

美國과 ㅅㄹ의 數學 올림피아드

서울대학교 師範大學 李康燮 譯編

다음 글中 ㅅㄹ의 數學 올림피아드에 관한 것은 1974年 11月 5日~9日 사이에 東京 National Institute for Educational Research에서 개최된 ICMI-日數教 數學教育國際會議에 參加한 S.L.Sobolev의 강연을 要約, 翻譯한 것이다. (原文은 日本數學教育學會誌, 1975年, 第57卷, 臨時增刊號에 있다.) 또, 美國에 관한 것은 Amer. Math. Monthly Vol. 82, No. 3, 1975에 실린 S.L. Greitzer의 「The third U.S.A. Mathematical Olympiad」를 번역한 것이다.

ㅅㄹ에서의 第1回 數學 올림피아드는 1934年 레닌 그라드 大學의 몇몇 教授(Delonay, Tartakovsky)에 의하여 주창되었다. 다음해에 이러한 試圖은 모스크바에 옮겨졌고, 그후 ㅅㄹ의 여러 都市에서 行해졌다. 初期에는 小都市나 村에 사는 學生들은 이 올림피아드에 參加하지 못하였다. 그러나 이것은 곧 ㅅㄹ 全域에 퍼지게 되었다. 1960년에 蘇聯에서 數學 올림피아드가 組織되었다. 이것은 러시아 共和國(自治領을 포함하는, 連邦共和國中에서 가장 큰 것이다.) 全域에 올림피아드가 퍼진 이후의 일이다. 다른 連邦의 學生들도 이 올림피아드에 參加가 인정되었다. 다음 단계는 1967년 경부터 시작하여 매년 실시되는 全數學 올림피아드이다. 처음에는 大都市에 있는 소수의 學生만이 올림피아드에 참석하였지만, 현재는 모든 學校, 모든 學生들이 이 경시대會에 參加하고 있다. 數學 올림피아드의 영향력은 대단했다. 곧 物理과 化學의 올림피아드가 나타났다. 最近에는 生物과 다른 몇가지 學科에 대한 경시대會도 行해지고 있다. 이 시스템의 처음 세라운드——學校單位 올림피아드, 地區 올림피아드, 地方 올림피아드——에서는 3개의 科目에 대한 경시대會를 참가자를 달리하여 같은 時間에 行하고 있다. 最終 올림피아드는, 어느 都市에서 數學의, 다른 都市에서 物理의 또 다른 都市에서는 化學의 응시자가 모여 ㅅㄹ의 3개 都市에서 同時에 行해진다. 數學 올림피아드가 行해지는 都市는 Tbilisi, Leningrad, Kiev, Simpheropol, Riga, Chelyabinsk, Kishinev, Erevan 이다. 올림피아드의 규모에 대해서, 理解를 돕기 위하여 숫자를 들어가면서 얘기하겠다. 제1라운드는 원칙적으로 國內의 모든 學校의 學生 數百萬이 참가한다. 地區別(제2라운드) 올림피아드의 參加者は 줄어든다. 全연방 올림피아드를 하기 直前の 地方 올림피아드(제3라운드)는 各地方에 數百人的 參加者가 있어서, 全體로는 약 六萬名 가량 參加한다. 全연방 올림피아드는 通常 약 600명 정도의 學生이 參加한다. 다음 表는 全연방 올림피아드에서 1等賞, 2等賞, 3等賞을 받은 人員數를 나타낸 것이다.

다음 표에서 알 수 있듯이 ㅅㄹ에서의 올림피아드활

學年 學生 年 度	1等			2等			3等		
	VIII	K	X	VIII	K	X	VIII	K	X
	14~15	15~16	16~17						
1967	2	—	1	1	2	—	3	2	12
1968	1	1	—	3	3	7	10	8	10
1969	2	3	3	8	5	8	7	15	23
1970	3	2	2	15	6	7	14	11	11
1971	3	—	5	4	7	8	8	9	11
1972	7	2	4	11	6	10	9	18	12
1973	6	2	3	9	6	14	9	13	33
1974	2	3	3	—	5	8	15	14	19

