

月降雨量의 模擬發生에 關한 研究

Study on the Sequential Generation of Monthly Rainfall Amounts

李 根 厚* · 劉 漢 烈**
Keun Hoo Lee, Han Yeol Ryu

Summary

This study was carried out to clarify the stochastic characteristics of monthly rainfalls and to select a proper model for generating the sequential monthly rainfall amounts.

The results obtained are as follows:

1. Log-Normal distribution function is the best fit theoretical distribution function to the empirical distribution of monthly rainfall amounts.
2. Seasonal and random components are found to exist in the time series of monthly rainfall amounts and non-stationarity is shown from the correlograms.
3. The Monte Carlo model shows a tendency to underestimate the mean values and standard deviations of monthly rainfall amounts.
4. The 1st order Markov model reproduces means, standard deviations, and coefficient of skewness with an error of ten percent or less.
5. A correlogram derived from the data generated by 1st order Markov model shows the characteristics of historical data exactly.
6. It is concluded that the 1st order Markov model is superior to the Monte Carlo model in their reproducing ability of stochastic properties of monthly rainfall amounts.

I. 緒 言

短期間の 記録値에 基礎를 둔 水資源計劃의 樹立은 그 시스템(system)의 經濟的 壽命期間中에 일어난 流量, 降雨等의 正確한 樣狀을 把握할 수 없으

며 따라서 將來에 發生可能한 現象에 맞지않는 시스템의 設計나 計劃을 할 危險이 따르게 된다*.

水文變量들을 模擬發生시켜주는 方法은 短期性(25年 以下인 境遇가 많음)의 現地觀測值를 合理的으로 補完 또는 擴張시켜 줌으로써 上記 言及한 危險性을 除去 乃至는 減少시키기 爲한 技法中의 하나이다. 模擬發生(sequential generation 또는 generation)이라함은 Chow¹⁾의 定義에 따르면 "Monte

* 慶尙大學 農工學科

** 서울大農大 農工學科

Carlo方法을 利用하여 時系列(time series)을 發生시키는것을 말하며 “Monte Carlo方法이란 標本抽出技法(sampling techniques) 또는 亂數發生機構(random number generator)에 依하여 必要한 資料를 人爲的으로 作成해 내는 過程”을 말한다. 模擬發生된 資料는 模擬發生의 基礎가 되는 觀測值의 諸統計學的의 媒介變數(statistical parameters)들, 例컨대 1次 및 2次 모멘트(moment), 系列相關係數(serial correlation coefficient) 등을 그대로 維持하도록 한 것이기 때문에 資料의 質에 있어서는 本質的으로 觀測值과 같다⁹⁾. 따라서 模擬發生技法을 使用함으로써 長期間의 資料獲得이 可能하고 結局 水文分析에 있어 重要한 項目의 하나인 水文現象의 系列性있는 可能한 組合들(combinations of hydrologic sequences)을 發生시킬 수가 있기 때문에 貯水池의 操作 또는 完全한 水資源 시스템의 設計에 있어 特히 有用한 技法이 되고 있는 것이다.

本 研究에서는 模擬發生對象으로서 月降雨量을 擇하고 이것의 推計學的(stochastic)特性을 究明한 後, 李²⁾가 河川의 月流量模擬發生을 爲하여 提示한 바 있는 模擬發生모델의 開發에 使用하였던 方法을 月降雨量의 境遇에 適用하여 合理的인 月降雨量 模擬發生모델을 開發코자 하였다.

II. 研究沿革

水文變量의 模擬發生技法이 전혀 새로운것은 아니다. 1914年 Hazen의 Station-Year Method를 變形한 方法, Sudler(1927), Barns(1955), Benson(1952) 등의 샘플링카드(sampling cards) 技法 등이 이미 開發된바 있는 것이다³⁾. 이들 諸方法은 模擬發生하고자하는 水文變量이 純粹한 random變量(purely random variables)이고 또 이 方法에 依하여 模擬發生된 資料 個個의 크기가 觀測值과 同一하다는 前提下에서 成立되어 있다⁴⁾. 이러한 假定은 現實的으로 흔히 受諾될 수 있는 性質의 것이 아니다.

亂數表를 利用하는 方法이 Brittan(1961)에 依하여 開發되기도 하였으나⁵⁾ 表를 使用하여야 하는 일 등이 번잡하고 또 디지털컴퓨터(digital computer)를 利用한 假性亂數(pseudo random number)의 模擬發生技法⁶⁾이 開發되었기 때문에 이 方法 역시 現在는 잘 使用되지 않고 있다.

數理統計學과 確率理論의 括目할만한 發展과 더불어 1960年代에 들어서면서 各種의 模擬發生모델들이 數學的 理論을 밑바탕으로 하여 開發되었다

^{7), 10), 12)}. Gauss의 白色雜音過程(Gaussian White Noises Process)⁸⁾은 가장 일찌기 關心의 對象이 되었던 것으로 random變量은 그 個個의 發生이 相互獨立의이라는 基本假定에서 出發한 것이었다. 한편 1960年代에서 現今에 이르기 까지 模擬發生技法의 大宗을 이루어 왔던 Markov過程^{9), 13), 14)}은 任意의 時系列을 構成하고 있는 變數(variates)相互間에는 系列的인 相關關係가 存在한다는 假定 即, 現在의 값은 過去の 값들과의 線形的 相互依存關係 및 時制와는 相關이 없는 獨立的인 偶然變動成分(random components)에 依하여 決定된다는 것이 基本假定이다¹⁵⁾. 이 過程의 基本 性質上 Markov 모델은 河川流量의 模擬發生에 主로 利用되고 있다^{16), 17)}. 그러나 Markov 모델은 Hurst(1956), Feller(1951) 등이 指摘한 것 처럼 時系列의 短期性向(short-term trends)은 效果的으로 模擬發生시킬 수 있지만 長期性向(long-term trends)은 模擬發生시키기가 어렵다는 短點을 가지고 있으며 이러한 點들을 補完한 것이 Fiering(1967), Matalas(1971) 등에 依한 Gaussian-Markov過程이다¹⁸⁾.

