

射擊效果測定 모델研究

韓 圭 七*

Abstract

This report examines several models, such as random or area bombardment, salvo fire and pattern fire, for the computation of target coverage when multiple rounds are fired at a target.

Fractional kill of a fragment sensitive target by a fragmenting projectile as a function of the number of rounds fired is compared for two salvo fire models. The first is a standard salvo fire model in which N rounds are fired at the same aim point, in the second model single kill probability is computed for a fragment sensitive target and then fractional kill from the firing of N rounds is computed according to the assumption that the effects of each round are independent.

Because the method of solution becomes very laborious for large patterns, this report gives a method only for the case of evaluating the effectiveness of stick and triangular pattern fire.

The need for the sophisticated and complicated target coverage models is demonstrated by the results of computations performed in this report.

I. 序 論

지금까지의 發展過程을 통해 여러가지 標的 制壓모델들이 武器體系의 效果測定, 設計 및 勢力構造分析을 위해 有用하게 쓰여져 왔다. 本 研究에서는 砲, 爆彈, 魚雷 등과 같은 武器體系의 評價나 가장 有效한 使用方法에 對한 分析에 따른 問題點을 考察하고자 한다. 이러한 武器體系는 배, 砲臺, 建物, 人員 등과 같은 標的을 破壞하는데 使用된다. 一定한 標的에 對한 이러한 武器의 效果는 使用된 砲彈, 爆彈, 魚雷 등의 數와 破壞된 標的의 數와의 比로 部分的으로나마 測定될 수 있다.

한 標的을 破壞하는데 所要되는 砲彈, 爆彈, 魚雷 등의 平均發數는 다음 두가지 主要因

에 의해 決定된다. 첫째 武器의 正確度 즉 標的에 命中시킬 確率과 둘째로 武器의 破壞力 즉 命中된 砲彈이 標的을 破壞시킬 確率이다.

이외에도 武器가 個別的으로 使用될 때보다 集團으로 使用될 境遇의 結果는 射擊方法에 따라 致死確率が 달리 決定된다. 即, 地域射擊(Random or area bombardment), 一齊射擊(Salvo fire or zero pattern spread), 分散射擊(Pattern fire) 등에 依한 結果는 各 武器의 發數에 對한 效果를 獨立이라 假定했을 때와는 다르다. 本 研究에서는 後者の 境遇인 射擊方法에 따른 致死確率理論에 對해 展開하겠다.

II. 一般標的 制壓모델

1. 砲兵 武器體系의 分析

標的 認識에서부터 射擊完了段階까지의 사

* 大尉: 海軍本部

이에 일어나는 모든 誤差를 包含한 一般標的 制壓 모델은 그림 1과 같다.

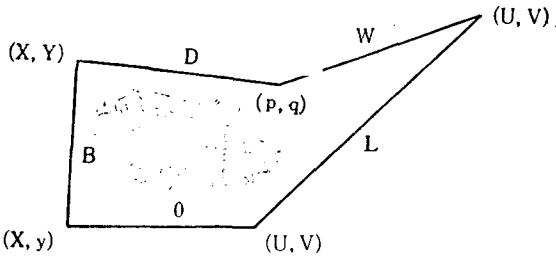


그림 1. 一般標的 制壓 모델

$$P = \iiint \iiint 1(U, V; u, v) \cdot b(X, Y; \bar{X}, \bar{Y}) \cdot d(p, q; x, y) \cdot w(p, q; u, v) \cdot dpdq dU dV d_x d_y d_x d_y$$

記號	定 義	分 布
L	標的 位置誤差	$I(U, V; u, v)$
O	照準點支距	決定變數
B	彈導誤差	$b(x, y; x, y)$
D	損傷函數	$d(p, q; x, y)$
W	標的 密度(或은 加重值) 函數	$w(p, q; x, y)$

2. 射擊誤差

一般的 標的 制壓 모델에서의 射擊誤差는 武器體系 自體에서 연유한 固有誤差로서 照準誤差로도 달리 생각할 수 있는 標的 位置誤差와 彈導誤差가 있다. 標的 位置(照準) 誤差는 單純히 射擊體制 自體에서 起因한 것이며 彈導誤差는 個別的인 武器에 따라 起因한다.

가. 標的 位置誤差

砲臺에 指定된 標的의 位置는 標的을 認知하고 射擊指揮所에 報告하는 觀測者에 依해 決定된다. 이 標的의 位置는 認知할 때와 彈丸發射사이의 時間동안 標的의 移動에 依한 誤差로 不正確하게 된다. 故意的인 支距(offset)가 없을 때 砲의 照準點이 되는 報告된 標的의 位置(U, V) 分布는 標的의 中心點(u, v)에 對해 어떤 確率密度函數 $I(U, V; u, v)$ 를 갖는다. 一般的으로 $I(U, V; u, v)$ 는 지연時間에 關係없이 二變數 正規分布를 갖는다고 假定한다. 平均標的 位置誤差가 없을 때에 L은 標的의 中心에 對해 대칭인 分布를 갖는다.

나. 彈導誤差

彈着點(X, Y)은 어떤 確率密度函數 $b(x, y; \bar{X}, \bar{Y})$ 를 갖는 分布를 이룬다. 一般制壓射擊 모델에서는 中心極限의 定理(Central limit theorem)에 依해 獨立인 確率變數들의 값은 正規分布를 이루기 때문에 B는 相關關係가 "0"인 二變數正規分布를 갖는다고 假定한다.

3. 標的 密度函數

Hess는⁽³⁾ 標的을 一定한 地域內에 位置한 構成單位(點 혹은 面積의 增加分으로 생각할 수 있다)들의 集合體로서 定意하였다. 各 標的의 構成單位는 標的의 參照位置에 獨立인 同一하게 確率密度函數의 性質을 갖는 標的 密度函數 $w(p, q; u, v)$ 의 分布를 갖는다. 비행장 滑走路같은 連續的 分布를 갖는 標的의 경우 構成單位는 面積增加分으로 取扱할 수 있고 標的 密度函數는 均一函數(Uniform)이다. 均一分布는 한 地域에 分散되어 있는 彈藥貯藏 Bunker에도 亦是 적용될 수 있다. 但, 이 境遇의 構成單位는 點이 된다.

標的 密度函數는 地域加重值 函數로도 亦是 생각할 수 있기 때문에 다른 意味를 갖는다. 標的이 一定地域에 展開된 步兵部隊일 境遇 指揮官이 차지하고 있는 地域은 指揮官이 차지하지 않은 같은 面積을 가진 다른 地域보다 더 큰 加重值를 주어야 한다.

