

船舶 安定化를 위한 自動制御設計에 대하여

朴 正 后*

Design of Automatic Control System for Ship Stabilization

Chung Hoo PARK

Abstract

Modern Ocean-going ships utilize stabilization techniques in order to minimize the effects of oscillations due to the unwanted disturbances.

In this paper, as an elementary design of automatic control system with linear-state variable feedback and series compensator for ship stabilization, analysis and design is limited to the linear time-invariant single input and output system.

In order for the Controlled system to meet the requirements of stability, accuracy and transient response, a model of the automatic control system is proposed. For the analysis and design of this model, the state-space method, that is, the modern way, or an alternative to the transfer function method of describing a linear system that utilize the state variables and state equations, is applied.

緒 論

본 연구에서는 船舶自動화를 위한 기초設計로써 과정의 傳達函數가 주어지 있을경우 設計의 特性을 만족 시킬수 있는 一入力, 一出力 自動制御系의 設計에 대하여 論하였으며 system의 解析과 設計의 수단으로써 狀態變數에 의한 方法을 이용한 現代自動制御의 해석 및 설계법을 적용하였다.

간단한 例로써 파도에 기인한 rolling을 최소한도로 줄이기위해 船舶들은 hydrofoil이나 Fin을 사용하여 安定化토크를 발생 시키고 있다. Fig.1은 安定화 Fin을 사용한 경우를 나타내고 있으며, Fig.2는 이 system의 等價 Block Diagram 이다.

여기서

θ_d : 基準入力信號로써 희망하는 目標值 (이경우 정상상태인때 0)

θ_a : 制御대상의 실제 出力信號

$E(s)$: 基準入力과 主피드백信號와의 差로써 制御動作을 일으키는 信號

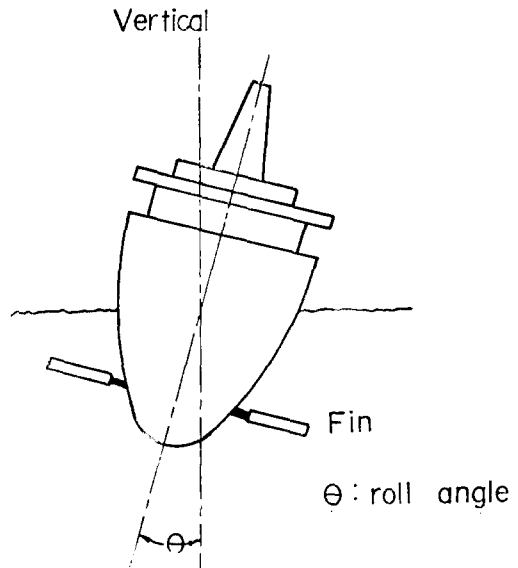


Fig.1 Illustration of modern ship, employing stabilizing fins.

*부산수산대학, National Fisheries University of Busan

船舶 安定化를 위한 自動制御設計에 대하여

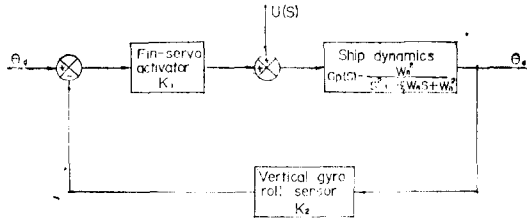


Fig. 2 An equivalent block diagram of the Fig. 1 system.

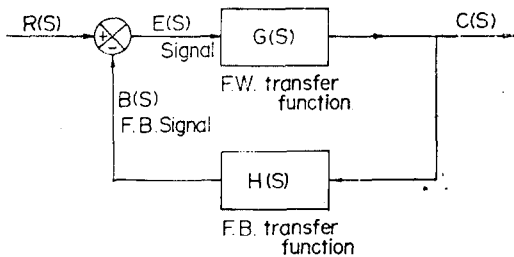


Fig. 3 Block diagram of general feedback control system.

$u(s)$: 外亂(파도의 교란토크에 의한 船体 回轉角)

$G(s)$: 制御對象의 傳達函數

수직 Gyro : $\theta=0$ 에서의 偏位角을 검출하여 $E(s)$ 를 0로하기 위하여 Fin을 동작시킨 교정신호를 피드백시킨다.