1951年 H.E. Hurst에 依하여 所謂 Hurst 現象¹⁹⁾이 發見된 以來 Markov 모델은 이 Hurst現象을 模擬發生시킬 수 없다는 事實²⁰⁾이 밝혀졌으며 Mandelbrot & VanNess²¹⁾, Matalas & Wallis²²⁾ 등에 依하여 새로운 推計學的過程의 하나인 Fractional Brownian Motion and Noises (FBM) 過程이 登場하게 된다. Mandelbrot^{10), 11)}에 依한 Fast Fractional Gaussian Noises는 F.B.M過程의 좋은 應用例이다.

Nordin²³⁾에 依하여 crossing theory가 水文學에 利用될 수 있는 可能性이 타진되었으며 Ignacio & Mejia^{19), 20)} 등은 crossing theory야말로 極值, 繼續期間(run length), 期間別和(run sums) 등의 研究를 爲하여는 가장 強力한 道具가 될것임을 주장하고 하나의 實用可能性이 높은 모델로서 Broken Line Process를 發表한바 있다.

降雨現象을 對象으로하는 推計學的 모델의 研究로서는 “Markov 過程을 利用한 것으로서 Raudkivi & Lawgun, Pattison, Adamowski & Smith, Chow & Ramaseshan 등의 研究²⁴⁾가 있고 Himstr & Creese 및 Sariahmed & Kisiel도 降雨強度의 時間의 分布 혹은 總降雨量의 그 持續時間內의 分布에 對한 模擬發生 모델을 開發한바 있다²⁵⁾. Duckstein, et al²⁶⁾은 季節別 降雨回數를 模擬發生시키기 爲하여 Monte Carlo 方法을 適用하였고 地點降雨量은 幾何分布(geometric distribution)를 한다고 하였다. Smith

& Schreiber(1973)²¹⁾는雷雨型降雨에 對해서 1次 Markov chain 모델이 Bernoulli 모델보다 優秀하다고 結論지은바 있다.

우리나라에 있어서는 崔榮博, 尹龍男, 金治弘 等諸氏에 依하여 河川流量의 時系列을 비롯한 推計學的 解析, 研究가 있으며 李舜鐸(1974)²²⁾이 오스트레일리아의 間歇川 및 우리나라의 常流川 月流量에 適用할 수 있는 몇가지 模擬發生 모델을 開發한바 있다.

Ⅲ. 月降雨의 推計學的 特性

1. 基本統計

本 研究에서 對象으로 삼은 觀測地點의 語元은 Table-1과 같다.

Table-1 The Source of Historical Data.

Stations	Latitude	Longitude	Observation Periods	Records Used
Seoul	37°34'N	126°58'E	1907~1974	1924~1973
Daegu	35°53'N	127°37'E	1915~1974	1924~1973
Jinju	35°12'N	128°05'E	1915~1974	1924~1973

서울, 大邱, 晉州의 3個地點 月降雨量에 對한 基本 統計量은 Table-2와 같으며 이들을 檢討해 보면 다음과 같다.

1) 平均 月降雨量

1年中 降水量이 가장 많은 7月中 降水量을 보면 서울이 402mm, 大邱 220mm, 晉州가 245mm이다. 上記 3個 觀測地點의 觀測期間中 年平均降雨量은 各 各 서울 1,340mm, 大邱 990mm, 그리고 晉州가 1,371mm이다.

서울 大邱 晉州의 3個地點 月降雨量에 對한 基本 統計量은 Table-2와 같으며 이들을 檢討해 보면 다음과 같다.

2) 歪度係數(Coefficient of Skewness)

다음 公式(1)에 依하여 計算하였다.

$$C_s = \frac{\alpha}{\sigma^3} \approx \frac{a}{S^3} \dots\dots\dots(1)$$

$$a = \frac{1}{N} \sum (x - \bar{x})^3 \dots\dots\dots(2)$$

但, C_s : 歪度係數

N : 觀測年限(年)

S : 標準偏差

x, \bar{x} : 各各 月降雨量 및 N 年間の 平均值(mm)

Table-2에서 C_s 값의 計算結果를 보면 서울 1.541~2.344, 大邱 1.460~2.280 그리고 晉州가 1.517~2.874이다. 河川流量에 關한 여러 研究^{9),18)} 結果에

比면하매우 낮은 값을 보여주고 있다.

一般的으로 水文現象의 模擬發生을 爲하여 Markov 모델을 使用하려면 對象水文 變量의 分布의 歪度가 $2\sqrt{2}$ 以下 이어야 한다고 한다²³⁾. 따라서 本 研究의 境遇Markov過程의 모델을 使用하여도 歪度の 模擬發生에 큰 問題點은 없을것으로 보여진다.

3) 變動係數(Coefficient of Variation)

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}} \times 100 \dots\dots\dots(3)$$

但, C_v : 變動係數(%)

에 依하여 計算하였다.

Table 2.에서 C_v 의 값을 보면 서울 57.2~98.4%, 大邱 51.8~99.0%, 그리고 晉州 57.2~103.9%로

Table-2 (a) Basic Statistics of Historical Monthly Rainfall at Seoul

Month	Mean	Standard Deviation	Coefficient of Variation	Coefficient of Skewness	Remarks
1	21.2	20.7	97.9	1.75	
2	22.6	22.2	98.4	2.20	
3	49.5	39.1	78.9	1.59	
4	80.3	62.2	77.4	2.34	
5	89.2	51.0	57.2	1.79	
6	146.7	114.4	78.0	1.91	
7	401.8	245.3	61.1	2.08	
8	252.2	156.8	62.2	2.30	
9	155.7	103.5	66.5	1.58	
10	51.9	33.7	65.0	1.54	
11	41.6	24.1	58.1	1.74	
12	27.9	22.9	82.2	1.83	

