

# 콘크리트댐 底面 浸透에 關한 考察

## A Study on Seepage of the Concrete Dam base.

鄭 亨 植\* · 申 芳 雄\*\*  
Hyung Shik Chung · Bang Woong Shin

### Summary

The authors analyzed the seepage by means of the following mathematical solutions of the Laplace Equations on the given boundary conditions.

The boundaries of the flow region are of two types i) impervious boundaries ( $\phi = \text{constant}$ ), and ii) reservoir boundaries ( $\phi = \text{constant}$ ).

The corresponding w plane, bounding the flow region, is the rectangle in Fig. 8-a.

As the z plane and w plane are both polygons, by means of the Schwarz-Christoffel transformation the flow region in each of these planes can be mapped conformally onto the same half of an auxiliary t plane, thereby yielding, say, the functions  $z=f_1(t)$  and  $w=f_2(t)$ .

Then, either by eliminating the variable t or by using t as a parameter, the function  $w=f(z)$  can be established.

### I. 序 論

지표에 내린 降水의 일부는 증발하고, 일부는 지도를 훌려내려 河水가 되고 나머지는 땅속으로 浸透한다. 構造物의 基礎, 築堤, 터파기 등은 일정한 含水量 이하의 상태에서 設計되어있기 때문에 이러한 물수상태를 유지하지 않으면 안될 경우가 많다. 따라서 浸透문제가 여기에 수반되는 것이다. 흙 中의 浸透水의 흐름에는 정상적인 것과 비정상적인 것 이 있는데 댐과 河川의 堤防의 浸透流는 内水面의 변동이 거의 없는것으로 보아 正常流로 생각하고 문

제를 해결하고 있음이 일반적이다.

地下水浸透의 基本方程式은 간단한 Laplace 方程式이지만 土木構造物에 적용하여 문제를 해결하려면 境界條件이 복잡하여 쉽게 풀리지 않는다.

그러므로 圖解法을 사용하고 있으며, 이러한 圖解法도 몇가지 提示되어 있으나 이 方法들은 비교적 쉬운 반면에 時間이 많이 걸리고 사용자에 따라多少相異한 해답을 얻게되는 것을 막을 길이 없다.

그러므로 本文에서는 止水壁을 가진 콘크리트 댐의 地下水 浸透의 解析的 解法 단을 다룬다.

\* 塗軍士官學校

\*\* 忠北大學

## II. 基本式

여기서 浸透流에 관한 Laplace 方程式을 소개하면 流水는 連續의이며 質量保存의 法則으로 부터

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

여기서  $V_x, V_y, V_z$  는 각각  $x, y, z$  方向의 流速이다.

(1)式은 質量保存의 法則에서 얻는다.

Potential Function  $\phi(x, y, z)$  를

$$\phi(x, y, z) = -k\left(\frac{p}{rw} + z\right) + c = -kh + c \quad \dots \dots \dots (2)$$

여기서 :  $k$  : 透水係數,  $h$  : 水頭,  $c$  : 常數로 정의하고

式을 간단히 하기 위하여 Isotropic 한 煤質을 가정하면 Darcy 의 法則으로 부터

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad V_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \dots \dots \dots (3)$$

(3)→(1)

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots \dots \dots (4)$$

(4)式은 地下水의 浸透가 立體的으로 일어나지만 우리가 주로 하는 대부분의 경우는 平面上의 문제로 看做할 것이다. 그러므로 (4)式은

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

여기서 流線이라고 할 수 있는 새로운 函數  $\phi(x, y)$  를

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad V_y = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (6)$$

로 정의하면 (3)式과 (6)式에서

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (7)$$

이 成立하여  $\phi$ 와  $\psi$ 는 Cauchy-Riemann의 式을 만족시킨다. 따라서

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots \dots \dots (8)$$

$\phi, \psi$ 는 다음과 Laplace 方程式의 解이며, 다른 합성함수  $w = \phi + i\psi$ 로 역시  $\nabla^2 w = 0$ 로 Laplace 方程式을 만족시킨다.

이  $w(x, y)$ 函數는 後에 이용된다.

