되며, 이 점에서 放電은 off狀態로 移行한다. 그리고 \$v(t)\$는 두 直列容量 \$C_g\$와 \$C_b\$로 依해서 制限을 받는다. 放電은 臨界點 \$b\$에서 시작하여서 주기적으로 반복한다. 이 位相圖는 기하학적으로 이상적인 平行四邊形의 面積이 放電 Energy이다. 이 面積은 方程式 (5), (6), (7), (8)의 積分式, 또는 行列식에 의해서

$$W = 4e_f C_b \left\{ v_{max} - e_f \left(\frac{C_b + C_g}{C_b} \right) \right\} (\text{Watt/Cycle}) \quad (10)$$

그리고 放電時 費用한 電力은 \$P = fW = W/T^{12}\$ 關係에서

$$P = 4fe_f C_b \left\{ v_{max} - e_f \left(\frac{C_g + C_b}{C_b} \right) \right\} (\text{Watt}) \quad (11)$$

그러나 方程式 (10) 或은 (11)은 \$e_f\$와 \$C_b\$로 決定되지만 물리, 化學적인 條件에 依해서 이 故들이 순간적으로 變하기 때문에 因數 \$(C_b + C_g)/C_b\$는 임의로 變化시킬 수 없다.

上記와 같은 電解液內에서의 無聲放電時의 電氣的特性을 電氣回路的으로 解析한다. 無聲放電의 電氣的特性를 再現 시킬 수 있는 電氣的回路의 構成이 그림 4이다. 그림 4-(a)의 回路는 그림 1의 電解電極을 double Zener Diode로 代替하였다. Zener Diode는 부정항성역을 가지지 않으며, 어떤 臨界 逆電壓에 도달하면 電流가 급격히 增加하는 Zener特性和 Zener特性和 \$V_z\$에 依する 正弦波의 peak가 clipper 되며¹⁵⁾ 동특성 Impedance를 무시할 수 있게 된다. \$q(t) = 0\$일 때 \$C_b\$의 電壓이 \$0\$임으로 \$v_i = V_z\$이고 이것이 電解液內의 電極間의 전압강하 \$e_f\$에 대응한다. 그림 4-(a)의 動作은 그림 4-(b)에서 보인 ④, ⑤, ⑥의 3領域으로 구분할 수 있다.

即

i) \$i_z > 0\$일 때 ④의 領域에서 動作하고, 이때 Zener Diode電壓 \$v\$는 \$v = V_z\$임으로 出力 \$V\$는

$$V = V_z + \int_0^t \left(\frac{Id}{C_b} \right) dt + (V_{t=0} - V_z)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{Id}{C_b}$$

윗 式은 方程式 (2)와 (3)이며 그림 3의 位相圖에서 ④의 基本值가 \$1/C_b\$이다.

ii) \$i_z = 0\$일 때는 ⑤의 領域에서 動作하고 \$-V_z < v < V_z\$임으

로 이때 Double Zener Diode는開放狀態로 되어서 C_b 와 C_g 는直列로動作하며 그림 3의 ③과 ④의 차선의 기울기를決定한다.

iii) $i_z < 0$ 일 때 ⑤의領域에서動作하고 Double Zener Diode電壓 v 는 $v = -V_z$ 이며 그림 3의 ⑤의 기울기가 $1/C_b$ 로定을 알 수 있다.

3. 實驗方法

電解液內의 無聲放電時 電氣的特性의 繞出回路가 그림 5 이며 그 電氣的回路의 Model이 그림 6이다.