Table-2 (b) Basic Statistics of Historical Monthly Rainfall at Daegu

Month	Mean	Standard Deviation	Coefficient of Variation	Coefficient of Skewness	Remarks
1	17.5	17.3	99.0	1.56	
2	26.4	18.9	71.4	1.56	
3	46.4	34.4	74.1	1.71	
4	67.1	35.0	52.1	1.58	
5	72.9	37.7	51.8	1.54	
6	127.6	88.1	69.1	1.91	
7	220.5	136.6	62.0	1.70	
8	166.8	100.8	60.4	1.69	
9	149.2	85.2	57.1	1.46	
10	43.2	42.6	98.6	2.28	
11	30.7	23.3	76.1	1.65	
12	21.7	21.2	97.7	2.02	

Table-2 (c) Basic Statistics of Historical Monthly Rainfall at Jinju

Month	Mean	Standard Deviation	Coefficient of Variation	Coefficient of Skewness	Remarks
	mm	mm	%		
1	26.0	27.1	103.9	1.77	
2	40.0	33.8	84.4	2.87	
3	76.7	58.1	75.7	1.66	
4	128.4	73.5	57.2	1.53	
5	134.2	73.8	58.3	1.68	
6	183.9	134.7	73.3	2.57	
7	244.6	154.3	63.1	1.39	
8	217.7	128.5	59.0	1.57	
9	190.5	123.3	64.7	1.52	
10	57.3	51.6	90.1	1.87	
11	41.0	34.1	83.0	1.91	
12	30.3	26.7	88.3	1.71	

서 地域別로 큰 差異는 보이지 않는다. 河川流量의 分析結果^{9,16)}에 比하여 매우 낮은 값을 보여 줄으로써 月降雨量の 變動幅이 比較的 작은 것을 알 수 있다.

2. 月降雨量の 確率分布型

經驗的인 頻度分布를 求한 後 이것을 理論的 確率分布函數들과 比較하여 其中 가장 잘 附合되는 型을 選擇함으로써 各種 小文變量들의 確率分布型을 決定할 수가 있고 따라서 그 變量의 特性을 把握할 수 있다¹⁴⁾.

서울, 大邱, 晉州의 3個地點에 對한 月降雨量資料의 頻度分布를 求하여 이를 正規分布 및 對數正規分布等 2個의 理論的 確率分布函數와 比較한 後 χ^2 -test 및 Kolmogorov-Smirnov test에 依하여 그 適合性 與否를 檢定하였다.

Fig. 1.의 檢定 結果를 檢討하여 보기로 한다. 于先 全般的인 結論으로서는 月降雨量이 對數正規分布를 하고 있다는 點으로서 Fig. 1.에는 對數正規分布函數에 對한 適合性檢定結果만이 나타나 있다. Eye fitting에 依해서도 明確한바와 같이 月降雨量은 오른쪽으로 歪曲된 對數正規分布를 하고 있다. χ^2 -test 結果를 보면 3個觀測地點 모두 月降雨量의 頻度分布가 對數正規分布函數의 理論的 頻度分布와 一致한다는 假說을 95%의 信賴限界內에서 受諾하고 있으며, Kolmogorov-Smirnov test의 結果도 $\Delta = \max. |F(x) - P(x'_i)|$ 의 值가 信賴限界值 Δ_0 보다 작음으로써 χ^2 -test와 同一한 結果를 보여주고 있다.