위의 例에서 基準入力 및 外亂에 대한 出力의 關係를 구할수 있는 等價 Bloc diagram은 Fig. 3과 같다.

이경우의 closed loop의 傳達函數 $G_o(s)$ 는

$$B(s) = H(s)C(s)$$

$$E(s) = R(s) - B(s)$$

$$C(s) = E(s)G(s)$$

이므로

$$G_o(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

이때의 特性方程式은

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

로써 주어진다.

이 特性方程式에서 알수있는 바와같이 安定度는 계통의 入力에는 關係가 없고 $G(s)H(s)$ 에 의해서 결정되게 된다.

方 法

1. 狀態變數에 의한 system의 設計 model

system의 狀態方程式은 일반적으로

$$\dot{X} = AX + Bu \dots\dots\dots(1)$$

$$C = LX \dots\dots\dots(2)$$

의 형태로 표시할수 있다. 여기서

X : $n \times 1$ matrix (狀態變數 行列)

A : $n \times n$ matrix (系の 行列)

B : $n \times n$ matrix (制御 行列)

u : 制御入力벡터

c : 出力벡터

L : 出力행렬

위의 방정식 (1), (2)의 Block diagram 구성은 Fig. 4와 같이 표시할수 있음을 알수 있다.

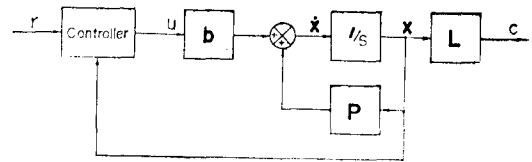


Fig. 4 General feedback system with state variable feedback.

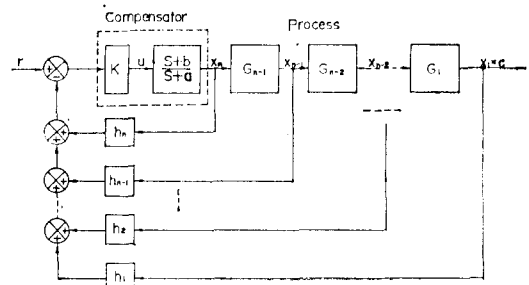
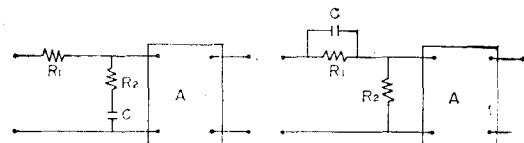


Fig. 5 A model of the linear state variable feedback system.

$G_c(s)$: compensator

$G_1 - G_{n-1}(s)$: Transfer function of given process

h_i : i-th feedback coefficient



a) Lag Compensator

b) Lead Compensator

Fig. 6 Compensators

Fig. 4에서 制御入力 u 는 일반적으로

$$u=f(X, r)$$

의 관계를 갖는다.

여기서 상태변수 피드백 및 直列補償에 의한 制御系를 Fig. 5와 같이 구성하여 과정의 전달함수와 설계상의 특성이 주어질 경우 이를 만족 시킬수 있는 설계상의 parameter k, h, a 및 b 를 구하고자한다.

여기서 $G_c(s)$ 는 補償器로써 Lag, Lead 補償器를 사용하였으며 補償器에 대한 電氣的 回路實現은 Fig. 6과 같다.

2. 設計 model의 解析

Fig. 5에서

$$\begin{aligned} u &= f(X, r) \\ &= k[r - (h_1x_1 + h_2x_2 + \dots + h_nx_n)] \\ &= k(r - hX) \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

여기서 $h = (h_1h_2 \dots h_n)$

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix}$$

또한 x_n 은

$$\begin{aligned} x_n(s) &= \frac{s+b}{s+a} u(s) \\ (s+a)x_n(s) &= (s+b)u(s) \\ \therefore \dot{x}_n(t) &= -ax_n(t) + bu(t) + \dot{u}(t) \end{aligned}$$

일반적으로 이 모델이 취하는 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{X} = AX + Bu + Du \dots \dots \dots (4)$$

출력신호 c 는 다음과 같이 주어진다.

$$c = x_1 = LX \dots \dots \dots (5)$$

입력(3)에 대한 상태변화를 알아보기 위하여 (3)식을 (4)식에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B[k(r - hX)] + D[k(r - hX)]' \\ &= AX + Bkr - BkhX + Dkr - DkhX \\ \dot{X}(I + Dkh) &= (A - Bkh)X + Bkr + Dkr \end{aligned}$$