동은 발전하고 확대되고 있다. 모든 올림피아드(學校單位, 地區單位, 地方單位, 全國)는 特別히 作成된 問題를 四時間에 풀도록 되어있다. 모든 문제를 다 풀었거나, 대부분 풀 사람에게는 施賞을 한다. 올림피아드의 第1라운드부터 最終의 全연방 올림피아드까지는 1년이 걸린다. 제1라운드는 11~12月경에, 제2의 地區라운드는 1~2월에(地區의 教育局이 운영한다.) 제3라운드는 地方의 中心地에서 3月末頃에 실시된다. 마지막으로, 최종 4라운드——全연방 數學 올림피아드——는 4月 중순경에 ㅅㄹ의 과학연구의 中心地에서 順番대로 行해진다. 앞라운드의 入賞者가 다음라운드의 參加者로 된다.

그외에 그들 學校에서 선발된 物理과 數學의 特別學級 學生들이 최종 올림피아드에 參加하게 된다. 全연방 수학 올림피아드는 국제 경시대會에 참가할 사람을 뽑는다. 各共和國에서는 共和國 올림피아드가 行해진다. 그외에 地域 教育 行政 기관의 지도 아래 몇 개의 도시에서 올림피아드들이 조직되었다. 모스크바 大學, 레닌그라드 大學, Moscow Power 單科 大學, Moscow 鐵道 運輸 單科 大學 같은 몇몇 ㅅㄹ의 高等教育 기관은 入學者의 선발을 目的으로 數學 올림피아드가 個別的으로 行해진다. 하지만 이러한 部分的인 올림피아드는 ㅅㄹ의 올림피아드 體制에 포함되어 있지 않으며 全연방 올림피아드와는 別관계가 없다. 이외에 ㅅㄹ의 아시아 地方 올림피아드에 관하여 얘기하겠다.

이 올림피아드는 1961년 '쏘련과학아카데미의 시베리아支部와 Novosibirsk 大學에 의하여 조직되었고 이두 기관이 운영에 필요한 경비를 부담하고 있다.

쏘련의 아시아地方 올림피아드는 시베리아와 극동, 즉 쏘련의 아시아지역을 대상으로 하고 있다. 그 후, 中央아시아의 諸共和國—Uzbekistan, Tadzhikistan, Kazakhstan과 Kirgizia가 여기에 포함되었다. 그러나 Caucasian 諸共和國의 경우는 사정이 좀 다르다. Georgia, Armenia, Azerbaïdzhân는 文化的인 결연이 쏘련의 유럽地方보다 아시아地方에 더 밀접하지만 아시아 올림피아드에 참가하지 않는다. 아시아지방의 올림피아드는 11월에 시작하여 8月末에 끝난다. 이 올림피아드는 전체가 3라운드이다. 제1라운드는 通信制로서, 數學, 物理, 化學에 관한 일련의 문제가 “Quantum”이라는 잡지에 발표되면서부터 始作된다. 7~10學年の 學生들이 문제를 各者가 풀어서 해답을 1月末까지 과학 아카데미 시베리아 支部 올림피아드위원회로 송부한다. 11월부터 1月末까지 위원회는 8천내지 만통의 편지를 學生들로부터 받는다. 위원회에서는 해답을 검토하여, 教育기관을 통하여 아시아지방 올림피아드의 제2라운드의 참가자에 대하여 초청장을 송부한다.

쏘련의 아시아지방 올림피아드 제2라운드는 전연방 올림피아드의 제3라운드와 同時에 行해져서 3월말경에 끝난다. 제2라운드는 2개의 目的을 갖고 있다. 하나는 전연방 올림피아드에 참석할 學生을 선발하는 것이고, 또 다른 하나는 Novosibirsk 大學에서 조직한 物理—數學夏季學校에 참가할 學生을 선발하는 것이다. 學生들은 이 夏季學校에서 1개월 지난 후에 아시아지방 올림피아드 제3라운드의 참가자가 된다. 제3라운드는 8月末에 끝난다. 여기에서의 入賞者는 상을 받고, Novosibirsk 大學 부속 物理—數學의 特別學校에 들어갈 權利가 있다. 여기에서의 教育은 쏘련의 다른 모든 學校와 마찬가지로 무료이다. 쏘련방 올림피아드와 아시아지방 올림피아드의 차이점은, 후자의 참가자는 단순히 올림피아드의 문제만을 푸는 것이 아니라 제2라운드와 제3라운드 사이에, 또 제3라운드 후에 특별한 教育을 받는다는 것이다.