이러한 標的이 차지하고 있는 地域에 賦課한 加重值의 分布로 極大값을 갖고 非均一型이다. W의 가장 普遍的인 形態는 어떤 一定한 直四角形, 圓形 혹은 橢圓形內에서 均一(Uniform)한 分布를 갖는 것이다.

4. 損傷函數

가. 武器의 破壞力(致命面積)

破壞力 測定의 가장 簡單한 例로는 命中되면 반드시 標的이 파괴될 境遇이다. 實際의 이러한 例로는 重口徑(例: 5'砲)砲로 無蓄砲臺를 射擊할 경우이다. 그러한 砲臺는 一般的으로 砲臺밖에 떨어져 爆發되는 砲彈으로부터 砲臺안의 砲나 人命을 保護할 수 있는 堅固한 防護壁을 갖추고 있다. 反面에 砲彈이 일단 防護壁안에서 爆發될 경우 砲臺內에 있는 砲

와人命은 모두破壞된다. 따라서 1發의 砲彈이 砲臺를 破壞할 確率은 彈丸이 一定한 地域—致命面積이라 한다. 一內에 命中될 確率이다. 致命面積의 크기는 이러한 標的에 對해서는 砲彈의 破壞力을 나타내는 指數이다. 조금 복잡한 例로 對潛武器에 對해 考察해 보자 簡單한 것으로는 작은 接觸爆雷(Hedgehog 나 mousetrap)가 있다. 이 경우는 앞의 例와 類似하다. 폭뢰는 潛水艦을 破壞하기 위해 반드시 潛水艦에 命中해야 하며 1發이라도 命中되면 潛水艦에게는 充分한 致命傷을 준다고 一般的으로 假定한다. 이런 境遇 致命西積은 潛水艦의 水平西積이 될 것이다. 近接 爆發 혹은 感應爆發信管이 附着된 爆雷인 境遇 標的을 약간 빗나가도 近接爆發信管이 作動潛水艦에 致命傷을 입힐 수 있기 때문에 潛水艦을 破壞시키기 위해 반드시 潛水艦에 命中될 必要性은 없다.

R을 近接爆發信管의 作動半徑이라 할 때 爆雷가 潛水艦으로부터 거리 R 以內에서 爆發될 때 潛水艦을 擊沈시킬 수 있다고 하면 致命西積은 潛水艦의 水平斷西積 周圍의 거리 R 만큼 떨어진 曲線內로 增加될 것이다. 미리 조절된 水深에서 爆發되는 水中爆雷의 境遇에는 潛水艦을 擊沈시키기 위해 잠수함 表西으로부터 爆雷의 致命半徑만큼 떨어져 둘러싸인 부피內에서 爆發되어야 하기 때문에 致命西積 대신에 致命부피가 된다.

나. 多數 彈丸의 中에 依한 致死確率

標的을 石壞시키기 위해 1발의 命中으로는 充分치 못한 境遇가 많이 있다. 代表的인 例로 魚雷를 들 수 있다. 商船일 境遇라도 1發의 魚雷로는 大體 充分치 못하며 重戰鬪艦은 여러 발의 魚雷를 맞고도 견딜 수 있도록 設計되어 있다. 이 境遇 1, 2, 3, ……發 命中되었을 때 배가 沈沒할 確率 D_1, D_2, D_3, \dots 을 決定해야 한다. 어떤 一定한 發射方法에 對해 1, 2, 3, ……發 命中될 確率이 P_1, P_2, P_3, \dots 이면 배의 沈沒될 確率은 $P = P_1 \cdot D_1 + P_2 \cdot D_2 + P_3 \cdot D_3 + \dots - 1$ 이다. 확률 D_1, D_2, D_3, \dots 등을 損傷係數라 한다. 實際 經驗에 依하면 損傷係數는 獨立確率의 法則에 依해 다음의 近似值로

表示할 수 있다.

$$D_N = 1 - (1 - D_1)^N$$

달리 말하면 어떤 魚雷로 배를 沈沒시킬 確率은 전에 몇발의 魚雷가 命中됐는가에 關係없이 항상 같다. 이것은 단 1발의 魚雷가 致命的인 部分에 命中하면 배를 沈沒시키고 致命部位以外的 命中은 沈沒시키지는 못하고 오로지 損傷만을 준다고 說明할 수 있다. 이 “致命部位”의 假定은 數發의 魚雷에 命中된 배에 미친 效果에 대한 實際의 記述로 받아 들이지 않는다고 하면 未知數인 D_N 을 한가지로 간단히 表示할 수 있을 뿐만 아니라 魚雷로 商船을 擊沈시키거나 對空砲로 航空機를 擊沈시킬 때와 같은 實際 例에서 大體히 滿足스러운 決果值를 줄이 判明되었다. 그러나 이 假定은 많은 격실로 設計된 戰艦의 境遇等에는 滿足할 만한 近似值를 주지 못한다. “致命部位”理論이 適用될 境遇 標的의 致命面積은 標的의 有效西積과 이 有效面積에 一發이 命中했을 때 標的이 破壞될 確率 D (앞의 D_1 과 같다)와의 곱으로 定義된다. 例로 商船에 命中된 魚雷 1發이 배를 沈沒시킬 確率이 1/3이라고 할 때 $D = 1/3$ 이고 致命面積은 배 길이의 1/3이다. 어떤 境遇에는 彈着點의 函數로서 標的의 致死확율이 變할 때도 있다. 例로 航空機에 對한 對空近接爆發信管彈丸의 效果는 航空機에 命中되거나 彈丸이 가까이 通過하면 擊沈 確率은 높지만 彈導가 航空機로부터 떨어진 수로 擊沈확률은 減少하며 결국은 信管이 作動하지 않는 거리까지 된다면 擊沈확률은 0이 된다. 이러한 境遇 (x, y) 가 標的의 中心을 原點으로 한 彈導에 수직인 수직좌표 平面上의 彈着點의 座標일 때 擊沈확률은 提傷函數 $D(x, y)$ 로 定義된다. 따라서 提傷면적은 $L = \iint D(x, y) dx dy$ 로 정의할 수 있다. 一般的인 損傷함수의 形態로는 그림 2와 같다.

5. 支 距

支距는 實際標的의 中心으로부터의 平均標的位置誤差와 故意的 支距의 合으로서 標的의 中心에 對한 照準點의 位置 (\bar{X}, \bar{Y}) 를 決定한다. 支距가 없을 境遇는 $(u, v) = (\bar{X}, \bar{Y})$ 이다.