$\psi(x, y)$ 函數를 잠깐 고찰해 볼까. 流線上의 한 점

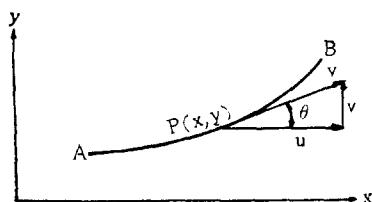


그림-1

$P$ 에 서의  $x$ -方向의 速度를  $u$ ,  $y$ -方向의 速度를  $v$ 라고 하면, 그림-1에서

$$\tan \theta = \frac{v}{u} = \frac{dy}{dx} \quad u dy - v dx = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot dy - \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) dx = 0$$

$\therefore \psi = c$  是 流線의 方程式이 된다.

그림-2에서 1~2사이를 흐르는 流水의 量은 다음과 같이 표시한다.

$$q = \int_{\psi_2}^{\psi_1} V x dy = \int_{\psi_2}^{\psi_1} \frac{\partial \psi}{\partial x} dx = \psi_1 - \psi_2 \quad \dots \dots \dots (9)$$

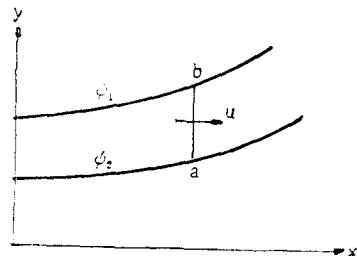


그림-2

이 (9)式은 두개의 流線사이에 흐르는 流水의 量은一定하다는 것을 나타낸다. 따라서  $\psi(x, y)$ 函數가 定해지면 流水의 量과 方向 및 相對的인 速度를 알 수 있다. 물론 構造物에 미치는 水壓은  $\phi(x, y)$ 가 定해지면 (2)式의 定義에 의하여 곧 알지된다.

## III. 境界條件

### 1. 止水壁이 있는 경우

基本式인 Laplace 方程式의一般的한 경우는 그림-3에서 땅의 밑면 B~C 선은  $\psi = q$ , 이고 不透水性的의 암반  $A_\infty \sim D_\infty$ 는  $\psi = 0$ 가 되고 上流와 下流의  $A_\infty \sim B$  와  $C \sim D_\infty$ 는 각각  $\psi = -kh$  와  $\psi = 0$ 가 된다.

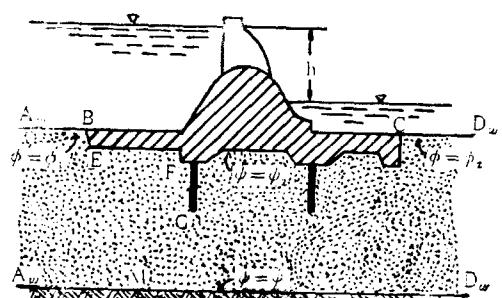


그림-3

### 2. 止水壁이 없는 경우

그림-4에서 땅의 밑면 B~C 선은  $\psi = 0$ 이며, 不

透水性인  $A_w \sim D_w$  는  $\phi = -q$  가 되고,  $C_w \sim D_w$  는  $\phi = 0$  이며,  $A_w \sim B$  는  $\phi = -kh$  가 된다.

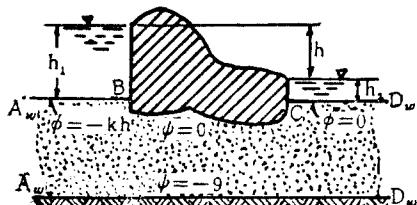


그림-4

#### IV. 댐 底面에 止水壁을 가진 경우

그림-3, 4와 같이 한정된 깊이의 透水性 土質의 止水壁을 가진 콘크리트 댐에 대한 漫透문제를 解析的인 方法으로 解决하려고 하면  $z(x, y)$  와  $w(\phi, \psi)$

를 각각의 平面에서  $z = x + iy$ ,  $w = \phi + i\psi$ 로 定義하고 그림-5, 6과 같이 軸을 잡는다.