그들은 단순히 상을 받는다는 것 뿐만 아니라 보다 진보된 훈련을 받는 것이다. 이 점에 대하여 설명하겠다. 오랜기간동안 쏘련에서 아시아지방은 變경지역이었다. 여기에 사는 대다수의 소수민족은 간단한 독서 능력도 없다. Uzber이나 Tadzhik 같은 中世시대에 위대한 文化를 과시한 민족도 그 후 오랜기간동안 停滯에 빠졌었다. 쏘련의 共産化를 시점으로하여 그들의 文化는 現代와 맞지 않게 되었고 그들은 中世의 성격 을 갖게 되었다. 또한 이 遠隔地의 러시아 地域에 있는 시골 주민들은 대다수가 독서 능력에 눈이 뜨이지 않았다. 帝政러시아의 지방주민 대부분은 과학에 대한 약간의 思考도 갖지 못했다. 數學이라는 학문과 수학의 연구를 직업으로하는 수학자의 존재를 도시의 몇몇

사람을 제외하고는 革命以前의 시베리아지방의 사람들은 전혀 몰랐다. 미래의 시민을 교육하는 대부분의 가정은 이러한 數學에 대해서 얘기하는 데 전혀 이해가 없었다. 이러한 상황은 겨우 50년 전 부터 바뀌기 시작했다. 쏘련이 수립된 이래 많은 것이 變化되었다.

첫째로, 中等普通教育이 制度化되었다. 중앙연방국가와 自治共和國의 各地에 敎員養成大學이 設立되었다. 하지만, 농업에 기후상으로 거의 적합하지 않고 오랜 기간동안 정체되어 있는 世界文化의 옛 중심지에서와같이 인구가 희박한 농토에서 最近까지도 科學者와 敎員의 數가 감소되어왔다. 一般적으로, 이러한 文化의 후진성을 극복한다는 것은 한 世代에 국한되는 문제가 아니다. 科學이 社會의 重要한 生産力의 하나인 現在, 數學者를 찾는 사람, 實際적인 技術者와 數學敎員의 必要性이 도처에서 增加하고, 모든 나라에서, 科學, 특히 數學에 천재적인 젊은 사람을 키워내는 것은 國家의 課題의 하나이다.

物理—數學의 通信學級 및 敎員의 自覺 向上의 功 勞뿐만 아니라 유럽지방의 쏘련에서의 올림피아드의 조직은 이러한 목적에 보다 効果的이다. 그러나, 쏘련의 아시아 지방은 몇개의 目的이 부가된다. 왜냐하면 입상자를 선발하고, 그들을 시상하는 보통의 경시大會와는 별도로 쏘련의 아시아地方의 올림피아드는 제3라운드의 참가자에 특별한 관심을 갖고, 이 제3라운드가 끝나고나서부터는 大學의 進學이라고 하는 것이 고려 된다. 쏘련의 올림피아드는 14~17살 사이의 상급학생을 의도하고 있다.

제2라운드가 시행되는 동안 各地區 中心地의 2,3인의 전문가가 특별한 組에 파견되어 제2라운드 참가자와 對談을 갖는다. 매년 30組가 Novosibirsk에서 출발한다. 同時에 이것은 이 地區中心地에 그들의 學生과 함께 오는 敎師들과의 feedback 關係를 맺는 역할을 目的으로 한다. 쏘련의 아시아지방 올림피아드의 제2라운드 入賞者와 對談中 선발된 경시자는 Novosibirsk 大學에서 조직된 夏季物理—數學學校에 한달간 초청된다. 이 학교에서 學生들은 特別學級에 출석한다. 夏季物理—數學學校는 매년 Novosibirsk 근처에 있는 Akademgorodok에서 매년 行해된다. 약 600명의 學生들이 여기에서 배웠다. 그들의 대부분은 올림피아드제 2라운드의 入賞자들이다. 덧붙여, Novosibirsk 大學의 극히 우수한 學生들 뿐만 아니라 地區別제작기술 올림피아드(예: 라디오 受信機와 模型비행기의 제작 등)의 入賞자도 여기에 초청된다. 초청장은 쏘련 과학아카데미의 시베리아支部의 青年, 技術者클럽과 올림피아드 委員會의 連名으로 발송된다. 1974년의 夏季物理—數學學校의 출석자는 다음과 같다. 즉 제1라운드 入賞자 515명, 통신학교출신 61명 청년기술자클럽 會員 50명. 이 夏季學校는 길이 100km, 폭 40km가 넘는 人工湖 Ob의 湖畔에 개설되어, 學生들에게 학습

과 휴식을 조화있게 할 수 있도록 배려되었다. Akademgorodok의 자연은 散策, 水浴, 그리고 水上스포츠에 적합하다.