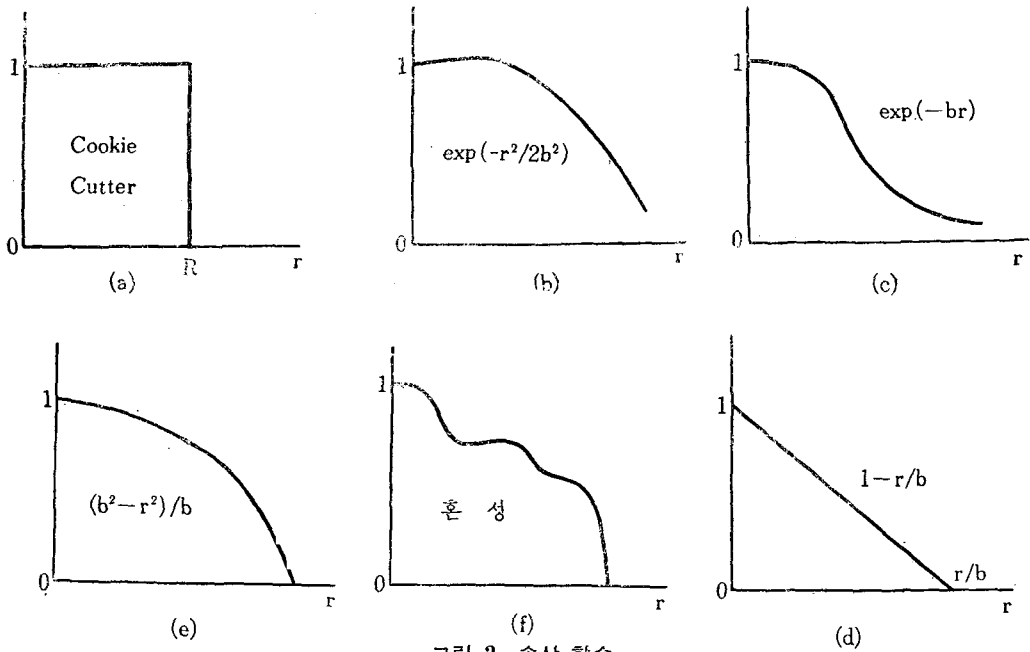


그림 2. 손상 함수

Ⅲ. 地域射擊모델

1. 致死確率

砲彈이나 爆彈이 한 地域에 無作為로 投下되었을 境遇 致命面積은 標積의 破壞如否를 決定하기에 充分하다. 全體面積이 A 인 地域에 砲彈이나 爆彈을 投下할 境遇 地域內의 任意에 주어진 標的의 構成 單位面積 $dxdy$ 에 命中할 確率は $dxdy/A$ 이다. 따라서 이 砲彈이나 爆彈 1發이 標的을 破壞할 確率は

$$P_1 = D(x, y) dxdy / A$$

혹은 $P_1 = L/A$ 이다.

無作為 射擊이나 爆擊에 依한 命中確率は Poisson 分布를 갖으므로 N 발의 砲彈에 依한 一定標的의 破壞될 確率は $P_N = 1 - e^{-NL/A}$ 이다.

이 式은 한 特定標的의 致死確률을 나타낼뿐만 아니라 地域內의 모든 標的이 破壞될 期待值를 나타낸다. 致命面積 L 은 武器의 一定한 標的에 對한 값으로 砲彈의 重量, 信管의 種類, 落下角, 標的의 形態, 크기, 장갑等에 依하여 決定되어 이를 決定하기 위한 基準은 다음과 같다.

2. 損傷範圍의 定義

가. 人 員

1) 五分 강습소멸

부대가 攻擊의 壓迫을 받는 狀況에 있고 破片에 맞은 후 五分만에 要求되는 機能을 遂行할 수 없는지는 負傷者로 看做된다.

나. 事 物

1) 機動性 消滅

움직이는 標的을 停止케 하거나 停止中인 標的을 움직이지 못하게 하는 損傷으로 定義된다.

2) 機動性 消滅/A 範疇

A 範疇의 消滅은 移動中인 標的에 파편이 맞는 순간과 파편에 의한 損傷으로 標的이 停止하는 순간 사이의 時間差의 길이로 定義한다. A 範疇의 消滅은 3分間の 時間差에 關係되며 때로는 “신속소멸”이라 한다.

3) 射擊統制消滅

“射擊統制消滅”은 레이더차량과 안테나가 標的의 追跡 및 射擊指揮能力을 잃었을 때 達成된다.

4) 火力消滅

砲要員이 포조종能力을 잃거나 그 부속장비가 작동不能케 되거나 戰鬪地域에서 砲要員에 의한 修理가 不可能하게 되어 생기는 砲의 損傷

5) 構造物損傷

建物이나 構造物損傷이란 復舊하기 위해서는 교체를 하거나 특별한 보수를 必要로 하는 主要한 荷重지지構造物(기둥, 들보, 버팀목, 하중을 지탱하는 벽등)의 損傷으로 定義된다.

3. 標的의 形態區分

標的의 形態는 크기는 서 있는 것, 엎드려 있는 것, 호속에 들어가 있는 것 등 3가지로 區分하고 이의 比例로 細分하여 7가지로 區分하였다.

表 1. 標的의 形態區分

形態區分	形態에 따른 比例	備 考
1	.75P + .25F	점령된지 2時間以內인 關測所나 보병방어부대 등
2	1.0F	점령된지 2시간이상인 참호와 교통호속에 위치한 관측소나 보병방어부대
3	.25P + .75F	점령된지 2시간이상인 指揮本部나 防護된 地域에 있는 部隊
4	.25P + .75F	점령된지 2시간이내인 포부대나 지휘본부
5	.50S + .50P	攻擊中인 部隊
6	1.0P	도보로 移動中인 部隊
7	.80P + .20F	점령된지 2시간이상인 集結地域

註 : P : 엎드려 있음
S : 서있음
F : 호안에 있음

表 2는 損傷의 範疇가 五分強襲消滅인 標的에 對한 A 砲의 落下角에 따른 有效致命面積이다.

그림 3은 A 砲로 面積이 1km²인 地域에 地域射擊을 했을 때 損傷範疇가 五分強襲消滅인 標的의 致死確率을 標的의 形態에 따라 比較한 것이다. 致命面積은 表 2에서 落下角이 60°

表 2. 有效致命面積(人員)

(單位 : m²)

落下角	서 있음	엎드림	참호안
32.70	366	128	1
50.70	470	183	2
60	553.93	227.7	2.84
67	687	276	4
70	690.19	270.72	3.77
80	754.65	414.76	4.79
90	213.13	264.76	5.72

일 境遇의 數值를 使用하였다.