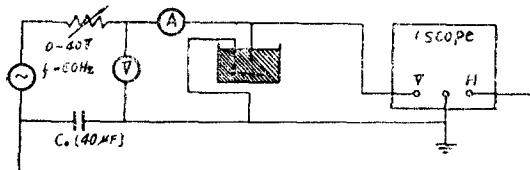


그림 5. 전해액내에서 무성반전의 전기적인 특성의 측정회로

Fig. 5. Experimental circuit for silent discharge in electrolyte

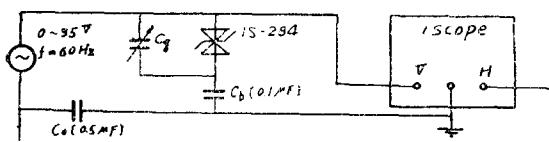


그림 6. 聲放無電의 電氣的特性的回路化

Fig. 6. Electrical circuit model for silent discharge characterization

그림 5에서 가변저항은 Arc放電으로 移行할 때 파도 전류를 제어하기 위한 안전저항이며 Condenser C_0 는 容量이 $40\mu F$, 이 Condenser에 축적되는 電荷를 osilloscope의 수평축에 供給하기 위한 것이다. 電極은 市販하는 놀쇠이고, 針對 圓形平面(半徑 1.5cm)으로 되어 있으며 電極의 간격을 조정할 수 있게 하였다. 電解液은 전극의 부식을 可能한 한 적게하고 無聲放電의 電氣的特性를 얻는 데 比較的 안정한 탄산나트륨(Na_2CO_3) 10%의 溶液을 使用하였다. 그리고 외부인가전원은 周波數가 60Hz이며 最大値는 Slidac로 제어하여 入力端에 正弦波를 $0 \sim 140V$ 까지 供給하였다. 그리고 出力端의 電壓을 osilloscope의 수직축에 供給하였다. 그림 6은 2個의 Zener Diode(IS-284 $V_z = 39.6V$)을 逆方向으로

接続하였다. C_0 는 $0.5\mu F$, 電解液의 靜電容量에 대응하는 C_b 의 容量이 $0.1\mu F$ 이다. 그리고 平行四邊形의 기울기를 考察하기 위해서 C_g 값을 가변시켰으며 入力 전압은 周波數 60Hz, 最大値를 $0 \sim 35V$ 까지 供給하였다.

4. 結果 및 考察

電解液內에서의 放電現象은 電解液의 순간적인 絶縫의 破壊임으로 無聲放電은 電壓印加와 거의 同時に 發生한다고 볼 수 있다. 電壓印加時 印加電壓에 依한 電解電極間의 電壓은 電解液內의 不導性 粒子들의 運動과 電解液의 電離作用等으로 빨리 저하 되여 印加電壓에 比해서 매우 낮다(그림 7 참조)

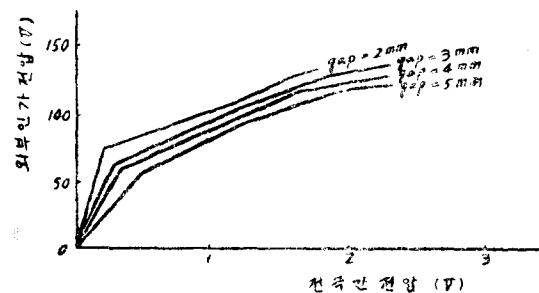


그림 7. 외부인가전압과 전극간 전압

Fig. 7. Applied voltage v.s. gap voltage

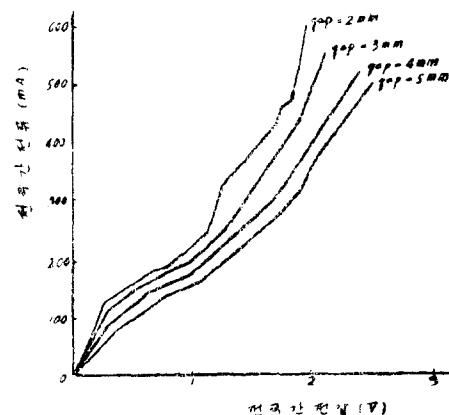
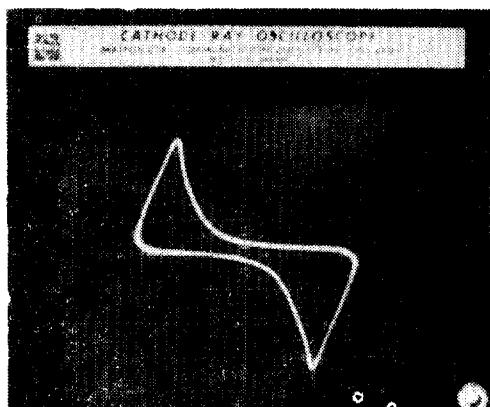