여기서 I : unit matrix

위식을 Laplas 변환을 하면

$$\begin{aligned} sX(s)(I + Dkh) &= (A - Dkh)X(s) + (Dk + sDk)R(s) \\ X(s)[s(I + Dkh) - (A - Bkh)] &= (Bk + sDk)kR(s) \\ \therefore X(s) &= [s(I + Dkh) - (A - Bkh)]^{-1}k(B \\ &+ sD)R(s) \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

(5)식과 (6)식에서

$$\frac{C(s)}{R(s)} = L[s(I + Dkh) - (A - Bkh)]^{-1}k(B + sD) \dots \dots \dots (7)$$

또한 (7)식의 逆行列의 분모, 분자를 대입하면

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{kL[adj\{s(I + Dkh) - (A - Bkh)\}](B + sD) \dots (8)}{\det[s(I + Dkh) - (A - Bkh)]}$$

closed loop system의 특성 방정식은

$$\det[s(I + Dkh) - (A - Bkh)] = 0 \dots \dots \dots (9)$$

로 주어진다.

3. 모델의 等價回路

制御된 모델 Fig. 5의 等價回路는 Fig. 7와 같이 구성된다.

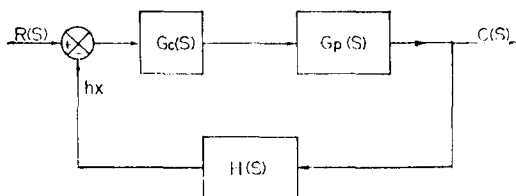


Fig. 7 The equivalent model of Fig. 5

Fig. 7에서

$$H(s)C(s) = hx$$

(5)식에 의하여

$$H(s) = \frac{hX(s)}{C(s)} \dots \dots \dots (10)$$

(6)식을 (10)식에 대입하면

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{hk\phi(B + sD)R(s)}{k\phi(B + sD)R(s)} \\ &= \frac{h\phi(B + sD)}{\phi(B + sD)} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

여기서 $\phi = [s(I + Dkh) - (A - Bkh)]^{-1}$

또한 Fig. 7의 closed loop 전달함수는

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)H(s)} \dots \dots \dots (12)$$

(8)식과 (11)식을 (12)식에 대입하면

$$G_p(s) = \frac{k\phi(B + sD)}{G_c(s)[1 - kh\phi(B + sD)]} \dots (13)$$

그러므로 等價回路의 open loop 傳達函數인 $G_c(s) \cdot G_p(s) \cdot H(s)$ 는 $G_c(s) = k \frac{s+b}{s+a}$ 이므로 (11)식과 (13)식

에서 구할수 있음을 알수 있다.

4. 모델의 特性方程式 解析

주어진 모델의 特性方程式 (9)에서 行列

$$s(I + Dkh) - (A - Bkh)$$

는 다음과 같이 要素들로 표시할수 있다.

船舶 安定化를 위한 自動制御設計에 대하여

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad h = (h_1 \ h_2 \ \dots \ h_n)$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} [s(1+kd_1h_1)-(a_{11}-kb_1h_1)][s(0+kd_1h_2)-(a_{12}-kb_1h_2)] \dots [s(0+kd_1h_n)-(a_{1n}-kb_1h_n)] \\ [s(0+kd_2h_1)-(a_{21}-kb_2h_1)][s(1+kd_2h_2)-(a_{22}-kb_2h_2)] \dots [s(0+kd_2h_n)-(a_{2n}-kb_2h_n)] \\ \vdots \\ [s(0+kd_ih_1)-(a_{i1}-kb_ih_1)][s(0+kd_ih_2)-(a_{i2}-kb_ih_2)] \dots [s(0+kd_ih_n)-(a_{in}-kb_ih_n)] \\ \vdots \\ [s(0+kd_nh_1)-(a_{n1}-kb_nh_1)][s(0+kd_nh_2)-(a_{n2}-kb_nh_2)] \dots [s(1+kd_nh_n)-(a_{nn}-kb_nh_n)] \end{pmatrix}$$