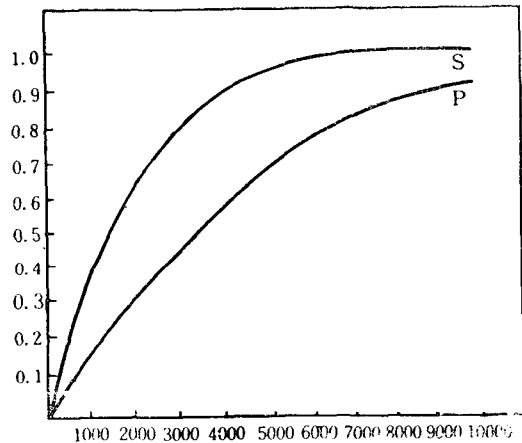


그림 3. 地域射擊에 依한 致死確率

IV. 一齋射擊모델

1. 一次元모델

一次元모델은 一齋射擊모델에서 重要하지 않은 複雜한 詳述의 關係概念을 損傷하지 않고도 一齋射擊모델의 本質의 性質을 說明하기에 便利하다.

標的의 基準占을 0으로 한 直線座標系를 使用할 때 照準點을 X_a 라 하면 이 거리는 標的位置誤差 혹은 조건오차의 값이 된다. i 번째의 彈丸은 彈着點은 X_{bi} 이다. (그림 4 참조)

가. 假 定

1) 標的 位置誤差

X_a 는 平均값이 μ_a 이고 分散이 σ_a^2 인 正規分布 $f(X_a) = (1/\sigma_b(2\pi)^{\frac{1}{2}}) \cdot \exp(-(X_b - X_a)^2 / (2 \cdot \sigma_b^2))$ 를 갖는다고 假定한다.

2) 탄도오차

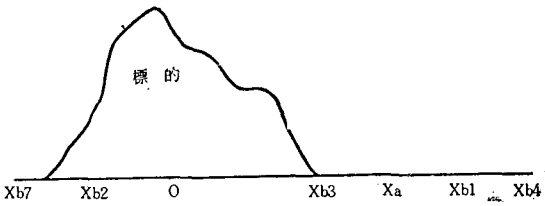


그림 4. 一次元모델

3) 損傷函數

損傷函數의 關係式을 지수함수라 가정하면 다음 식이 된다.

$$d(X) = \exp(-X^2/2 \cdot a^2)$$

a :

各 彈丸에 對해 獨立인 파편 效果 實驗을 通해 決定되는 形態에 따른 媒介變數로서의 致命半徑

X :

標的의 中心으로부터 彈丸點까지의 距離나, N發에 依한 致死確率 위의 假定아래에서 X_a를 주어진 照準點이라 하면 1發에 依해 標的이 破壞될 確率 P_k/X_a는

$$P_k/P_a = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma_b \sqrt{2a}} \exp\left(-\frac{1}{2}(X_b - X_a)^2 / \sigma_b^2\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{X_b^2}{a^2}\right) \cdot dX_b$$

$$= \frac{a}{\sqrt{a^2 + \sigma_b^2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{X_a^2}{(a^2 + \sigma_b^2)}\right)$$

이다.

한 照準點에 N發을 射擊하였을 때 照準點의 平均分布에 依해 N發에 依한 致死確率 P_{k/N}은

$$P_{k/N} = 1 - \int_{-\infty}^x (1 - P_k/x_a)^N f_{X_a}(X_a) \cdot dX_a$$

$$= a \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} \left(\frac{-a}{\sqrt{a^2 + K\sigma_b^2}}\right)^{K-1} \exp\left(\frac{-\mu_a^2}{2(a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_a^2)}\right) / \sqrt{a^2 + \sigma_b^2 + K\sigma_a^2}$$

이다.

2. 圓形二次元모델

가. 假 定

1) 標的 位置誤差

標的位置誤差는 相關關係가 0인 二變數圓形

正規分布를 갖는다고 假定한다.

$$I(U, V; u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{(u-U)^2 + (v-V)^2}{2\sigma_a^2}\right)$$

2) 彈導誤差

彈導誤差는 相關關係가 0인 二變數圓形正規分布를 갖는다고 假定한다.

$$b(X, Y; \bar{X}, \bar{Y}) = \frac{1}{2\pi\sigma_b^2} \exp\left(-\frac{(X-\bar{X})^2 + (Y-\bar{Y})^2}{2\sigma_b^2}\right)$$

3) 標的 密度函數

標的은 값이 1이고 標的 中心의 주위에 相關關係가 없는 二變數圓形正規分布를 이루면서 分散되어 있다.

$$w(p, q; u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_t^2} \exp\left(-\frac{(p-u)^2 + (q-v)^2}{2\sigma_t^2}\right)$$

4) 提傷函數

損傷函數는 지수함수의 形態를 갖는다.

$$d(p, q; x, y) = \exp\left(-\frac{(p-x)^2 + (q-y)^2}{2a^2}\right)$$

5) 照準點支距

照準點支距는 없다고 假定한다.

나. N發에 依한 致死確率

위의 假定에 依해 1發의 命中에 依한 致死確率 P_k/X̄, Ȳ는

$$P_{k/\bar{X}, \bar{Y}} = \int_{-\infty}^{\infty} b(X, Y; \bar{X}, \bar{Y}) \cdot d(p, q; X, Y) dx dy$$

$$= \frac{a^2}{a^2 + \sigma_b^2} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{(p-\bar{X})^2 + (q-\bar{Y})^2}{a^2 + \sigma_b^2} \right]\right)$$

이다.

標的의 密度와 照準點의 分散을 考慮하면 N發에 依한 致死確率 P_{k/N}은

$$P_{k/N} = \int \int_{-\infty}^{\infty} w(p, q; u, v) \cdot I(U, V; u, v) [1 - (1 - P_k/\bar{X}, \bar{Y})^N] \cdot dU dV dp dq$$

$$= Q \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} (-1)^{k-1} \frac{P^k}{(Q+K)}$$

$$Q = (a^2 + \sigma_b^2) / (\sigma_a^2 + \sigma_A^2)$$

$$P = a^2 / (a^2 + \sigma_b^2) \text{ 이다.}$$

3. 橢圓形二次元모델

가. 假 定

1) 標의 位置誤差

標의 位置誤差는 相關關係가 없는 橢圓形二變數正規分布를 갖는다. 즉

$$l(U, V; u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_{ax}\sigma_{ay}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{(U-u)^2}{\sigma_{ax}^2} + \frac{(V-v)^2}{\sigma_{ay}^2}\right]\right) \dots\dots\dots식 ②$$