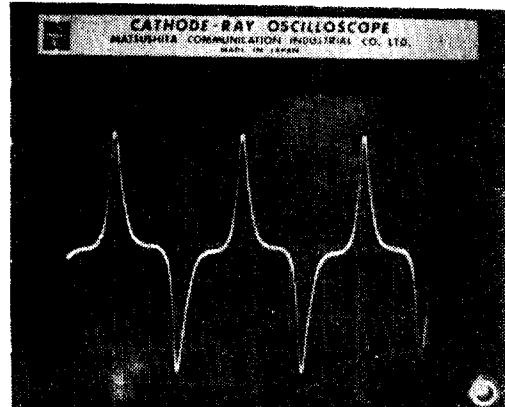
그림 8. 電極間電壓對電流

Fig. 8. Gap voltage v.s. gap current.

전극간의 간격이 좁을수록 Arc放電의 移行이 빠르며, Arc放電으로 移行하면 過渡電流가 흐르지만 無聲放電의 領域내에서는 電解液에서 많은 電力이 소모되



(a)



(b)

그림 9. (a) Gap=3mm일때 Arc放電時 位相圖(수직축, 전압, 수평축, 전하 $V=1\text{volt/cm}$)
 (b) Gap=3mm일때 Arc放電時 電流波形($V=1\text{Volt/cm}$, $H=1\text{m sec/cm}$)

Fig. 9. (a) Electrical characteristics (Vaxis:voltage, Haxis: charge) and
 (b) The current waveform for Arc discharge ($V=1\text{Volt/cm}$ $H=1\text{m sec/cm}$) when
 gap=3mm

이 电流는 미소하여 이 전극간 電壓에 對한 전극간 电流의 關係가 그림 8이다. 電極間의 간격이 좁을수록 印加電壓에 依한 電解液內의 電子 및 ion들의 運動分子들의 電離作用이 활발해져서 電力이 크다. Arc放電으로 移行하면 급격한 過渡電流(7~10A)로 放電이 지속되지만 溶液의 飛散, 電極의 加熱, 수소 gas의 發生 등으로 그 特性을 採用하는데 적합하지 않다. 이내한 放電의 領域에서 電氣的 特性은 그림 9-(a)이며, 이때의 电流波形이 그림 9-(b)이다. 이 电流波形에서 알 수 있는 것처럼 放電이 ON狀態에서 OFF狀態로 되는 時間이 無聲放電의 時間(그림 12-(b) 참조)에 比해서 길

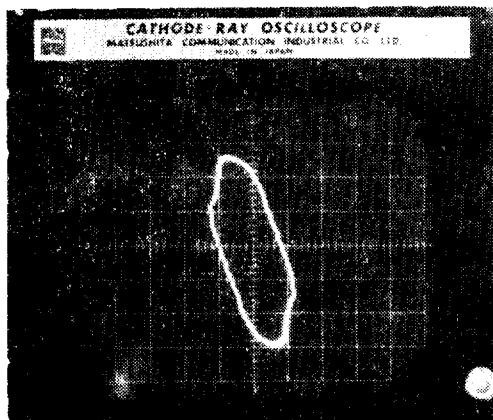


그림 10. Gap=1mm일 때 放電圖形 ($V=3\text{Volt/cm}$)
 Fig. 10. Discharge figure when gap=1mm ($V=3\text{Volt/cm}$)