以上과 같이 月降雨量이 對數正規分布를 하고 있

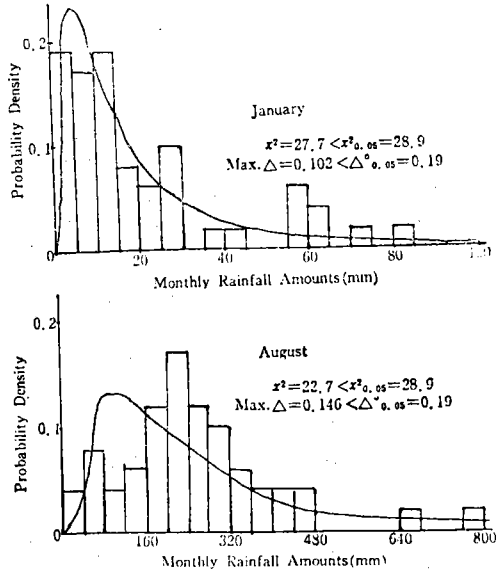


Fig. 1(a). Fit of Log-Normal Distribution to Observed Rainfall Amounts at Seoul

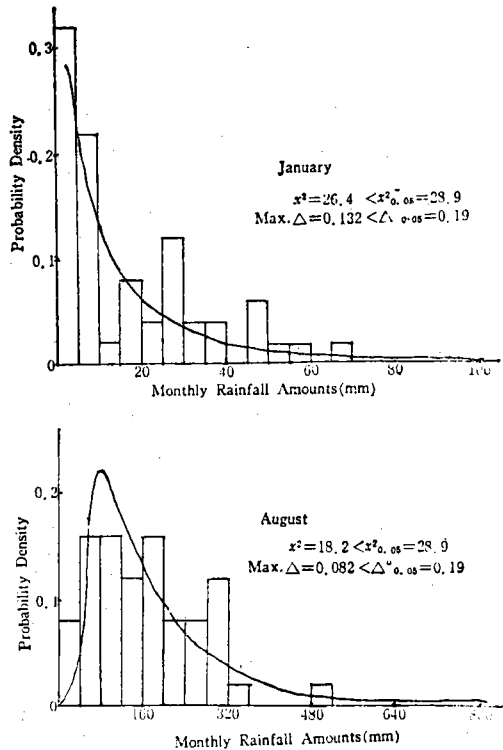


Fig. 1(b). Fit of Log-Normal Distribution to Observed Rainfall Amounts at Daegu

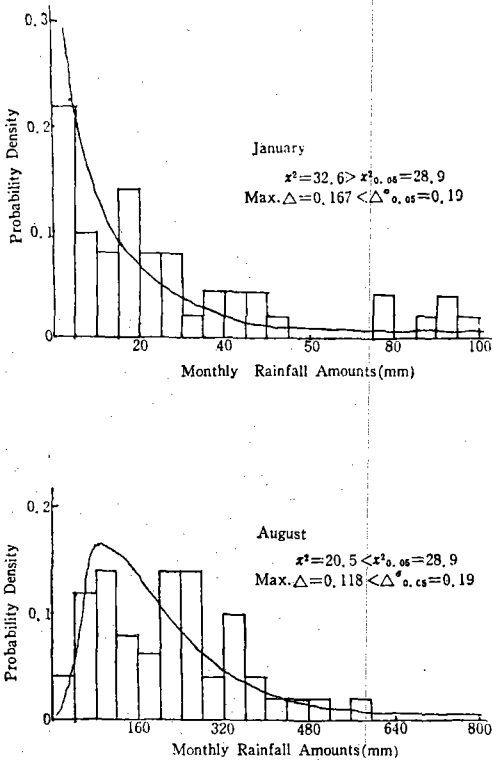


Fig. 1(c). Fit of Log-Normal Distribution to Monthly Rainfall Amounts at Jinju

음은 年降雨量 등이 一般의 正規分布를 하고 있음에²⁴⁾對해서는 對照的인 結果이나 李⁹⁾의 月流量에 關한 研究와는 同一한 結果로써 어떤 變量의 測定 時間單位(例: 日, 月, 年等)가 길어 갈수록 正規分布에 가까와 진다는 經驗的事實²⁴⁾에 크게 벗어난 結果는 아닌것으로 判斷된다.

3. 時系列 分析^{3,8,9)}

時系列의 分析方法으로서는 여러가지^{3,8,9,17,22)}가 있으나 時系列 各成分의 存在與否를 쉽게 把握할 수 있는 Correlogram의 解析에 依한 方法이 널리 利用되고 있다⁹⁾. Correlogram이란 系列相關係數 ρ_k 를 次數(k)에 對하여 plot한 것으로서 ρ_k 는 다음과 같이 定義한다:

$$\rho_k = \frac{COV[x_t \cdot x_{t+k}]}{\{VAR[x_t] \cdot VAR[x_{t+k}]\}^{1/2}} \dots\dots\dots(4)$$

但, $COV[x_t \cdot x_{t+k}]$: x_t 및 x_{t+k} 의 共分散,

$VAR[x_t]$, $VAR[x_{t+k}]$: 各各 x_t 및 x_{t+k} 에 對한 分散. 式(4)에 x_t , x_{t+k} 에 對한 共分散 및 分散을 代入하면

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} x_t \cdot x_{t+k} - \frac{1}{N-k} \left(\sum_{t=1}^{N-k} x_t \right) \cdot \left(\sum_{t=k}^N x_t \right)}{\left(\sum_{t=1}^{N-k} x_t^2 - \frac{1}{N-k} \left(\sum_{t=1}^{N-k} x_t \right)^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{t=k}^N x_t^2 - \frac{1}{N-k} \left(\sum_{t=k}^N x_t \right)^2 \right)^{1/2}} \dots\dots\dots(5)$$

但, ρ_k : 次數 k에 對한 系列相關係數,

x_t , x_{t+k} : 各各 時系列中 任意的 時刻 t 및 t+k 에 對한 變數.

N: 記錄年數 또는 月數.

本 研究에서는 ρ_k 의 信賴性을 考慮하여 k=50(記錄年數로는 $\frac{50}{12} \approx 4$ 年)까지만 計算을 하였다⁹⁾.

Fig. 2. 에는 서울, 大邱, 晋州의 3個地點 月降雨量資料에 對한 Correlogram이 나타나 있다. 그림에서 明白한 바와 같이 月降雨量은 3個地點 共히 12個月을 週期로하여 若干의 差異는 있으나 거의 同一한 形態의 波形이 反復되고 있다.

또한 各各의 ρ_k 값이 信賴限界值인 0.25를 大部分 超過하고 있다. 이러한 事實은 豫想했던대로 月降雨量의 時系은 定常時系列(stationary time series)이 아니며 時系列成分中 決定論的成分(deterministic component)의 하나인 季節變動成分(periodic component)과 推計學的成分(stochastic component)인 偶然變動成分(random component)이 存在하고 있음을 말해준다. 또한 季節變動成分의 週期는 12個月임을 쉽게 알 수 있다.

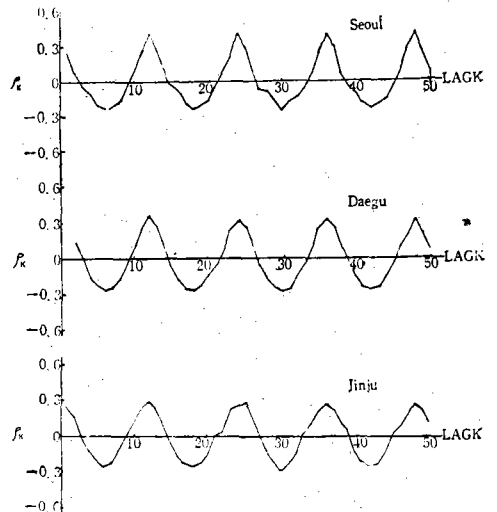


Fig. 2. Correlograms of Historical Unstandardized Monthly Rainfall Amounts

IV. 模擬發生 모델

1. 모델-A(Monte Carlo 모델)

本 모델은 月降雨量の 推計學的 過程이 Gauss의 白色雜音의 過程(Gaussian White Noises)에 따른다는 假定下에서 誘導된 모델이다. 따라서 相互獨立의 事象 $\{x(t)\}$ 로 構成된 時系列을 模擬發生시키는 데는 그 事象의 累加確率分布函數 $F(x)$ 만을 알고 있으면 可能하다⁹⁾. 이것은 Monte Carlo Method의 基本이 되는 것으로 $F(x) = P\{X_t \leq x_t\} = \int_{-\infty}^{x_t} f(x) dx$

式(6)에서 $F(x)$ 는 0부터 1까지의 範圍에 걸쳐 定義되어 있으므로 0~1 範圍의 均等分布亂數(Uniformly Distributed Random Number) τ 를 發生시킬 수 있다면 다음 關係가 成立될 수 있다.

$$F(x) = \tau \dots\dots\dots(7)$$

$$\therefore x(t) = F^{-1}(\tau_t) \dots\dots\dots(8)$$

即 $F(x)$ 로부터 τ_t 에 相應하는 變數의 값 x_t 를 逆算해 낼 수가 있는 것이다. 以上の 關係를 다시 整理하면

$$\tau_t = F(x_t) = \int_{-\infty}^{x_t} f(x) dx \dots\dots\dots(9)$$

$$\therefore P(X_t \leq x_t) = F(x_t) = P\{\tau_t \leq F(x_t)\} \\ = P\{F^{-1}(\tau_t) \leq x_t\} \dots\dots\dots(10)$$

結局 式(9), (10)에서 $F^{-1}(\tau)$ 는 $f(x)$ 를 確率密度로 하는 變量임을 말하여 주고 있는 것이다.