2) 彈導誤差

彈導誤差는 相關關係가 없는 橢圓形二度數正規分布를 갖는다. 즉

$$b(X, Y; \bar{X}, \bar{Y}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{bx}\sigma_{by}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{(X-\bar{X})^2}{\sigma_{bx}^2} + \frac{(Y-\bar{Y})^2}{\sigma_{by}^2}\right]\right) \dots\dots\dots식 ③$$

3) 標의 密度

標의 密度는 값이 1이고 相關關係가 없는 橢圓形二變數正規分布를 이루면서 分散되어 있다. 즉

$$w(p, q; u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_{tx}\sigma_{ty}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{(p-u)^2}{\sigma_{tx}^2} + \frac{(q-v)^2}{\sigma_{ty}^2}\right]\right) \dots\dots\dots식 ④$$

4) 損傷函數

損傷函數는 相關關係가 없는 二變數의 指數函數形態를 갖는다. 즉

$$d(p, q; X, Y) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{(p-X)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(q-Y)^2}{\sigma_y^2}\right]\right) \dots\dots\dots식 ⑤$$

5) 照準點支距

照準點支距는 있다고 假定하며 X 方向과 Y 方向 各各에 對한 平均照準點支距는 $\mu_x = \bar{X} - U$, $\mu_y = \bar{Y} - V$ 이다.

나. N發에 依한 致死確率

위의 假定들에 依해 1發에 依한 致死確率 P_K 는

$$P_K = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b(X, Y; \bar{X}, \bar{Y}) \cdot d(p, q; X, Y) dx dy = \alpha \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{(\mu_x - \bar{X})^2}{\beta} + \frac{(\mu_y - \bar{Y})^2}{\gamma}\right]\right) \dots\dots\dots식 ⑥$$

$$\alpha = a_x a_y / \sqrt{\beta \gamma}, \quad \beta = \sigma_x^2 + \sigma_{bx}^2, \quad \gamma = \sigma_y^2 + \sigma_{by}^2$$

이다.

標의 密度와 照準點의 平均誤差를 考慮하면 N發에 依한 致死確率 P_K/N 은

$$P_K/N = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(p, q; u, v) \cdot l(U, V; u, v) \cdot [1 - (1 - P_K)^N] dp dq \cdot dU dv = \sqrt{q_x q_y} \sum_{K=1}^N \binom{N}{K} (-1)^{K-1} \frac{(\sqrt{p_x p_y})^K}{\sqrt{(q_v + K)(q_x + K)}} \exp\left(\frac{K}{2}\left[\frac{\mu_x^2}{a_x^2 + \sigma_{bx}^2 + K(\sigma_{tx}^2 + \sigma_{ax}^2)} + \frac{\mu_y^2}{a_y^2 + \sigma_{by}^2 + K(\sigma_{ty}^2 + \sigma_{ay}^2)}\right]\right) p_x = \frac{a_x^2}{a_x^2 + \sigma_{bx}^2}; q_x = \frac{a_x^2 + \sigma_{bx}^2}{\sigma_{tx}^2 + \sigma_{ax}^2} p_y = \frac{a_y^2}{a_y^2 + \sigma_{by}^2}; q_y = \frac{a_y^2 + \sigma_{by}^2}{\sigma_{ty}^2 + \sigma_{ay}^2} \mu_y = \bar{X} - U, \mu_y = \bar{Y} - U \text{이다} \dots\dots\dots식 ⑦$$

4. 平均損傷面積

道路, 飛行場等과 같은 큰 標의에 대해서는 致死確率보다는 損傷面積의 期待값이 더욱 效果의 일 때가 있다. 一次元和 圓形二次元 모델은 橢圓形二次元 모델의 특수한 경우이므로 본 절에서는 橢圓形二次元 모델의 境遇만을 다루겠다. 平均損傷面積을 計算하기 위한 모델에서 假定은 다음 事項을 除外하고는 앞절의 橢圓形二次元 모델의 境遇와 같다.

가. 計算을 간단하게 하기 위해 標의은 가로, 세로가 각각 $2a$, $2b$ 인 直四角形의 形態를 갖고 射擊方向은 標의의 한변에 平行하다고 한다.

나. 標의 構成單位는 標의 面積內에 均一하게 分布되어 있다. 즉

$$w(p, q; u, v) = C, \quad |p-u| \leq b, \quad |q-v| \leq a \\ = 0, \quad |p-u| > b, \quad |q-v| > a \dots\dots\dots식 ⑧$$

따라서 위의 假定에 依해 1發에 依해 致死確率은 식 ⑥과 같고 N發에 依한 損傷面積의 期待값은 다음과 같다.

$$E_N = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-\infty}^{\infty} l(U, V; u, v) [1 - (1 - P_K)^N] dU dV dp dq$$

$$\phi(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \text{라 하면}$$

$$E_N = \sum_{K=1}^N \binom{N}{K} (-1)^{K-1} \alpha^K \frac{\sqrt{\beta r}}{K}$$

$$2\pi \left[\phi \left(\sqrt{\frac{K}{X}} (b - \mu_x) \right) - \phi \left(\sqrt{\frac{K}{X}} (-b - \mu_x) \right) \right] \left[\phi \frac{K}{Y} \left((a - \mu_y) - \phi \left(\sqrt{\frac{K}{Y}} (-a - \mu_y) \right) \right) \right] \text{이다.}$$

5. 두 모델의 비교

N 發의多數彈丸에 의한致死確率は每發의均果를獨立이라假定했을 때 $P_{K/N}^* = 1 - (1 - P_K)^N$ 이고,從屬이라假定했을境遇致死確率 $P_{K/N}$ 은式⑦과 같다.그림5~8은 $P_{K/N}^*$ 와 $P_{K/N}$ 으로表示되는 두一次元모델의相對差 $|P_{K/N}^* - P_{K/N}| / P_{K/N}$ 를發射彈數의函數로서 나타낸 것이다.相對差는絶對差 $|P_{K/N}^* - P_{K/N}|$ 이 적을 때라도 매우 커질 수 있다.入力基準値로서는實際의境遇에 부합되는 값으로써 $a=20, \mu_a=50, \sigma_b=20, \sigma_a=20$ 으로 하고 두 모델의差異點에對한入力變數의 여러 값들에 의한效果를測定하기 위해한變數만을 차례로變化시키고 다른變數는基準値로固定시켜計等하였다.各 그림의 수직좌표계의縮尺은 서로 다르다.