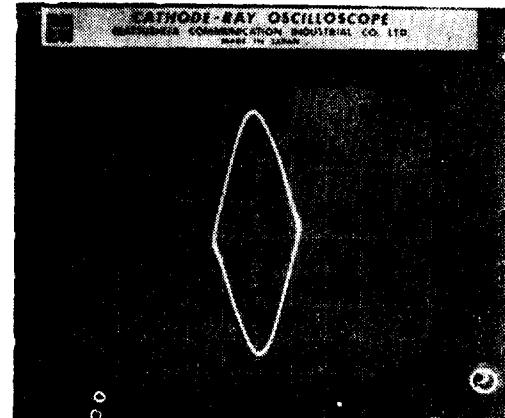
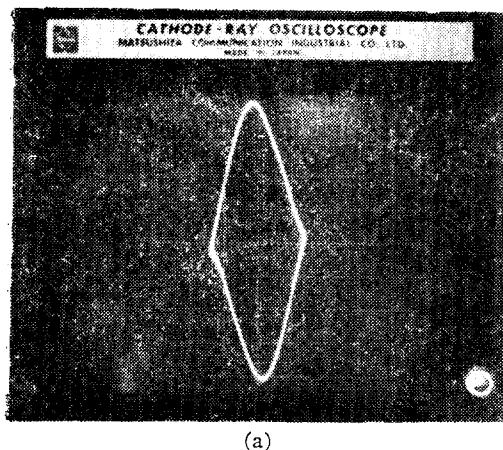


그림 11. Gap=1mm일때 無聲放電의
 전기적 特性(수직 전압, 수평 전하 $V=0.03$
 volt/cm)

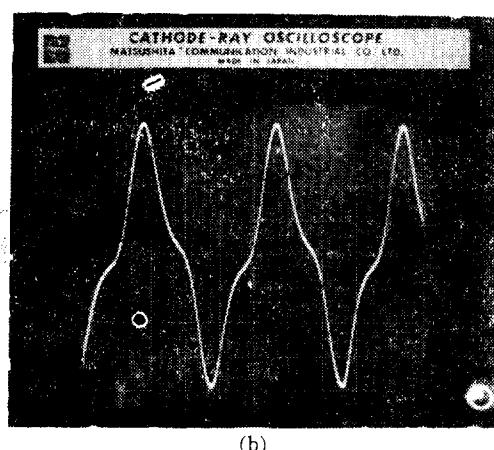
Fig. 11. Electrical characteristics for silent
 when gap=1mm (Vaxis: Voltage Haxis:
 Charge)

며, 조한 電壓의 순간적인 增加로 인해서⁵⁾ 그림 9-(a)와 같은 電壓-電荷間의 位相圖로 되었다.

無聲放電의 領域內에서 電放圖形은 그림 10과 같으며, 쪼그라짐이 存在하는 순간이 두성放電의 領域으로 이것은 상당히 대칭적이며 거의 靜止狀態이다. 그림 11은 간격이 1mm일때 그림 12-(a)는 간격이 3mm일때 전기적 特性이며, 간격의 变화에 依한 平行四邊形의 기울기와 e_f 의 变화를 알 수 있다. 그리고 그림 12-(b)는 간격이 3mm일 때의 电流波形이다. 그림 11, 12-



(a)



(b)

그림 12. (a) Gap=3mm일 때 전기적 특성(수직 전압, 수평 전하 $V=0.03\text{ Volt/cm}$)
 (b) Gap=3mm일 때 전류波形($V=0.03\text{ Volt/cm}$ $H=1\text{ m sec/cm}$)

Fig. 12. (a) Electrical characteristics Vaxis: Voltage Haxis:charge) and
 (b) Current-waveform for silent discharge ($V=0.03\text{ Volt/cm}$, $H=1\text{ m sec/cm}$)

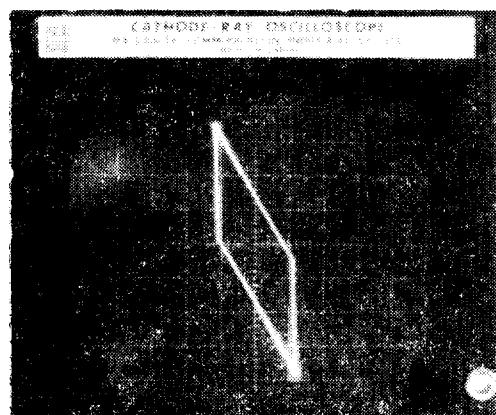


그림 13. $C_g=0$ 일 때 Model回路에서 電氣的 特性
 (수직 축 電壓, 수평 축 · 電荷 $V=0.3\text{ Volt/cm}$)