지금 n 번째 行에 $\frac{sd_1+b_1}{sd_n+b_n}$ 을 곱하여 첫번째 行에서 뺀다. 첫번째의 j 번째 要素는

$$s(\delta_{1j}-\delta_{nj} \frac{sd_1+b_1}{sd_n+b_n}) - a_{1j} + a_{nj} \frac{sd_1+b_1}{sd_n+b_n}$$

$$\text{여기서 } \delta_{ij} = \begin{cases} 1; & i=j \\ 0; & i \neq j \end{cases}$$

로서 표시된다. 이 과정을 $(n-1)$ 번째 行까지 반복하면 일반적으로 i 행 j 列의 要素는

$$s(\delta_{ij}-\delta_{nj} \frac{sd_i+b_i}{sd_n+b_n}) - a_{ij} + a_{nj} \frac{sd_i+b_i}{sd_n+b_n}$$

로 표시되며 결과적으로 이 行列을 行列式으로 전개하면 kh_i 의 1次項만이 존재 하게 된다. 즉

$$\det[s(I+Dkh)-(A-Bkh)] = f_n(kh_1, kh_2, \dots, kh_n)s^n + f_{n-1}(kh_1, kh_2, \dots, kh_n)s^{n-1} + \dots + f_1(kh_1, kh_2, \dots, kh_n) \dots (14)$$

로 표시될수 있다.

여기서 요구되는 closed loop 傳達函數의 分母를

$$P(s) = s^n + p_{n-1}s^{n-1} + \dots + p_1s + p_0 \dots \dots \dots (15)$$

라고 가정하면 (14)식과 (15)식을 비교함으로써 k 및 h_i 의 값을 구할수 있어 모델의 設計가 가능함을 알수 있다.

例 1. 設計상 要求되는 closed loop의 전달함수가

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{20}{s^2+35s+27} \dots \dots \dots (a)$$

라 하고 제어될 과정이 Fig. 8과 같다고하면 이때 필요한 k 및 h_i 의 값은 다음과 같다.

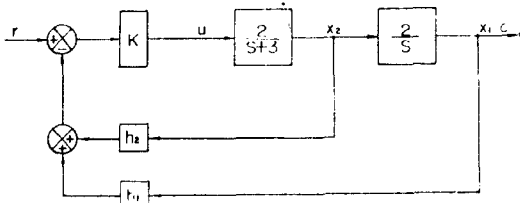


Fig. 8 State-variable feedback representation of EX 1 system.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 system을 만족하는 狀態方程式은

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_2 \\ \dot{x}_2 &= -3x_2 + 2u \\ c &= x_1 \end{aligned}$$

그러므로

이때

$$\begin{aligned} \det[s(I+Dkh)-(A-Bkh)] &= \det \left[s \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} (h_1 \ h_2) \right] \\ &= \det \begin{pmatrix} s & -2 \\ 2kh_1 & s+3+2kh_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

결과적으로

$$\begin{aligned} \frac{C(s)}{R(s)} &= L[s(I+Dkh)-(A-Bkh)]^{-1}k(B+sD) \\ &= \frac{4k}{s^2+(3+2kh_2)s+4kh_1} \dots \dots \dots (b) \end{aligned}$$

(a), (b)식을 서로 비교 해서

$$\begin{aligned} 4k &= 20 \\ 3+2kh_2 &= 35 \\ 4kh_1 &= 27 \end{aligned}$$

그러므로 $k=5$, $h_2=3.2$, $h_1=1.35$ 를 얻을수 있다.

例 2. 設計할 과정의 傳達函數 $G_p(s)$ 가

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+10)} \dots \dots \dots (a)$$

이요 필요한 設計상의 특성은

- velocity constant, $k_v=0.93$,
- damping factor, $\xi=0.707$,
- undamped natural frequency, $w_n=1(\text{rad/sec})$

이라 할때 모델의 k, h_i 는 다음과 같이 구해진다.

이경우 $k_r=0.707$ 을 만족할수 있는 極數는 4이고 zero의 數는 1이므로 필요로 하는 closed loop의 傳達 函數의 일반형은

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2 p_3 p_4}{z} \frac{(s+z)}{(s^2+2\xi w_n s+w_n^2)(s+p_3)(s+p_4)} \dots\dots(b)$$

로 되며 p_3, p_4 의 極을 각각 9, 16이라 가정하면 $z=2$ 이며

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{72(s+2)}{(s^2+1.414s+1)(s+9)(s+16)} \dots\dots(c)$$

$$= \frac{72(s+2)}{s^4+26.4s^3+180.4s^2+229s+144} \dots\dots(d)$$

(a)(c)식을 비교해서 두식이 同一次數가 되기위해서

는 (a)식에 $\frac{s+2}{s+\alpha}$ 의 補償器가 필요함을 알수있다.