각 그림에서 N 에對한相對差는 처음에는 모든境遇에增加函數이었다.이現象은 $N=1$ 일境遇 두 모델이 같고 모든 N 에對해 $P_{K/N}^* \geq P_{K/N}$ 인事實의決果이다.致死確률이 0이나 1에接近하면相對差도絶對差가減少함에 따라 같이減少한다.이러한現象은曲

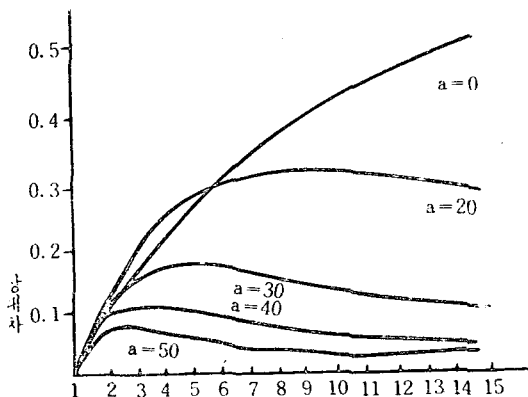


그림 5 a값에 따른 상대차

線이 처음에는增加하다가致死確률이 1에接近함에 따라減少하는形으로 나타난다.그림5~8에 그려진曲線을分析하여 보면 N 이增加함에 따라致死確률이 적을境遇相對差는增加하는一般的現象을 나타낸다.따라서致死確률을 적게 하는要因이增加함에 따라相對差도增加하는現象을 보일 것이다.이러한現象을 그림5에서 보면致命半徑이減少하면相對差는增加하는現象으로 나타나 있다.그림6에서는平均照準點이標的에서 멀어질수록致死確률은 0에 가까워지고相對差는增加하는 경향을 보여 준다.그림7에서는彈導誤差가減少하면相對差가增加하는現象은 처음 보기에致死確률을 적게 하는要因이增加함에 따라相對差도增加한다는前提에矛盾되는 것처럼 보이나 더욱分析하여 보면彈度誤差가增加하면照準點이標的으로부터 멀리 떨어져 있다는事實때문에致死確률은增加하게 된다.分散이 커지면彈着點은照準點에서 멀어지고標的에는 가까워지기 때문에致死確률은增加하게 된다.그림8에서는照準誤差가增加하면致死確률은減少하고相對差는增加하는現象을 나타내前提를 더욱確實하게 해 준다.

V. 分散射擊

本章에서는 앞章에서論한 같은方向으로同時一齊射擊하는境遇와는 달리 다른方向으로分散射擊하는境遇를考察하겠다.分散射

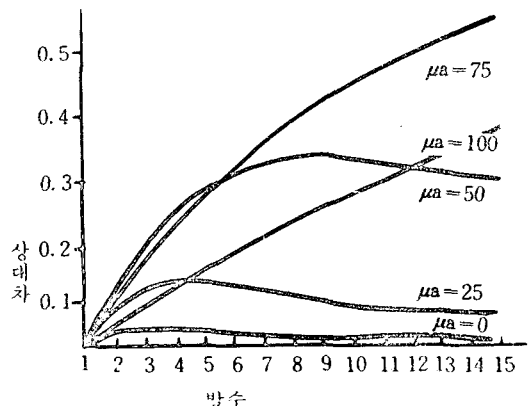


그림 6. Ma값에 따른 상대차

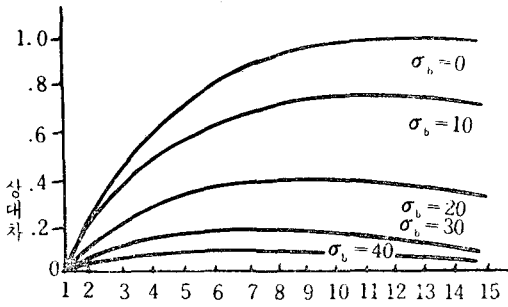


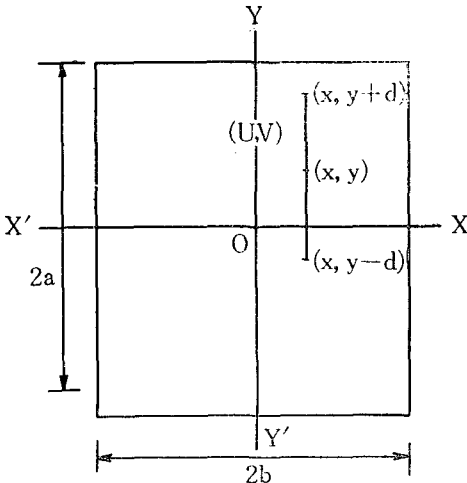
그림 7. Gd값에 따른 상대차

擊의 境遇 擴散되는 形態와 크기를 적절히 定하는 方法을 研究하는 것이 重要하다.

N發에 依한 分散射擊의 境遇 μ_{Xi} , μ_{Yi} 를 擴散되는 形態이 中心에서부터 射距離와 偏角에 對한 i 번째 발수의 彈着點의 距離다 하고 $f(u+\mu_{Xi}, v+\mu_{Yi}; p, q)$ 를 i 번째 發數에 依한 致死確率이라 할 때 N發에 依한 致死確率의 一般式은

$$P_{K/N} = \int \int w(p, q; u, v) \cdot [1 - \prod_{i=1}^N (1 - f(u + \mu_{Xi}, v + \mu_{Yi}; p, q))] dpdq dU dV \text{이다.}$$

이 式의 積分은 N이 3以上일 때 大端히 複雜하고 一般解의 存在有無가 아직까지 判明되지 않았으며 몇가가 특수한 境遇에만 數值解析의 方法에 依해 값을 計算할 수 있거나 解가 存在한다. 本章에서는 다음 假定下에 2發 및 3發에 對한 境遇만을 展開하겠다.



(a) 二發棍狀投彈

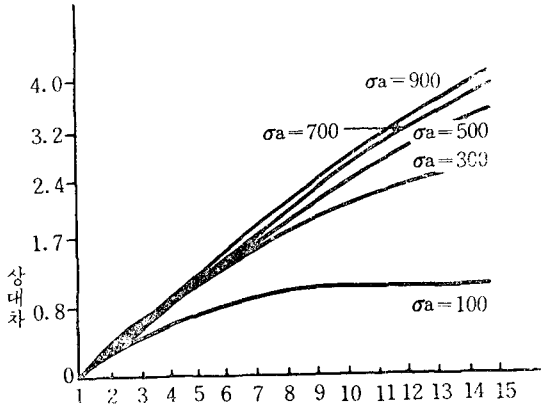


그림 8. Ga값에 따른 상대차

1. 假 定

가. 標的은 길이와 폭이 各各 $2a, 2b$ 인 直四角形의 形態이다.

나. 分散形態의 中心點에 對한 照準點의 分布는 式 ②와 같은 橢圓形二變數正規分布를 갖고 投下方法은 그림 9와 같다.