以上の 理論을 本 研究의 境遇에 그대로 適用키로 한다.

于先 月降雨量の 確率分布型은 對數正規分布임이 밝혀졌다. 標準化한 對數正規分布函數에서

$$z = \frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y} \dots\dots\dots(11)$$

但 μ_y, σ_y : 各各 $\ln x$ 의 平均 및 標準偏差.

$$\therefore x = \exp(\mu_y - \sigma_y \cdot z) \dots\dots\dots(12)$$

即, $F(z)$ 中的 z 의 逆變換¹⁴⁾에 依하여 (12)式을 使用, 變數 x 를 模擬發生시킬 수가 있다. 그러나 $F(z)$ 는 實際 積分式으로만 表示될 수 있기 때문에 實用모델에는 適合하지 않다. 따라서 약간의 變形이 必要하다.

Central Limit Theorem^{9), 14)}에 依하면 萬 $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n$ 이 各各 $E(\tau_i) = \theta, \text{VAR}(\tau_i) = \sigma^2$ 인 同一한 確率分布를 갖는 n 個의 random 變量이라면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{a < \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i - N\theta}{\sqrt{N\sigma}} < b\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \dots\dots(13)$$

$$\text{但, } E\left(\sum_{i=1}^n \tau_i\right) = N\theta$$

$$\text{VAR}\left(\sum_{i=1}^n \tau_i\right) = N\sigma^2$$

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i - N\theta}{\sigma \sqrt{N}} \dots\dots\dots(14)$$

(14)式의 z 는 標準化된 對數正規分布函數의 z 即 式(11)과 같은 값이 된다.

또 τ_i 가 $0 \leq \tau_i \leq 1$ 인 均等分布亂數인 境遇

$$\theta = \frac{a+b}{2} = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots(15)$$

$$\sigma = \frac{b-a}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} \dots\dots\dots(16)$$

이므로 式(11), (14), (15), (16)에서

$$z = \frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i - \frac{N}{2}}{\sqrt{\frac{N}{12}}} \dots\dots\dots(17)$$

이것을 x 에 關하여 定理하면

$$x = \exp\left[\mu_y + \sigma_y \left(\frac{N}{12}\right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^n \tau_i - \frac{N}{2}\right)\right] \dots\dots(18)$$

이 된다.

Naylor¹⁴⁾에 依하면 式(18)에서 N 의 값은 最少 10 以上이고 많으면 많을수록 좋으나 보통은 計算의 便利를 考慮하여 $N=12$ 를 取하는 것이 좋다고 한다.

따라서 式(18)은

$$x = \exp\left[\mu_y + \sigma_y \left(\sum_{i=1}^{12} \tau_i - 6\right)\right] \dots\dots\dots(19)$$

式(19)를 computer用 Fortran IV 用語로 쓰면

$$X = EXP(EY + STDY * (SUMR - 6.0)) \dots\dots(20)$$

가 되고 EY 및 $STDY$ 는 다음式에 依하여 求한다.

$$EY = \ln(EX) - \frac{1}{2} \ln\left[\frac{VX}{(EX)^2} + 1\right] \dots\dots\dots(21)$$

$$STDY = [(\sigma_y)^2]^{1/2} = \left[\ln\left(\frac{VX}{(EX)^2} + 1\right)\right]^{1/2} \dots\dots(22)$$

$$\text{但, } EX = \exp\left(\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}\right) \dots\dots\dots(23)$$

$$VX = (EX)^2 [\exp(\sigma_y^2) - 1] \dots\dots\dots(24)$$

여기서 $\ln x = y$ 이다.

SUMR은 均等分布亂數의 和이며 個個의 均等分布亂數는 大部分의 computer에 準備되어 있는 亂數發生機構(Random Number Generator)用 subroutine을 利用하면 된다. 本 研究의 境遇는 IBM-360 computer의 subroutine RND를 利用하였다.

以上の 節次에 依하여 對數正規分布를 하는 原資料(本 研究의 境遇 地點 月降雨量 觀測值)의 平均値(EY) 및 標準偏差($STDY$)만 알면 確率分布函數

가 原資料와 같고 統計學的 諸特性이 同一한 變量의 時系列을 模擬發生시킬 수 가 있다. (但 變數의 發生은 相互獨立의 이어야함).

Fig. 3.은 以上の 過程에 對한 computer programming用 flow chart이다.

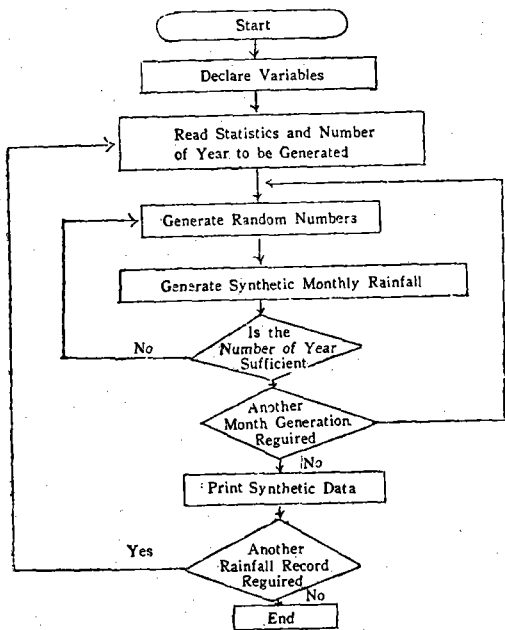


Fig. 3. Flow Chart of Model-A (Monte Carlo Model) for Monthly Rainfall Amounts Generation

2. 모델-B(1st Order Markov 모델)

모델-B는 月降雨量의 推計學的 過程이 1次 Markov過程에 따른다는 假定下에서 誘導한 모델이다. 따라서 原資料의 1次系列相關係數는 0이 아니어야 한다.