만일  $z$ 平面과  $w$ 平面을 對應시킬 수 있으면 문제는 解決되는 것이다. 그러나 두 平面을 직접 對應시킬 수가 없으므로 새로운  $t$ 平面을 導入하여  $z$ 平面을 平面을  $t$ 平面에,  $w$ 平面  $t$ 平面에 각各 對應시키면  $z$ 平面과  $w$ 平面은 대개 변수  $t$ 를 通하여 對應되어 같은 결과를 얻는다.

$z$ 平面이나  $w$ 平面上에서 우리가 생각하는 領域을 보면 둘이 다같이 多角形임을 알 수 있고, 이것들은  $t$ 平面上의 한個의 線上에 對應시킬 수 있다면 요구되는 관계식을 얻을 수 있으며, 이러한 경우에 Schwartz-Christoffel 변환을 쓰면 편리하다.

#### 1. 無限한 깊이의 透水層上의 댐

가장 일반적인 경우로 그림-5와 같은 構造를 가진 댐을 解析的으로 解를 求하여 보자.

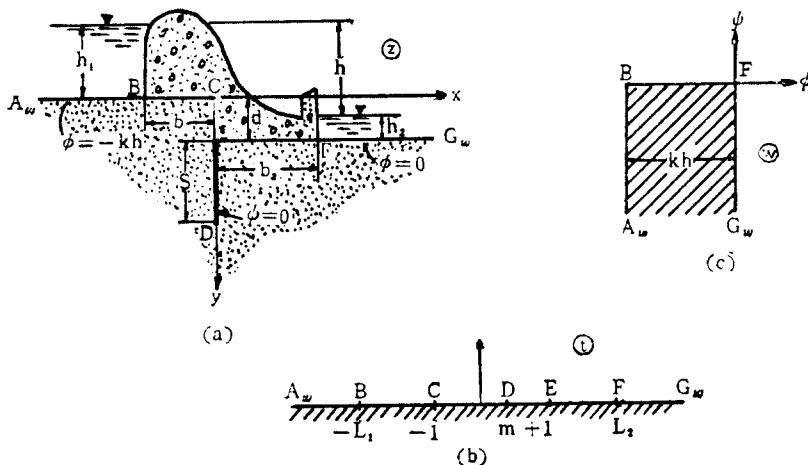


그림-5

##### 가. $z$ 平面을 $t$ 平面에 對應

우선  $z$ 平面과  $t$ 平面을 對應시키기 위하여  $z$ 平面上의 각點들을 그림-5(b)와 같이  $t$ 平面上에 位置시키면  $-L_1, L_1, m$ 는 앞으로 결정해야 할 常數들이 다. 그러면 Schwartz-Christoffel 변환으로부터

$$= M \int \frac{(t-m)dt}{\sqrt{t^2-1}} + N = M \sqrt{t^2-1} - Mm \cosh^{-1} t + N \dots \quad (10)$$

여기서  $M, N, m$ 는 결정되어야 할 常數들이다.  $E$ 점에서,  $z=id$ ,  $t=+1$  이므로,  $N=id$ 이다.

$c$ 點에서,  $z=0$ ,  $t=-1$  이므로

$$0 = -Mm(i\pi) + id \quad \therefore M = \frac{id}{m i \pi} = \frac{d}{m \pi}$$

혹은  $Mm = \frac{d}{\pi}$ 이다.

$D$ 點에서,  $z=i(d+s)$ ,  $t=m$  이므로,

$$i(d+s) = \frac{d}{m \pi} \sqrt{m^2-1} - \frac{d}{\pi} \cosh^{-1}(m) + id$$

$$is = \frac{d}{m \pi} \cdot i \cdot \sqrt{1-m^2} - \frac{d}{\pi} \cdot i \cdot \cos^{-1} m$$



## 콘크리트 벽 底面 浸透에 관한 考察

설 底面이 水平이며 止水壁을 가진 경우를 생각  
하여 보자.