수업은 오전 9시부터 오후 1시까지 (1시간 수업은 45분)이다. 여기의 수업은 2가지 種類로서, 그 하나는 著名한 學者의 강의이다. 내용은 학교에서 배운 數學과 밀접한 관계가 있는 문제를 취급하지만, 이미 배운 內容을 복습하지는 않는다. 간혹 教育과정에서 없는 通俗인 문제도 취급한다. Diophantine 방정식, 學校에서 학습한 代數의 확장된 內容, 쉬운方法으로서의 高等數學의 몇가지 部分, 뿐만 아니라 順列, 組合, 간단한 變分문제의 初等的解法을 다룬다.

이러한 강의는 학생들을 교육시키는 것뿐만 아니라 數學이라는 학문에 대한 흥미를 불러일으키는 데에 쓰인다. 학교위원회에서 승인된, 대부분이 유능한 수학자인 강연자에 의해서 강의 내용이 결정된다. 강의에 덧붙여서 학생들은 오랫동안 발달되어 온 敎具를 사용하여 수학문제를 푸는 演習시간을 갖는다.

이것은 다음 올림피아드 제3라운드의 준비를 목적으로 한다. 학생들은 噴水가에서 소련과학아카데미 시베리아支部의 科學者들과, 科學과 그들의 任務에 대하여 대화를 한다. 이 학교는 학생들의 다음 라운드에 대한 깊은 심리학적인 준비를 제공할 뿐만 아니라 이 世代의 人們에 의해서 만들어진 要求를 제공한다. 소련의 아시아지방 올림피아드는 하기학교가 끝나는 즉시 끝 시작된다.

여기에서의 문제는 地區라운드 문제보다 물론 어렵다. 제3라운드의 入賞者는 Novosibirsk에 있는 特別기숙物理—數學학교에 초청된다. 이 學校의 授業과 敎師의 經驗水準은 보통학교보다 높다. 우리는 이러한 젊은 世代의 학생들에게 과학의 분위기와 과학적인 연구조사를 길러주는 심리적인 노력이 대단히 중요하다고 생각한다. 올해는 다음과 같이 390명의 학생이 이 학교에 입학하였다.

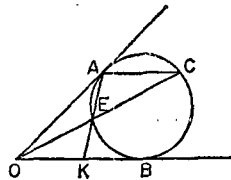
학	년	8	9	10
나	이	14~15	15~16	16~17
인	원 수	60	210	120

物理—數學學校의 프로그램은 보통의 10년制 學校보다 광범위하다. 이 學校는 學生들로 하여금 시야를 넓게하고, 한층 더 수학적으로 생각하는 습관을 촉진시킨다. 이 학교는 1962년에 開校하였다. 開校이래 지금까지 나타난 有効한 실험은 成功的이다. 이 학교出身 대부분의 학생은 소련 고등교육기관의 入學시험에서 좋은 성적을 얻었다. (소련의 고등 교육기관의 입학은 경쟁시험으로 行해진다.) 소련의 아시아지방 올림피아드는, Novosibirsk 大學에 의해서 外 Ural의 수학자의 조직육성에 중요한 역할을 하고 있다고 생각한다. 수학 올림피아드는 대학에 들어가려는 재능을 가진 젊은 사람에게 실제로 이용되고 있다. 소련의 數學敎育