1次Markov過程의 基本型은 $x_t = \rho_1 x_{t-1} + G_t$ (25)

但, x_t, x_{t-1} : 各各 1次 Markov過程의 時系列에 있어서 時刻 $t, (t-1)$ 일때의 變數值.

ρ_1 : 1次自己相關係數
 G_t : 偶然變動成分

Kendall & Stuart는 1次 Markov 過程에 있어서 原資料의 偶然變動成分 G_t 는 0의 平均 및 單位分散 即 $N(0,1)$ 인 正規分布를 함이 要望된다고 하였다. 따라서 月降雨의 境遇는 對數正規分布를 하고 있음이 이미 밝혀졌으므로 模擬發生 모델에 1次 Markov過程을 利用하여도 支障이 없었다.

式 (25)의 G_t 의 分散은 x_t 의 分散과 다음의 關係가 成立된다고 한다.

$$\sigma_G^2 = \sigma_M^2(1 - \rho_1^2) \dots\dots\dots(26)$$

但, σ_G^2 : G_t 의 分散.

σ_M^2 : 標準化된 x_t 의 分散.

ρ_1 : 1次 自己相關係數,

지금 萬一 γ_t 가 $N(0,1)$ 인 random變量이라 한다면 G_t 는 $\gamma_t \cdot \sigma_G = \gamma_t \cdot \sigma_M(1 - \rho_1^2)^{1/2}$ 의 分散을 갖는 正規分布의 獨立 random變量이다. 따라서 (25)式을 다음과 같이 變形시킬 수 있다.

$$x_t = \rho_1 x_{t-1} + \gamma_t \sigma_M(1 - \rho_1^2)^{1/2} \dots\dots\dots(27)$$

여기서 $\sigma_M = 1$ 이다.

(27)式은 正常時系列에 對한 것이므로 Young Pisan의 變換法에 依하여 逆變換하면

$$\rho_1 \cdot x_{t-1} + \gamma_t(1 - \rho_1^2)^{1/2} = \frac{x_t - x_{t-1}}{\sigma_t} \dots\dots\dots(28)$$

(28) 式을 x_t 에 關하여 整理하면

$$x_t = \bar{x}_t + \sigma_t \rho_1 \left(\frac{x_{t-1} - \bar{x}_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) + \sigma_t \gamma_t (1 - \rho_1^2)^{1/2} \dots\dots(29)$$

式 (29)를 多季節 모델로 바꾸면

$$x_{i,j} = \bar{x}_{i,j} + \sigma_j \rho_{1(j)} \left(\frac{x_{i,j-1} - \bar{x}_{i,j-1}}{\sigma_{j-1}} \right) + \sigma_j \gamma_{i,j} [1 - (\rho_{1(j)})^2]^{1/2} \dots\dots\dots(30)$$

但, $x_{i,j}$: i 年, j 月의 模擬發生變數

\bar{x}_j : 原資料의 j 月의 平均值.

σ_j : " 標準偏差.

$\rho_{1(j)}$: " 1次 自己相關係數.

$\gamma_{i,j}$: $N(0,1)$ 의 random變量

$x_{i,j-1}, \bar{x}_{(j-1)}$: i 年 ($j-1$)月의 模擬發生變數 및 原資料의 ($j-1$)月의 平均值.

式(30)의 $\gamma_{i,j}$ 는 理論上 正規分布를 하여야 한다. 月降雨量의 境遇 對數正規分布를 하므로 γ_t 의 變換이 必要하다.

이를 爲해서 다음과 같은 變換式을 使用한다.

$$\left. \begin{aligned} g_j' &= \frac{g_j - \rho_1^j(j-1) \cdot g_{j-1}}{(1 - \rho_1^2(j))^{1/2}} \\ \gamma_{i,j}' &= \frac{2}{g_j'} \left[1 + \frac{g_j' \cdot \gamma_{i,j}}{6} - \frac{(g_j')^2}{36} \right] - \frac{2}{g_j'} \end{aligned} \right\} \dots\dots(31)$$

但, $\gamma_{i,j}$: $N(0,1)$ 의 正規分布의 亂數

g_j : $x_{i,j}$ 의 j 月에 對한 歪度係數.

$\rho_1(j)$: j 月의 ($j-1$)月에 對한 1次 自己相關係數.

g_j' : j 月에 對한 變換된 歪度係數.

$\gamma_{i,j}'$: 歪度된 資料에 對하여 變換된 亂數.

實際 計算에 있어서는 式(30)의 $\gamma_{i,j}$ 代身에 式 (31)에 依한 $\gamma_{i,j}'$ 를 使用하여야 한다. Fig. 4.는 以上の 結果를 綜合한 1次 Markov 모델의 模擬發生 順序에 關한 flow chart이다.

V. 모델의 檢定 및 結果

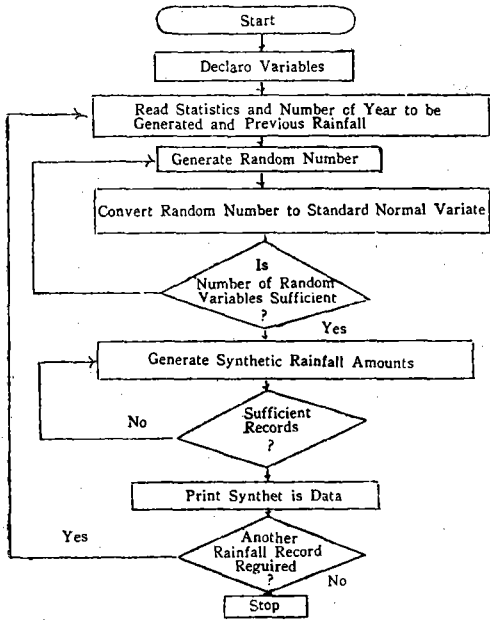


Fig. 4. Flow Chart of Model-B (1st order Markov Model) for Monthly Rainfall Amounts Generation

既 設定한 모델-A 및 모델-B를 利用, 서울大學校 電子計算所 IBM-360 computer에 依하여 月降雨量을 模擬發生시켰다. 各 모델別로 서울, 大邱, 晋州의 3個地點에 對하여 50年間씩 模擬發生시켰다.