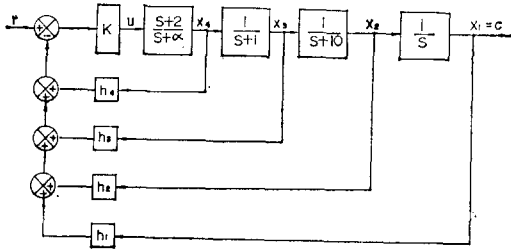


Fig. 9 State-variable feedback representation of EX. 2 system.

결과적으로 주어지는 모델에 의한 制御系는 Fig. 9와 같이 된다.

이 모델의 狀態方程式은 다음과 같이 표시할수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -10x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -x_3 + x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\alpha x_4 + 2u + \dot{u} \end{aligned}$$

여기서

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

이때

$$\det[s(I+Dkh) - (A-Bkh)]$$

$$\begin{aligned} &= \det \begin{pmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s+10 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & s+1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & s(1+kh_4) + (\alpha+2kh_4) \end{pmatrix} \\ &= (kh_4+1)s^4 + [k(h_3+13h_4)+11+\alpha]s^3 + [k(h_2+12h_3+32h_4)+(10+11\alpha)]s^2 + [k(h_1+2h_2+20h_3+20h_4)+10\alpha]s + 2kh_1 \end{aligned}$$

그러므로

$$\begin{aligned} \frac{C(s)}{R(s)} &= L[s(I+Dkh) - (A-Bkh)]^{-1}k(B+sD) \\ &= \frac{k(s+2)}{\det[s(I+Dkh) - (A-Bkh)]} \dots\dots(e) \end{aligned}$$

(d)(e)식을 계수를 비교하여

$$\begin{aligned} k &= 72 \\ kh_4 + 1 &= 1 \\ k(h_3+3h_4) + (11+\alpha) &= 26.4 \\ k(h_2+12h_3+32h_4) + (10+11\alpha) &= 180.4 \\ k(h_1+2h_2+20h_3+20h_4) + 10\alpha &= 229 \\ 2kh_1 &= 44 \end{aligned}$$

여기서 解를 구하면

$$\begin{aligned} k &= 72, \quad h_1 = 1, \quad h_2 = 0.0134, \quad h_3 = 0.0014, \\ h_4 &= 0, \quad \alpha = 15.3 \end{aligned}$$

이되고 이때 보상기는

$$G_c(s) = \frac{s+2}{s+15.3} \text{로 주어지는 Lead 補償器임을 알 수 있다.}$$

結 論

船舶의 安定化를 위한 自動制御設計의 기초연구로서 종래의 試行錯誤法을 지양하고

- 1) 一入力, 一出力 制御系에 대하여 直列補償과 狀態變數 피드백을 적용하므로써 주어진 制御對象에 대하여 필요한 設計條件을 만족할수 있는 制御系의 設計가 가능함을 제시하였다.
- 2) 주어진 모델에 Lead, Lag 補償回路가 도입되어 있어 선박의 安定도 변화에 대하여 設計할수있는 設計要素의 적정치를 쉽게 구할수 있게 되었다.

文 獻

- D'AZZO, J. J. C. H. Houpsis(1966): Feedback control system Analysis & synthesis. International student edition, pp. 518-528
OGATA(1970): Modern control Engineering.

船舶 安定化를 위한 自動制御設計에 대하여

- Prentice-Hall, pp. 482—506.
- Cray, D. (1966): Centralized and Automatic Controls in ships pp. 169—163.
- Goclowski, J. and A. Gelb(1966): Dynamics of an automatic ship steering system in proceedings of the 1966 Joint Automatic control conference, pp. 294—304.
- Shinners(1972): Mordern control system Theory and Application, Addison-Wesley pub. Co. pp. 337.—344.
- Bell, J. (1960): “Control for ship stabilization” in proceedings of the Ist International Federation of Automatic Control congress. Butterworth, London pp. 208—17.