은 世界各國과 마찬가지로 광범위하게 變하고 있다. 소련방올림피아드는 소련방과학아카데미와 소련방교육과학아카데미의 협력으로, 소련방교육성이 지명한 정부레벨의 위원회에서 운영한다. Moscow 대학이 이것의 主要한 機關이다. 소련의 아시아지방올림피아드는 소련방과학아카데미의 시베리아支部 간부회와 Novosibirsk 大學에서 지명한 위원회에서 운영된다. 올림피아드가 시행되는 장소에 파견되는 敎師의 출장비, 참가하는 學生들의 여비가 포함되는 올림피아드에 필요한 모든 비용은 諸機關에서 分擔한다. 당연히, 제1라운드의 문제는 그 풀이가 학교서 배운 것을 직접 적용하지 않는 문제가 출제된다. 대부분의 경우, 說明은 학생과 그들의 교사에게 非通常인 것이다. 올림피아드의 문제는 약간의 추측과 기교를 要한다. 라운드가 거듭할 수록 문제의 난이도는 증가한다.

제1라운드는 완전히 「학교적」이지만 라운드가 거듭될 수록 이것과는 거리가 멀어지게 된다. 올림피아드의 문제를 類型別로 분류하는 것은 問題가 非類型의이므로 쉬운 일이 아니다. 幾何문제는 대부분이 학교적이다. 다음의 문제들은 1973년 전소련방올림피아드 9학년생의 문제들이다. 이 문제들은 모두 소련의 잡지 「학교의 數學」 No. 5, 1973에 실려 있다.

I. O를 꼭지점으로 하는 각의 두변에서 한 원이 점 A, B에 접하고 있다. A에서 OB에 평행인 직선이 원과 만난 점을 C라 하고 선분 OC가 원과 만난 점을 E라 하자. 또 직선 AE가 직선 OB와 만난 점을 K라 하자. OK=KB임을 증명하라.



II. $n \geq 2$ 인 정수 n 에 대하여

$$A = \left(\frac{n + \sqrt{n^2 - 4}}{2} \right)^5 \text{ 이냐}$$

$A = \frac{k + \sqrt{k^2 - 4}}{2}$ 인 정수 k 가 존재함을 증명하라.

III. 방정식 $\sqrt{x-2} + \sqrt{3-x} = x^2 - 5x + 7$ 을 풀라.

IV. 어떤 정수에 대하여, 그 정수의 각자릿수의 숫자를 바꾸어 놓은 정수를 더하였더니 10^{10} 이다. 처음 정수가 10으로 나누어 짐을 증명하라.

V. $1971 \times 1972 \times 1973 \times 1974 + 1$ 은 완전제곱수임을 증명하라.

VI. 몇개의 정사각형이 있는 데 그들의 면적의 합은 1이다. 이것들을 면적이 2인 정사각형의 내부에 겹치지않게 배열할 수 있음을 증명하라.

VII. 50개의 숫자가 원주상에 C_1, C_2, \dots, C_{50} 으로 쓰여져 있다. 이것들은 모두 1이거나 -1이다. 모든 숫자의 곱을 구하는 것을 요구한다. 한번의 질문에 대해서 세계의 연속된 숫자의 곱을 알수가 있다. 모든 숫자의 곱을 알려면 최소한 몇번의 질문이 필요한가?

VIII. 10진법에서 n 자리 이하의 자연수 (0을 포함)

들 각 자릿수의 숫자의 합이 偶數인 것과 奇數인 것의 2組로 나누자. $1 < n$ 이면 $n > k \geq 0$ 인 k 에 대하여 한 쪽 組에 속한 數의 k 乘의 총합은 다른 쪽 組에 속한 數의 k 乘의 총합과 같음을 증명하라.

Ⅷ. 두 사람이 다음과 같은 게임을 한다. 그 중 한 사람(先手)이 한자리의 숫자를 부르고 상대방(後手)은 다음의 뎀셈계산에서 *대신에 그 수를 자기 재량껏 기입한다.

$$\begin{array}{r} **** \\ -**** \\ \hline \end{array}$$

이것을 8번 되풀이 한다. 先手는 그 차이가 보다 크게 하려 하고 後手는 그 차를 보다 작게 하려고 한다. 어떠한 적수에 관계없이 게임을 하더라도 後手는 그 차이가 4000 보다 크지않게 하려고 노력할 수 있고, 先手는 그 차이가 4000 보다 작지않게 하려고 노력할 수 있음을 증명하라.