模擬發生된 資料의 諸統計學의 特性과 correlogram의 特性을 觀測值와 比較하였으며 A, B 두 모델中 觀測值의 推計學의 特性에 더 가까운 變數를 模擬發生시키는 모델을 月降雨量의 模擬發生 모델로 選定키로 하였다.

Table-3에는 各 모델別로 模擬發生된 資料들의 統計學의 特性과 原資料의 統計學의 特性值들을 地點別, 月別로 求한 後 模擬發生值와 觀測值에 各已相應하는 統計值間의 差를 觀測值의 統計值에 對한 百分率로 計算하여 其中 月別 最大 및 最少值 그리고 平均值들만을 나타낸 結果가 실려 있다.

各統計值의 parameter別로 살펴보면 月別平均의 境遇 3個地點 共히 모델-A는 平均 -9.7%의 偏差를 보이고 있으며 모델-B는 4.7%의 偏差가 나고 있다. 이러한 結果는 平均值의 再現(reproducing)에 있어 1次 Markov 過程 모델이 Monte Carlo 모

Table-3 Percentiles of Difference of Statistical Parameters between Historical and Generated Monthly Rainfall Amounts.

Unit : %

Stations	Classifications	Mean		Standard Deviation		Coefficient of Variation		Coefficient of Skewness		Coefficient of Correlation	
		※ A	※※ B	A	B	A	B	A	B	A	B
Seoul	Max.	-2.8	-12.8	-23.4	29.7	-9.9	16.1	16.2	405	370.8	1,450.0
	Min.	-18.0	-16.0	-62.5	-32.5	-57.9	-22.8	-36.5	-27.4	-190.8	-900
	Average	-9.9	0.6	-47.3	-4.6	-41.6	-5.4	-8.6	4.2	60.8	66.4
Daegu	Max.	0.5	15.2	-7.1	31.6	-7.5	20.3	28.9	60.4	400.0	800.0
	Min.	-17.0	-15.3	-64.7	-34.6	-61.0	-22.6	-24.5	-21.6	-183.3	-576.2
	Average	-9.3	0.3	-47.2	-5.6	-42.0	-5.2	-5.4	9.6	82.1	120.7
Jinju	Max.	-1.2	12.9	-17.6	28.5	-15.0	14.6	48.6	66.4	3,433.3	2,013.3
	Min.	-17.3	-15.5	-61.9	-32.7	-57.1	-25.2	-43.4	-37.6	-233.3	-650.0
	Average	-10.0	0.5	-46.4	-5.5	-40.6	-6.2	3.1	7.4	348.2	246.1

Remarks; ※ "A" Stands for Model-A (Monte Carlo Model)

※※ "B" " Model-B (1st Order Markov Model)

델보다 優秀하고 Monte Carlo 모델은 underestimate를 하고있음을 알 수 있다. 標準偏差의 境遇는 모델-A가 平均 -47%의 偏差를 내는 反面 모델-B는 -5.2%의 작은 偏差를 보임으로써 2個의 모

델이 모두 標準偏差를 觀測值에 比하여 낮게 再現시키며 모델-B가 훨씬 더 優秀하게 標準偏差를 再現시키고 있다.

變動係數의 境遇에도 모델-A는 -41.4%의 큰

偏差로 再現시키나 모델-B는 -5.6%의 偏差만을 보일뿐이다. 歪度係數의 境遇는 2個의 모델 共히 10% 以下의 偏差만을 보이고 있고 相關係數는 兩모델이 共히 再現을 시키지 못하고 있다. 以上과 같은 結果를 綜合하여 보면 모델-B는 모델-A에 比하여 觀測值의 諸 統計學的 媒介變數中 平均值, 標準偏差, 變動係數를 充實하게 再現시키는 月降雨量의 時系列을 模擬發生시키고 있으며 兩모델 共히 歪度係數는 充實히 再現시키지만 相關係數는 再現치 못하고 있음을 알 수가 있다.

Fig. 5. 는 觀測值, 모델-A 및 B에 依하여 模擬發生된 月降雨量의 correlogram을 3個地點別로 作成, 比較한 것이다.

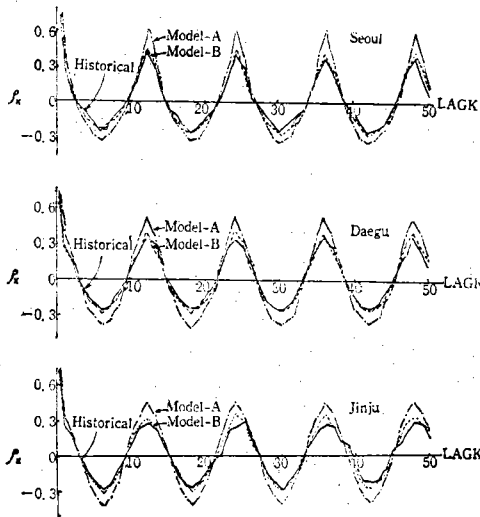


Fig. 5. Correlograms of Historical and Generated Unstandardized Monthly Rainfall Amounts

그림에서도 明確한 바와 같이 兩모델 共히 原資料의 時系列特性인 非正常系列性, 週期性等은 充實히 再現시키고 있다. 그러나 correlogram의 振幅에 있어 모델-B가 모델-A보다 觀測值에 아주 近

似的 再現을 하고 있다.

以上 모델의 檢定結果를 要約해보면 모델-B는 모델-A보다 더 充實하게 觀測值의 推計學的 特性들을 再現시킬 수 있는 模擬發生을 하고 있다고 볼 수 있겠다. 따라서 月降雨量의 模擬發生에는 1次 Markov 過程에 基礎를 둔 모델-B가 適合하다고 말할 수 있겠다.