### 가. z平面을 t平面에 對應

우선 앞에서 한 방법으로서 z平面上의 각 점들을 그림-6(b)와 같이 t平面上에 위치시키면  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\delta$ 는 앞으로决定해야 할 常數들이다. 여기서도 Schwartz-Christoffel 변환으로 부터

$$z = M \int_0^t \frac{dt}{(1-t^2)\sqrt{\delta^2-t^2}} + N \quad \dots \dots \dots (20)$$

여기서 M과 N은 결정되어야 할 複素數常數들이다. (20)式에서  $\delta^2-t^2=\tau^2$ 으로 놓으면

$$tdt = -\tau d\tau, \quad 1-t^2 = \tau^2 - \delta^2$$

여기서  $\delta^{12} = 1 - \delta^2$ 이다.

(20)式은

$$\begin{aligned} z &= -M \int_0^{\sqrt{\delta^2-\tau^2}} \frac{dz}{\tau^2 + \delta^2} + N \\ &= -\frac{M}{\delta'} \left( \tan^{-1} \frac{\sqrt{\delta^2-\tau^2}}{\delta'} - \tan^{-1} \frac{\delta}{\delta'} \right) + N \quad \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

點 2에서 z,  $t=0$ 으로 (20)式에 代入하면,  $N=is$

點 3에서 z,  $t=\delta$ 으로 (21)式에 代入하면

$$\frac{M}{\delta'} \tan^{-1} \frac{\delta}{\delta'} + is = 0 \quad \dots \dots \dots (22)$$

(21)式을 아래와 같이 고쳐쓸수 있다.

$$z = -\frac{M}{\delta'} \tan^{-1} \frac{\sqrt{\delta^2-t^2}}{\delta'} \quad \dots \dots \dots (23)$$

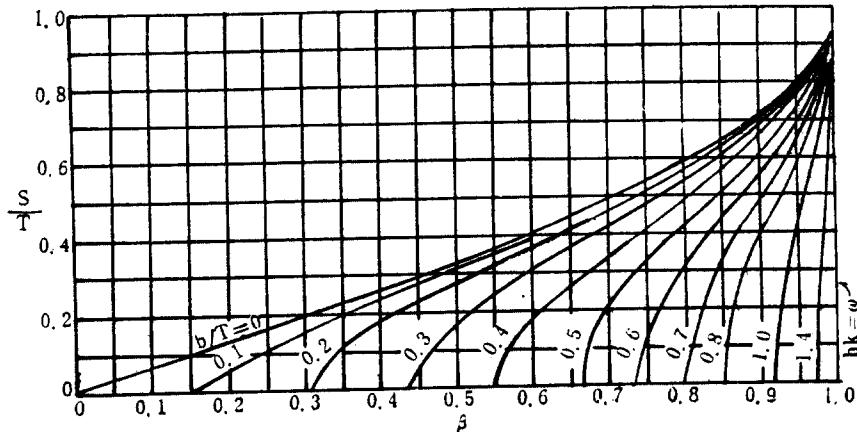


그림-7

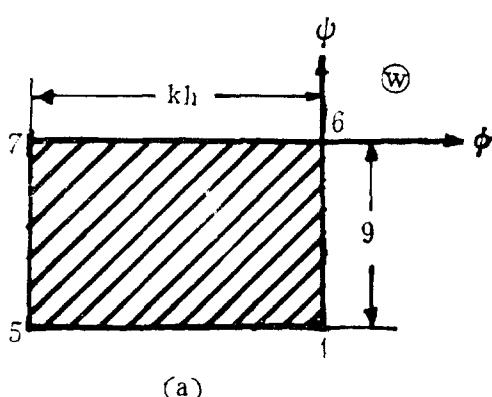
### 나. w平面을 t平面에 對應

여기서도 마찬가지로 Schwartz-Christoffel 변환을 사용하면

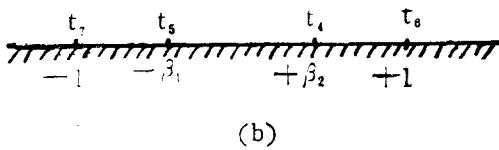
$$w = M \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(t+\beta_1)(t-\beta_2)}} + N_1 \quad \dots \dots \dots (28)$$

(28)式을 다시쓰면

$$\begin{aligned} w &= M \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(t+\beta_1)(t-\beta_2)}} \\ &\quad + M \int_1^t \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(t+\beta_1)(t-\beta_2)}} + N_1 \quad \dots \dots \dots (29) \end{aligned}$$



(a)