다. 彈導誤差의 分散은 式 ③과 같은 橢圓形二變數正規分布를 한다.

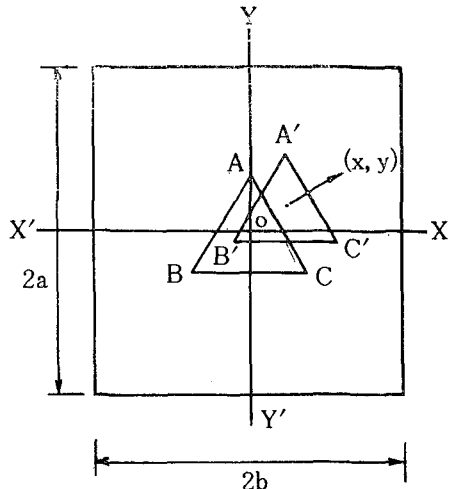
라. 損傷函數는 式 ⑤와 같다.

마. 標的 密度函數는 式 ⑧과 같은 均一函數이다.

바. MOE는 標的의 期待損傷面積이다.

2. 二發의 棍狀投彈(Stick Bombing)에 依한 期待損面積

두發의 爆彈을 標的의 한변에 平行한 方向



(b) 正三角形 投彈

그림 9. 分散射擊狀態

으로 나란히 投下하고 두발간의 中心點을 標的의 中心에 照準한다고 하면 照準誤差에 依해 照準點은 다른 한점 (\bar{x}, \bar{y}) 로 移動한다. 두發間의 間격을 $2d$ 라 하면 各爆彈의 照準點은 $(\bar{x}, \bar{y}+d)$ 와 $(\bar{x}, \bar{y}-d)$ 가 된다. (그림 9(a)참조)

위의 假定에 依해 1發이 命中했을 때의 致死確率은 式 ⑥과 같고 $f(p, q; \bar{x}, \bar{y}) = P_K$ 라 하면 二發에 依한 期待損傷面積 $E(d)$ 는

$$J(p, q, d) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} l(\bar{x}, \bar{y}; u, v) \cdot [1 - \{f(p, q; \bar{x}, \bar{y} + d)\} \cdot \{1 - f(p, q; \bar{x}, \bar{y} - d)\}] dx dy$$

라 할 때

$$E(d) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b J(p, q, d) da db$$

$$\phi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-y^2/2) dy$$

$$E(d) = 8\pi\alpha\sqrt{\beta\gamma} (1 - \phi(1 - b/\sqrt{\beta + \sigma_{ax}^2})) \cdot \left\{ \phi\left(\frac{a+d}{\sqrt{\gamma + \sigma_{ax}^2}}\right) - \phi\left(\frac{a-d}{\sqrt{\gamma + \sigma_{ax}^2}}\right) - \alpha \cdot \left[1 - \phi\left(-\frac{a}{\sqrt{\gamma + \sigma_{ay}^2}}\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{d^2}{\gamma}\right) \right\}$$

이다.

3. 3發의 棍狀投彈에 依한 期待損傷面積

2發間의 間隔을 d 라 하고 前節의 2發에 對한 境遇와 마찬가지로 3發의 爆彈을 投下할 境遇 3發의 照準點은 (\bar{x}, \bar{y}) , $(\bar{x}, \bar{y}+d)$, $(\bar{x}, \bar{y}-d)$ 이 된다. 또한 $f(p, q; x, y) = P_K$ 라 하면

$$J(p, q, d) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} l(\bar{x}, \bar{y}; \bar{x}, \bar{y}) \cdot [1 - \{1 - f(p, q; \bar{x}, \bar{y}+d)\} \cdot \{1 - f(p, q; \bar{x}, \bar{y})\} \cdot \{1 - f(p, q; \bar{x}, \bar{y}-d)\}] dx dy$$

이고 期待損傷面積 $E(d)$ 는

$$E(d) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b J(p, q, d) da db$$

$$E(d) = 8\pi\alpha\sqrt{\beta\gamma} \phi(b/\sqrt{\beta + \sigma_{ax}^2}) \cdot \left\{ \phi\left(\frac{a}{\sqrt{\gamma + \sigma_{ay}^2}}\right) + \phi\left(\frac{[a+d]/\sqrt{\gamma + \sigma_{ay}^2}}\right) + \phi\left(\frac{[a-d]/\sqrt{\gamma + \sigma_{ay}^2}}\right) - 4\pi\alpha^2\sqrt{\beta\gamma} \phi(b\sqrt{2}/\sqrt{\beta + 2\sigma_{ax}^2}) \cdot \left[\exp(-d^2/4\gamma) \cdot \phi\sqrt{2}(a+d/2) \right. \right.$$

$$\left. \left. \begin{aligned} & / \sqrt{\gamma + 2\sigma_{ax}^2} + \phi(\sqrt{2}(a-d/2) / \sqrt{\gamma + 2\sigma_{ay}^2}) \\ & + \exp(-d^2/4\gamma) \phi(a\sqrt{2}/\sqrt{\gamma + 2\sigma_{ay}^2}) \\ & + 8\pi/3\alpha^3\sqrt{\beta\gamma} \exp(-d^2/4\gamma) \phi(b\sqrt{3} / \sqrt{\beta + 3\sigma_{ax}^2}) \cdot \phi(a\sqrt{3}/\sqrt{\gamma + 3\sigma_{ay}^2}) \end{aligned} \right\}$$

이다.

4. 3發의 正三角形 分散射擊에 依한 期待損傷面積

그림 9(b)와 같이 三角形으로 分散射擊한다고 하고 三角形 ABC는 한변의 길이가 d 인 正三角形이라고 하자. A, B, C를 各彈丸의 원래 照準點이라 하면 照準誤差에 依해 A', B', C'로 照準點은 移動되고 標的의 中心點 O는 座標가 (\bar{x}, \bar{y}) 인 點 O'로 移動된다. 따라서 세 照準點의 座標는 各各 $(\bar{x}, \bar{y}+d\sqrt{3}/4)$, $(\bar{x}-d/2, \bar{y}-d\sqrt{3}/4)$, $(\bar{x}+d/2, \bar{y}-d\sqrt{3}/4)$ 가 된다. 앞의 境遇와 같은 方法으로 計算을 하면 期待損傷面積은 다음과 같다.