VI. 結 論

月降雨量의 推計學的 特性과 模擬發生 모델의 選定을 爲하여 서울, 大邱, 晉州의 3個觀測地點의 月降雨量 觀測值를 對象으로 研究를 實施하였다.

基本統計量, 確率分布型, 時系列等의 分析을 通하여 月降雨量의 推計學的 特性을 究明하였다. 既存의 Monte Carlo 모델 및 1次 Markov 모델에 依하여 月降雨量을 模擬發生시킨 後 그 統計值들을 觀測值의 統計值와 比較하였다.

以上에 對한 結果들을 綜合하여 [다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 月降雨量의 分布型에 가장 適合한 理論的 確率分布函數는 對數正規分布函數이다.
2. 月降雨量의 時系列에서 季節變動成分, 그리고 偶然變動成分의 存在가 確認되고 非正常時系列임이 判明되었다.
3. Monte Carlo 모델(모델-A)은 觀測值의 平均 및 標準偏差를 너무 낮게 再現시키며 歪度係數는 充實하게 再現시키지만 相關係數는 再現시킬 수 없다.
4. 1次 Markov 過程모델(모델-B)은 觀測值의 平均, 標準偏差 및 歪度係數를 모두 $\pm 10\%$ 以內의 偏差로 再現시킨다.
5. 1次 Markov 過程모델(모델-B)에 依하여 模擬發生된 資料의 correlogram은 觀測值의 correlogram과 매우 잘 符合된다.
6. 月降雨量의 模擬發生에는 1次 Markov 過程에 基礎를 둔 모델-B가 Monte Carlo 모델(모델-A)보다 더 適合하다.

參 考 文 獻

1. Askew, A J., Yew, W. W-G., and W. A. Hall. 1971. "A Comparative Study of Critical Drought Simulation." Water Resour. Res., 7(1), 52~61.

2. Chi, M., Neal, E., and G.K. Young. 1973. "Practical Application of Fractional Brownian Motion and Noise to Synthetic Hydrology." Water Resour. Res., (9), 1523~1533.

3. Chow, V. T., 1964. "Statistical and Probability [Analysis of Hydrologic Data." Sec. 8 in Handbook of Applied Hydrology, edited by V.T. Chow. McGraw-Hill, New York.
4. Dixon, W.J. and F.J. Massey, Jr., 1969. "Introduction to Statistical Analysis." McGraw-Hill, New York.
5. Duckstein, L., Fogel, M.M., and C.C. Kisiel. 1972. "A Stochastic Model of Runoff Producing Rainfall for Summer Type Storms." Water Resour. Res., 8(2), 410~421.
6. Feller, W. 1970. "An Introduction to Probability Theory and Its Applications", Third Edition, Vol. I. John Wiley and Sons, New York.
7. Gordon, G. 1969. "System Simulation". Prentice Hall, Inc., Englewood, New Jersey.
8. 岸根卓郎, 1970. "統計學", 養賢堂, 東京.
9. 李舜鐸, 1974, "河川流量의 模擬發生에 關한 推計學的 研究." 博士學位論文, 高麗大學校 大學院 81~117.
10. Mandelbrot, B.B., 1971. "A Fast Fractional Gaussian Noise Generator," Water Resour. Res., 7(3), 543~553.
11. Matalas, N. C. and J. R. Wallis. 1971. "Statistical Properties of Multivariate Fractional Noise Processes." water Resour. Res., 7(6), 1460~1468.
12. McMichael, F.C. and J.S. Hunter. 1972. "Stochastic Modeling of Temperature and Flow in Rivers". Water Resour. Res., 8(1), 87~98.
13. Mejia, J.M., Rodriguez-Iturbe, I., and D.R. Dawdy. 1972. "Streamflow Simulation, 2. The Broken Line Process as a Potential Model for Hydrologic Simulation". Water Resour. Res., 8(4), 931~942.
14. Naylor, T.H., Balintfy, J.L, Burdick, D.S., and Kong Chu. 1966. "Computer Simulation Techniques." John Wiley and Sons, Inc., New York.
15. _____. 1971. "Computer Simulation Experiments with Model of Economic Systems." John Wiley and Sons, Inc., New York.
16. Nordin, C.F., and D.M. Rosbjerg. 1970. "Applications of Crossing Theory in Hydrology." Bull. Int. Ass. Sci. Hydrol., 15(1), 27~43.
17. _____, McQuivey, R.S., and J.M. Mejia. 1972. "Hurst Phenomenon in Turbulence" Water Resour. Res., 8(6), 1480~1489.
18. Raudkivi, A.J. and N. Lawgun. 1972. "Generation of Serially Correlated Nonnormally Distributed Rainfall Durations." Water Resour. Res., 8(2), 398~409.
19. Rodriguez-Iturbe, I., Dawdy, D.R., and L.E. Garcia. 1971. "Adequacy of Markovian Models with Cyclic Components for Stochastic Streamflow Simulation." Water Resour. Res., 7(5), 1127~1143.
20. _____, Mejia, J.M., and D.R. Dawdy. 1972. "Streamflow Simulation, I. A New Look at Markovian Models, Fractional Gaussian Noise, and Crossing Theory." Water Resour. Res., 8(4), 921~930.
21. Smith, R.E. and H.A. Schreiber. 1973. "Point Process of Seasonal Thunderstorm, I. Distribution of Rainfall Events." Water Resour. Res., 9(4), 871~884
22. Wallis, J.R. and N.C. Natales. 1971. "Correlogram Analysis Revisited", Water Resour. Res., 7(6), 1448~1459.
23. Yakowitz, S.J., 1973. "A Stochastic Model for Daily River Flows in an Arid Region." Water Resour. Res., 9(5), 1271~1285.
24. Yevjevich, V. 1970. "Probability and Statistics in Hydrology." Lecture Notes, Colorado State Univ., Ft. Collins, Colo.,
25. 尹起重 1965. "統計學", 法文社.