X. 2개의 入力과 2개의 出力을 갖는 스위치는 다른 2개의 狀態일 수 있다. (圖1 참조)

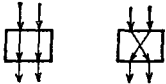


圖 1

圖 2는 위 스위치의 한 universal scheme 을 나타낸다 이것을 조사하라. (狀態의 數는 $2^3=8$ 이다.) 이것은 3-universal 이다.

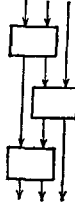


圖 2

a) 4개의 入力과 出力을 갖는 universal scheme 을 만들어라. (4-universal)

b) a)에서 필요한 스위치의 최소 갯수는 얼마인가?

c) 다음 scheme 은 8-universal 임을 증명하라.

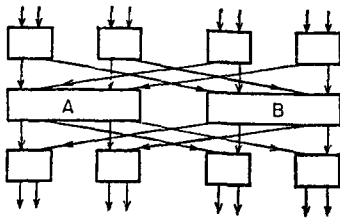


圖 3

단 A 와 B 는 4-universal scheme 이다.

위에서 n -universal scheme 에 필요한 스위치의 최소 갯수를 구하라.

**解答은 紙面관계로 생략한다.

美國 數學올림피아드는 지금 개최 3년만에 매우 유명해 졌다. 그 결과 美國數學올림피아드에 대한 요구와 학생으로 하여금 거기에 참가 하도록 하는 데 대한 흥미는 널리 알려져 있다.

참가는 단지 초청에 의하여 이루어졌다. 1974년에 155명의 학생이 제 3회 美國數學올림피아드에 참가하

도록 초청되었다. 대부분의 학생이 Annual High school Mathematics 시험에서의 그들 성적에 의해서 선발된다. 나름대로의 州에서 널리 알려져 있는 수학경시大會를 행하고 있는 미시건과 위스콘신에서 온 학생들 역시 초청되었으며 약간의 학생들이 학교교수들의 강력한추천에 의해서 초청되었다. 이러한 155명의 초청된 학생中에서 149명의 완전한 수락이 받아들여 졌다.

(학생이 참가에 동의할 하고, 학교가 시험관리에 동의할 포하였을 때에 수락이 "완전"하다고 생각한다.)

제 3회 美國數學올림피아드는 1974.5.7. 美國전역에 걸쳐 119개 학교에서 실시되었다. 前과 같이, 解決하는 데 數學的 힘과 獨創을 필요로 하는 5개의 수필형식의 문제로 구성되어있다. 문제를 푸는 데 주어진 시간은 3시간이다. 아래에 다섯문제가 열거되어 있다

1. a, b, c 는 세개의 서로 다른 정수를 나타내고 P 는 정수계수의 다항식을 나타낸다고 하자. 이때 $P(a)=b, P(b)=c, P(c)=a$ 는 될 수 없음을 보여라.

2. a, b, c 를 양의 실수라 할 때,

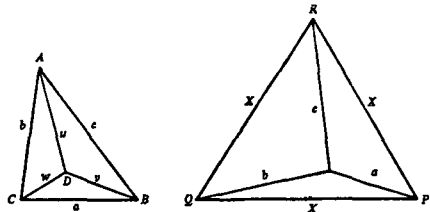
$$a^a b^b c^c \geq (abc)^{\frac{a+b+c}{3}}$$

임을 보여라.

3. 반경 1인 구의 경계점이 길이가 2보다 작은 내부에 있는 호에 의하여 연결되어 있다. 이때 이 호는 반드시 주어진 구의 어떤 半球內에 있음을 증명하라.

4. 아버지, 어머니, 아들 세사람이 토너먼트로 어떤 형태의 board game 을 하기로 결정했다. 이것은 無勝負가 없는 두 사람이 하는 게임이다. 그런데 아버지께서 제일 못하기 때문에 아버지께 첫 시험에서 두사람의 상대中에서 한사람을 선택할 권리를 드리기로 했다. 한 시험에서의 승자가 그 시험에 참가하지 않은 사람과 다시 시험하는 형식을 취한다. 그리고 두게임을 제일 먼저 승리한 사람이 이 시험에서 이기는 것으로 한다. 만약에 아들이 제일 강하다고 할 때, 아버지가 첫 게임의 상대로 어머니를 택하면 아버지가 이 시험에서 이길 확율을 최대로 하게 할 수 있다는 것을 곧 알 수 있다. 이 작전이 가장 optimal 하다는 것을 증명하라. 한 사람이 다른 두 사람과의 게임에서 이길 확율은 모든 시험을 통해서 변하지 않는다고 가정하자.