$$E(d) = 2\pi\alpha\sqrt{\beta\gamma} \left\{ \phi\left(\frac{[a+d\sqrt{3}/4]/\sqrt{\gamma + \sigma_{ay}^2}}\right) + \phi\left(\frac{[a-d\sqrt{3}/4]/\sqrt{\gamma + \sigma_{ay}^2}}\right) \cdot \left[2\phi\left(\frac{b/\sqrt{\beta + \sigma_{ax}^2}}\right) + 2\phi\left(\frac{[b+d/2]/\sqrt{\beta + \sigma_{ax}^2}}\right) + \phi\left(\frac{[b-d/2]/\sqrt{\beta + \sigma_{ax}^2}}\right) \right] - 2\pi\alpha^2\sqrt{\beta\gamma} [2\exp\{-d^2/16\} (1/\beta + 3/\gamma)] \phi\left(\frac{a\sqrt{2}/\sqrt{\gamma + 2\sigma_{ay}^2}}\right) \cdot \left[\phi\left(\frac{\sqrt{2}[b+d/4]/\sqrt{\beta + 2\sigma_{ax}^2}}\right) + \phi\left(\frac{\sqrt{2}[b-d/4]/\sqrt{\beta + 2\sigma_{ax}^2}}\right) + \exp\{-d^2/4\beta\} \cdot \phi\left(\frac{b\sqrt{2}/\sqrt{\beta + 2\sigma_{ax}^2}}\right) \right] \left\{ \phi\left(\frac{\sqrt{2}[a+d\sqrt{3}/4]/\sqrt{\gamma + 2\sigma_{ay}^2}}\right) + \phi\left(\frac{\sqrt{2}[a-d\sqrt{3}/4]/\sqrt{\gamma + 2\sigma_{ay}^2}}\right) + (4\pi/3)\alpha^3 \cdot \sqrt{\beta\gamma} \exp\{-d^2/4\} (1/\beta + 1/\gamma) \right\} \phi\left(\frac{b\sqrt{3}/\sqrt{\beta + 3\sigma_{ax}^2}}\right) \cdot \left[\phi\left(\frac{\sqrt{3}[a+d/4\sqrt{3}]/\sqrt{\gamma + 3\sigma_{ay}^2}}\right) + \phi\left(\frac{\sqrt{3}[a-d/4\sqrt{3}]/\sqrt{\gamma + 3\sigma_{ay}^2}}\right) \right] \right\}$$

VI. 結 論

各砲彈의 效果를 獨立이라 假定한 모델과 一齊射擊모델에 依한 計算決果의 差異는 大端히 크다. 어떤 境遇에는 差가 300% 이상이고

普通 200% 以上이었다. 따라서 一齊射擊에 對하여 各 砲彈의 效果를 서로 獨立이라 假定할 境遇 正確한 값을 얻기 힘들다.

그림 10은 二發의 散彈射擊에 依한 平均損傷面積의 計算決果의 例를 圖表로 表示한 것이다.

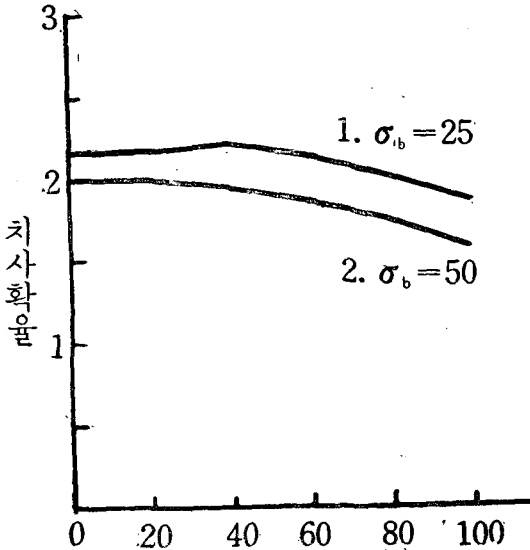


그림 10. 2발 분산사격에 의한 치사확률

曲線 1에서는 두발간의 간격이 35m일 때 가장 效果的이고 曲線 2의 境遇는 같은 照準點에 一齊射擊하는 것이 더욱 效果的인 것으로 나타나 있다. 이와 같이 一齊射擊과 分散射의 相對的 利點은 射擊時 包含된 誤差에 依해 決定된다. 彈導誤差의 分散이 照準誤差의 分散에 비해 크고 또한 標的의 致命面積이 클 境遇에는 一齊射擊(zero pattern spread)가 더욱 效果的이다. 반면 照準誤差의 分散이 彈導誤差의 分散과 標的의 致命面積에 비해 클 境遇에는 分散射擊이 더욱 效果的이다. 一齊射擊을 했을 境遇 彈導誤差가 매우 적다면 砲彈은 모두 命中되거나 모두 命中되지 않을 것이다. 그러나 砲彈이 散彈射擊에 依해 擴散된다면 적어도 1發이 命中될 수 있다. 이러한 效果를 散彈效果라 한다.

武器體系分析, 彈藥所要算出, 費用分析, 標的 制壓모델 등을 研究하는 사람들은 多數彈丸에 依한 標的의 致死確率을 算出하고자 할 때 各 모델간의 制限點 및 特性을 잘 認識하

고 있어야 한다.

本 研究에서는 앞으로 다음과 같은 研究가 더 이루어져야 할 것이다.

가. 각모델에서 分類된 損傷函數間의 正確한 比較

나. 分散射擊모델에서 3發 以上에 對해 임의의 擴散形態 및 크기에 대한 擴張

다. 戰術에 對한 研究에의 應用 및 諸般 誤差의 蒐集 및 分析

참 고 문 헌

1. Boes, R.W. and Garvey, Jr. R.E. Determining operational hit probabilities for field artillery weapons systems. NPG. Monterey, Cal. June 1968.
2. Didonato, A.R. and Jarnagim, M.P. "Kill probability computing programs", Effectiveness against surface target. US. NWL. Dahlgren, Virginia section E, 1962.
3. Harris, K., Snow, R.N. and Lind, J.R. Target coverage model. The RAND Corporations, Santa Monica, Cal. March. 1966.
4. Hess, C.H., "Target coverage" Topics in Military Operations Research, The University of Michigan Engineering Summer Conference 1969.
5. Jaiswal, N.K. and Sangal, R.P., "Expected damaged area for stick and triangular pattern bombing" Ops. Res. Vol. 20, pp. 344~349, 1972.
6. Morse, P.M. and Kimball, G.E. Methods of Operations Research 1st ed, rev, The MIT Press, Combridge, Massachusetts, 1970.
7. Snow, R.A. Theoretical approach to some general target coverage problems. The RAND Corporations, Santa Monica. Cal. March, 1966.
8. Thomas, M.A. and Gemmill, G.W. Increasing salvo kill probability through aim point patterning, NWL Report TR 2756. 1972.
9. Witt, W.W., A comparison of two target coverage models NTIS, 1972.

註 : 本論文은 ADD.위축연구보고서에서 部分的으로 발췌한 것이다.