Fig. 13. Electrical characteristics of model Circuit (Vaxis:Voltage, Haxis: Charge $V=0.3\text{ Volt/cm}$)

(a)에서 平行四邊形의 각 모사리는 그림 12-(b)의 전류波形에서 알 수 있는 것처럼 OFF에서 ON狀態의 移行에의 時間的인 차례문에 완만하게 되었다. 그리고 方程式(11)은 放電电力의 法則¹⁹⁾

$$P = kfV^n$$

에 대응하여 여기서 f 는 周波數 K 는 比例常數 그리고 n 는 電極系의 構造 및 電解液의 種類, 濃度等에 依해서 決定된다. 그리고 方程式(10)에서 c_g , e_f 의 增加는 放電 Energy의 감소를 의미하지만 電解電極間의 電壓印加에 依する 比誘電率의 變化, 물과 Na_2CO_3 의 化

學作用, 放電領域內에서의 電子와 ion들의 運動等에서 説明할 問題이다. 實際로 放電 ON領域에서 $1/C_g$ 의 기울기를 갖는 直線이 되겠지만 OFF領域의 지속시간 (9.6 m sec)이 ON領域의 지속시간 (7.2 m sec)에 比해 길므로 電源 電壓의 歪曲에도 영향을 받는다¹⁰⁾

電氣的回路化에서 C_g 의 容量의 變化에 依한 放電 OFF狀態의 기울기의 變化를 調査하였다. 그림 13에서 $C_g=0$ 일 때 放電 OFF의 기울기 $(C_g + C_b)/C_g \cdot C_b$ 의 關係에서 무한대로 되므로 實際上 電解液의 放電에서 불가능한 경우이다. 그림 14-(a)는 $C_g=0.5147\mu\text{F}$ 일 때 電氣的 特性으로 이것이 平行四邊形의 기울기를 決定하는데 중요한 因數임을 알 수 있으며, 이 平行四邊形의 面積이 放電 Energy가 됨으로 方程式(10)에 依해서 구할 수 있다. 그림 14-(b)는 電流波形으로 만약 電源 電壓으로 정현파 구형파 그리고 삼각파와 같은 同一한 最大值 V_m 의 値을 인가할 때 方程式(10)에 依해서 平行四邊形의 面積을 이것으로 채어 할 수 있다¹⁰⁾

5. 結論

本論文에서는 電解液內에서의 無聲放電時의 電氣的 特性을 測定할 수 있게 하기 위해서 電氣回路化하는 方法을 構想하고 이것의 等價回路를 提示했다. 위의 等價回路를 捷연 고체와 액체에서의 等價回路와 比較考察하여^{6,10)} 전해액내에서의 無聲放電의 電氣的 特性을 定量的으로 論할 수 있는 바탕을 마련하였다. 即電解電極間의 용량과 전해액의 순간적인 電解容量이一定値로 유지되며 電壓의 最大值 V_m 으로 放電進行時의