(b)

그림-8

그런데 점 6에서  $w=0$ ,  $t=1^\circ$ 으로

$$0 = M_1 \int_{t_0}^1 \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(t+\beta_1)(t-\beta_2)}} + N_1 \quad (29)$$

(29)式은

$$w = M_1 \int_1^t \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(t+\beta_1)(t-\beta_2)}} \quad (30)$$

(30)式을 적분하면

$$w = M_1 \frac{2}{\sqrt{(1+\beta_1)(1+\beta_2)}} \left( \sqrt{\frac{(t-1)(1+\beta_2)}{2(t-\beta_2)}} - \sqrt{\frac{2(\beta_1+\beta_2)}{(1+\beta_1)(1+\beta_2)}} \right) \quad (31)$$

윗式에서 Jacobian係數는

$$m = \sqrt{\frac{2(\beta_1+\beta_2)}{(1+\beta_1)(1+\beta_2)}} \quad (32)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{(1+\beta_1)(1+\beta_2)}{2}} \text{로 놓으면 } (31) \text{式은 다음}$$

과 같기 고쳐 쓸 수 있다.

$$sn\left(\frac{\mu w}{M_1}\right) = \sqrt{\frac{(t-1)(1+\beta_2)}{2(t-\beta_2)}} \quad (33. a)$$

$$\text{혹은 } t = \frac{2\beta_1 sn^2\left(\frac{\mu w}{M_1}\right) - (1+\beta_2)}{2sn^2\left(\frac{\mu w}{M_1}\right) - (1+\beta_2)} \quad (33. b)$$

점 5에서,  $w = -iq - kh$ ,  $t = -\beta^\circ$ 다. 이것을

(33. a)式에 대입

$$sn\left(\frac{\mu w}{M_1}\right) = \sqrt{\frac{(1+\beta_1)(1+\beta_2)}{2(\beta_1+\beta_2)}} = \frac{1}{m}$$

$$\text{또는 } w = -iq - kh = \frac{M_1}{\mu} (k + ik')$$

$$\text{고로 } M_1 = -\frac{\mu kh}{K}, q = \frac{khK'}{K} \quad (34)$$

여기서,  $K$ : 第1次 完全積分積分

$K'$ :  $m' (= \sqrt{1-m^2})$ 를 係數로 갖는

第1次 完全積分積分

$K$ 와  $K'$ 의 係數는 물론 (32)式으로 주어진 것이다.  $M_1$ 의 값을 (33. b)式에 대입하여 요구되는 관계식을 얻는다.

$$t = \frac{1 + \beta_2 - 2\beta_1 sn^2\left(\frac{Kw}{kh}\right)}{1 + \beta_2 - 2sn^2\left(\frac{Kw}{kh}\right)} \quad (35)$$

(26)式과 (35)式으로 우리는  $z$ 平面의 어떤 점도  $w$ 平面에 對應시킬 수 있다. 즉  $z$ 平面上의 어떤 점에서도  $\phi$ 와  $\psi$ 를 알 수 있으므로 그 점에서의 流量, 流速, 水壓을 알 수 있다. 그림-9에는 止水壁의 位置와 깊이가 流水의 量에 미치는 영향이 나타나 있고 그림-10에는 止水壁이 中央에 있는 경우의 流水의 量 ( $\frac{q}{kh}$ )가 ( $\frac{S}{T}$ )와 ( $\frac{b}{T}$ )의 관계로 표시되어 있다.

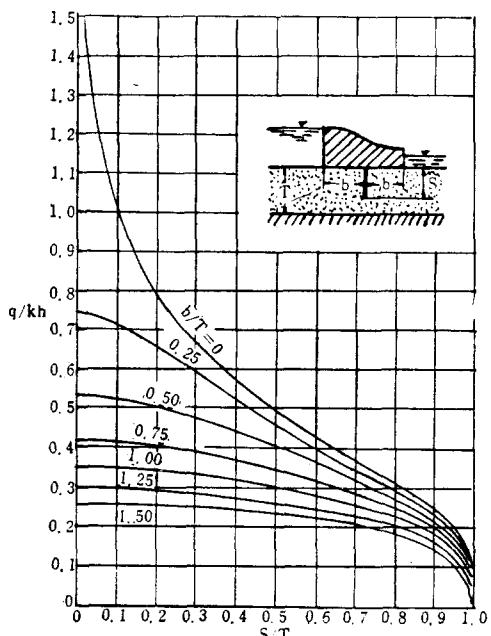


그림-9

#### 다. 植出動水傾斜

浸透문제에 있어서 중요한 것의 하나가 Piping을 방지하기 위하여 流出動水傾斜를 결정하는 일이다.