5. 아래 그림과 같은 두 삼각형 ABC 와 PQR 을 생각하자. $\triangle ABC$ 에서, $\angle ADB = \angle BDC = \angle CDA = 120^\circ$ 이다. $X = u + v + w$ 임을 증명하라.



모든 시험지의 답안지가 5월 15일 회수되어서 5월 20일 Rutgers에서 數學교수회의에 의해서 채점되었다 Memphis 주립大學에서 최고 점수에서 30명까지의 답안

지를 다시 채점하였다. 그 시험의 모든 수험생의 점수 결과는 표 1과 같다.

올림피아드	1-	11-	21-	31-	41-	51-	61-	71-	81-
고교성적	10	20	30	40	50	60	70	80	90
141-150	1	1	3	3	4	3			
131-140	2	1	6	5	1	1	1	1	1
121-130		2	5	7	2	2			1
111-120	9	10	10	10	5	3	2		
101-110	5	14	9	4	5	1			

표 1

가장 높은 여덟개의 점수는 표의 윗부분에 표시되어 있다. 제일 높은 25개의 점수를 기록한 마지막 결과는 5월 25일 시험에 참가한 119개 학교로 보내졌다. 처음 올림피아드의 경우와 같이, 매년 고등학교 수학시험과 3차 올림피아드점수의 상관계수는 0.376으로 적다. 이것은 2차 올림피아드의 상관계수 0.433보다도 더 적다. 최종적으로 상을 받은 8명은 표의 윗부분에 있는 점수를 받았다. 그러나 여기에서조차도 점수에 약간의 분산이 있었다. 一般的으로 올림피아드에서 점수를 높게 받은 학생은 고등학교 수학시험에서도 높게 받으나 그 역은 반드시 성립하지는 않는다. 교사들이 그것을 잘 알도록 하려는 의미에서, 각 문제에 참가한 학생들에 의해서 얻어진 점수표를 아래에 제시한다.

점수 번호	1	2	3	4	5
21-25	1	5	4	0	3
16-20	16	22	11	33	15
11-15	2	8	5	33	10
6-10	1	20	12	30	49
1-5	6	58	86	16	35
0	120	33	28	34	34

표 2

가장 높은 점수를 받은 8명의 학생의 명단은 다음과 같다.

Paul Zeitz(Stuyvesant High School New York, N.Y.)
 Stephen Modzelewski(Shady Side Academy Pittsburgh, Pa.)
 Gerhard Arenstorff (Peabody Demonstration School Nashville, Tenn.)
 Thomas Nisonger(Walt Whitman High School Bethesda, Md.)
 Eric Lander (Stuyvesant High School New York, N.Y.)
 David Barton (Berkeley High School Berkeley, Cal.)
 George Gilbert (Washington Lee H.S. Arlington, Va.)
 Paul Herdeg (Hamilton-Wenham H.S. Hamilton, Mass.)

여덟명의 入賞者는 Nera Turner 博士에 의해 계획된 여러 가지 기념행사에 참가하고 IBM에서 주는 메달과 H.P.C.에서 주는 Hp-35 계산기를 받았다. 올림피아드 委員會는 제 3차 올림피아드를 가능케한 많은 개인과 기관의 도움과 지지를 기꺼이 인정했다. 올림피아드의 문제는 M.Klamkin, C.C. Rousseau와 P.A. Paige로 구성된 위원회에 의하여 준비되었다. R. Artino, A. Gaglione과 N. Shilkref로 구성된 年列고교수학경시대會 위원회는 참석자들을 선택하고 초청하는 데 필요한 자료를 제공했다. 그 자료들은, Rutgers大學의 수학과 교수들에 의하여 分類되었다. 最上の 자료는 Memphis 대학의 C.C. Rousseau에 의해 分類되었다. 금년 美國은 10차 국제수학올림피아드에 참석할 8명의 학생들을 보내도록 서독의 Erfurt에서 요청했다. 그 초청은 수락되어 美國팀은 7월 8~9일 양일간 거기 머물렀다. 제 4차 미국 수학올림피아드는 1975년 5월 6일 火요일에 있을 예정이다.

끝