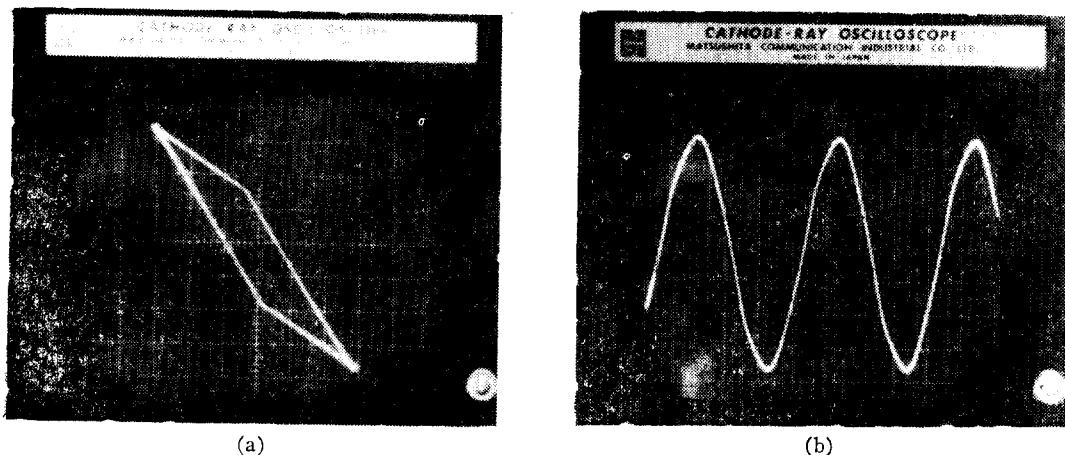


그림 14. (a) $C_g = 0.5147\mu F$ 일 때 Model回路의 電氣的 特性(수직축 : 電壓, 수평축 : 電荷 $V=0.3\text{ Volt/cm}$)
 (b) $C_g = 0.5147\mu F$ 일 때 Model回路의 電流波形($V=0.3\text{ Volt/cm}$, $H=1\text{ m sec/cm}$)

Fig. 14. (a) Electrical characteristics (Vaxis: Voltage, Haxis: Charge ($V=0.3\text{ Volt/cm}$) and
 (b) Current-Waveform for model circuit ($V=0.3\text{ Volt/cm}$, $H=1\text{ m sec/cm}$) when
 $C_g=0.5147\mu F$

Energy를 측정 할수가 있으며 간단한 電氣回路化로써放電時의 Energy의 계산이 可能하다.

参考文獻

- 李炳赫 “유전체박막의 방전공통에 關한 연구” 새물리 Vol.13. No.1 pp.21~25, 1970
- 李炳赫 “유전체박막의 表面狀態와 공통도의 關係” 새물리 Vol.3. No.2 pp.24~29, 1963
- 李炳赫 “Stability of the Micro-spark channel” 새물리 Vol.6, No.1 pp.4~12, 1966
- 李炳赫 “유전체의 방전공통에 關한 解析的의 考察” 새물리 Vol.4 No.1 pp.65~69 1964
- 최종락 “전해질용액에서 放電現象” 새물리 Vol.10 No. 1 pp.1~6, 1970.
- 田畠則一, 八木重典 方形波 電流源에 의한 “無聲放電의 電氣的 特性” 日本 電氣學論誌 Vol.95, No.5, pp.249~254 1974
- A.M. Robinson “Effect of Capacitance on Gain in a Transversely pulsed CO₂ Discharge, Canadian Journal of physics 50 pp.2138~2148, 1972
- H. Feibus “Corona in Solide insulation systems” IEEE Vol.EI-5 No.3 pp.38~45, 1970
- J.F. Hughes, A.W. Bright B. Makin, L. Parker “Electrical characterization of Corona discharge for surface Treatment” IEEE Vol. IA11 No.3 pp. 328~335(1975)

- Arnold Sommerfeld “Thermodynamics and Statistical Mechanics” Academic 3rd, ed pp.92~120 1971
- Budak “passive and active Network analysis and Synthesis” Houghton Ist. ed. pp.265~282, 1974
- Henry Eyring etal “Statistical Mechanics and Dynamics” Wiley. Ist. ed. pp.201~414, 1964
- Kuffel Adbulah “High-Voltage Engineering” pergamon press Ist. ed. pp.90~328, 1975
- L. Strauss “Wave generation and shaping,” Mc Graw-Hill 1st. ed. pp.33~57, 1960
- Millmann and Halkias “Integrated Electronics” Mc Graw-Hill Ist. ed. pp.73~77, 1927
- Robert Lee Ramely physical Electronics” Wadsworth publishing company Ist. ed. pp. 228~255 1961
- 岡田亨 内藤克彦 譯 “部分放電檢出”코로나社 初版 pp.19~182, 1968
- 電氣加工學會關西支部編 “放電加工의 理論과 技術” 養賢堂 1版 pp.127~133, 1972
- 電氣學會 “放電現象”, 五味賢, (日本) 23版 pp. 159~168, 1960
- 竹谷謙一 “半導體工學”, 日刊工業新聞社 5版 pp. 115~118, 1967 (日本)
- 島山四男 外 4 “改訂 高電壓工學”코로나社 21版 pp.144~160, 1972 (日本)