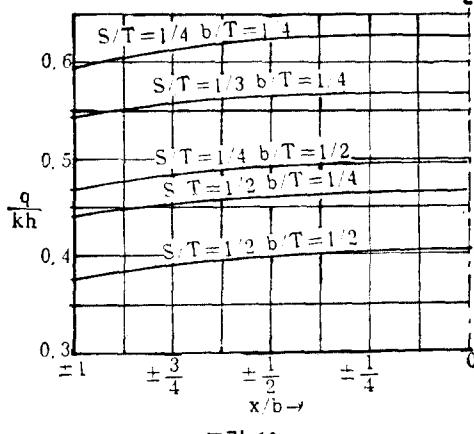
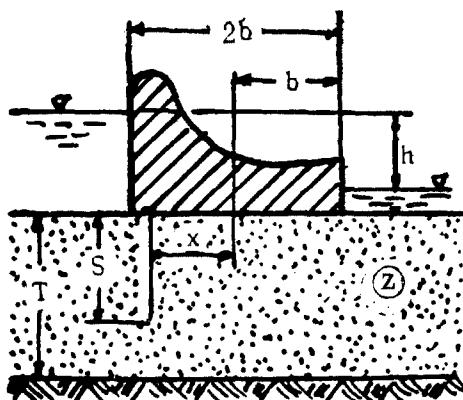


그림-10

透水媒質의 임의의 점에서 动水傾斜는 다음과 같아 표시된다.

$$I = -\frac{dh}{ds} = \frac{1}{k} \frac{d\phi}{ds} = \frac{1}{k} \frac{d\phi}{dt} \frac{dt}{dz} \frac{dz}{ds} \quad (36)$$

여기서  $S$ 는 물 粉子가 진행한 거리이다. 그런데  $\theta$ 를 流線이  $z$ 軸과 이루는 角이라면

$$\frac{dz}{ds} = \cos\theta + i\sin\theta$$

또한 流出點에서 流線은  $\psi=c$ 로 표시되므로  $\frac{d\phi}{dt}$

$$= \frac{dw}{dt} \text{이고 } \theta=90^\circ \text{ 이므로 } \frac{dz}{ds}=i \text{가 되어 (36)式}$$

에서 流出動水傾斜는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$I_E = \frac{i}{k} \left( \frac{dw}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} \right) \quad (37)$$

그림-6의 댐에서 널밀뚝이 下流趾에 있을 경우 流出動水傾斜를 求하려면 (28)式으로 부터

$$\frac{dw}{K} = -\frac{\mu kh}{\sqrt{(t^2-1)(t+\beta_1)(t-\beta_1)}} \quad (38)$$

또한 (20)式으로 부터

$$\frac{dt}{dz} = -\frac{\pi}{2iT\delta'} \frac{(1-t^2)}{t} \sqrt{\delta^2 - t^2} \quad (39)$$

를 각각 엘는다. (38)式과 (39)式을 (37)式에 代入하고, 그림-6에서 點3과 點4가 일치하므로,  $t=\delta=\beta_1$ 를 참작하여 정리하면

$$I_E = \frac{\pi' h}{4KT\delta} \sqrt{\frac{2\delta(1+\beta_1)(1+\delta)}{\delta+\beta_1}} \quad (40)$$

여기서  $K$ 의 係數는  $m = \sqrt{\frac{2(\beta_1+\delta)}{(1+\beta_1)(1+\delta)}}$  이다.

(39)式으로 부터 流出動水傾斜를 計算하여 Piping의 위험도를 결정할 수 있다.

단순 널밀뚝을 사용한 構造物에 대해서는 지금 고찰해본 데에서 또 다시 點5를 黯1에 일치시키면 같은 방법으로 解答을 求할 수 있다. 참고로 이 경우의  $z$ 平面과  $t$ 平面의 관계식을 적어보면

$$t = \pm \cos \frac{\pi s}{2T} \sqrt{\tan^2\left(\frac{\pi s}{2T}\right) + \tanh^2\left(\frac{\pi z}{2T}\right)} \quad (41.a)$$

$$t = \frac{1+\delta-2\delta sn^2\left(\frac{Kw}{kh}\right)}{1+\delta-2sn^2\left(\frac{Kw}{kh}\right)} \quad (41.b)$$

여기서  $K$ 의 係數는  $m = \frac{2\sqrt{\delta}}{1+\delta}$  이고

$\delta = \sin \frac{\pi s}{2T}$  이다. 또한 流出動水傾斜는

$$I_E = \frac{h\pi}{4KTm} \quad (42)$$

가 된다.

## V. 結論

1. 댐의 止水壁이 댐의 中央에 있는 경우 浸透水量은 止水壁의 깊이에 큰 영향을 받으나 댐의 폭이 透水層의 두께와 비슷하거나 큰 경우에는 止水壁의 길이가 浸透水量에 미치는 영향이 크게 감소된다. 즉 만일에 댐 상류에 점토로 止水막을 약간만이라도 설치한다면 구태여 止水壁을 깊게 할 필요가 없게 된다.

2. 止水壁의 位置가 浸透水量에 미치는 영향은 그림-10에서 볼 수 있는 것과 같이 크지 않으나, 댐의 중앙에 있을 때에 최대 水量를 나타낸다.

3. 그림-10으로부터는 댐의 폭과 土層의 깊이의 比가  $\frac{b}{T} \geq 1$ 이면 止水壁이 암반까지 내려가지 않는 以上 止水壁의 깊이의 증가가 流出量의 감소에는 별로 도움이 안된다.

4. Flow Net는 대경우마다 그림을 그려야 하는 불편이 있으나, 解析的인 方法은 일반적인 경우에

解를 求하면 차수가 달리지 더 타도 즉시 문제를 해결할 수 있다.

5. 壁의 構造, 止水壁의 위치, 길이 등을 設計할 때 이들이 浸透水量及 流出動水傾斜에 미치는 영향

을 알려면 圖解法으로는 힘들다. 그러나 解析的解法를 求하면, 構造의 차수가 이들에 미치는 영향을 쉽게 알 수 있어 設計에 큰 도움이 된다.

## 參 考

1. A. Verruijt "Theory of Groundwater Flow" Macmillan, 1969, 5, p. 6~24, p. 58~142.
2. D.W. Taylor "Soil Mechanics" John Wiley & Sons, Inc, 1967, p. 156~207.
3. George B. Sowers, "Soil Mechanics and Foundation" Collier-Macmillan International Editions, 1970, p. 161~200.
4. I.S. Sokolnikoff, R.M. Redheffer "Mathematics of Physics and Modern Engineering" McGraw-Hill, 1966, p. 323~337, p. 528~589.
5. J.V. Parcher and R.E. Means "Soil Mechanics and Foundations" prentice Hall of India, 1974, p. 101~178
6. Karl Terzaghi and Ralph B. Peck "Soil Mechanics" John Wiley & Sons, Inc, 1965, p. 218~254.
7. M.E. Harr "Groundwater and seepage" McGraw-Hill, 1962, p. 1~38, p. 81~140.
8. R. Sakthivadivel and S. Thiruvengadachari "Seepage Characteristics of Foundations with a Downstream Crack" Journal of hydraulic Research, 1975, 8, p. 57~77

## 文 獻



金 永 琪

(祝)

理 學 博 士

當學會 正會員인 金永琪會員은 오랜 研究生活 끝에 博士學位를 받은데 對하여 全會員과 더부러 祝賀 드리는 바입니다.

勤務處: 慶北大學校 文理科大學 地質學科

生年月日: 1930年 11月 15日 生

最終學校: 서울大學校 文理大

學位授與: 慶北大學校

學位論文: 半夜月層의 지하수위 운동에 관한 연구