

美國數學教育的 現實과 問題點 研究

A Study of their progress and problems of School Mathematics in the United States

李 錫 映

§0. 序 論

美國은 1950 년대에 大學에서의 數學教育改善이 계획됨으로서 初中高等學校의 New Mathematics 를 위한 새로운 要求를 불러 일으켰다. 이어서 Princeton 大學校의 A.W. Tucker 教授주 재하에 數學教育委員會가 구성되고, 研究끝에 다음 두가지의 改革이 必要하다는 結論을 얻었다.

① 비록 실험적인 성격을 띠고 있을지라도 수학교육을 개선할 수 있는 적당한 교재를 만들어야 한다.

② 아직 현대수학을 이해하지 못하고 있는 일선교사들을 훈련시켜야 한다.

이와같은 數學教育現代化운동에 따라 백여명의 대학교수 및 일선교사들이 참가하여 연구한 끝에 여러가지 실험교과서를 만들게 되었는데 그중 미국전역에 걸쳐 영향을 줄만한 교과서는 다음의 세가지를 들 수 있다.

- (a) SMSG (School Mathematics Study Group)
- (b) UICSM (University of Illinois Committee on School Mathematics)
- (c) GCMP (Greater Cleveland Mathematics Program)

本論文은 美國에 있어서의 數學教育現代化를 위한 數學教科內容의 變遷과 數學教育的 現實을 教科內容面에서 알아보고, 앞으로 보다

넓은 數學教育的 改善을 위한 問題點을 研究해 보고자 한다.

§1. 數學教育現代化를 위한 教科內容의 變 遷

New Mathematics 를 위한 개혁으로서 中等學校의 전통적인 교재의 數學要目속에 다음 5가지의 새로운 概念을 집어넣도록 하였는데 그것은

- 1. 初等集合論
- 2. 論理學 概念
- 3. 現代代數의 새로운 기본개념 및 대수적 구조
- 4. 확률통계의 개념
- 5. 幾何의 現代的 Topics 및 Topology 의 기초개념 등이다.

초등집합론은 U (union), \cap (intersection), C, \bar{C} (complement) 등의 연산기호를 가지고 현대수학의 모든 분야에 대해 공통적으로 개념의 기반을 이루어 주고, 또 학생으로 하여금 과도한 추상적인 생각을 하지 않고도, 현대수학의 정신을 느낄 수 있도록 하기 위하여 이것을 강조했고 初等記號논리학은 수학을 전개해 나가는데 있어서 논리적인 추리를 하는 근본적인 바탕이 됨을 강조하였다. 現代代數의 새로운 기본개념으로는 근본적으로 群, 環, 體 등의 代數系와 線型代數系의 두갈래로 나누어

생각하였는데, 물론 線型代數는 기하에 많이 응용되고, 한편 代數系는 수체계의 현상을 이해하는데 이용되며 公理系의 한 예를 소개하는 데도 간단하고도 유용한 群의 性質을 이용하도록 하였다.

確率論은 그 확률계산을 포함하는 실예를 일상생활의 경험에서 쉽게 얻을 수 있도록 하고, 실제로 확률론의 정신을 살리기 위해서는 measure space의 개념을 소개하는 것이 필요하다고 보고, 또 부분집합에서의 measure에 관한 여러가지 事件의 확률을 정의하는 것을 강조하였으나, 사실 中等數校학생으로서서는 measure theory의 취급이 너무 어려우니 어떤 특별한 학생에게나 실험해 보도록 하고, 보통 학생에게는 일상생활의 경험과 아주 부합되는 기초적인 것을 가지고 확률론을 다루도록 하였다.

幾何의 현대적 topics, 等號와 順序關係, Cardinal 수, Topology의 기초개념등을 소개하는데 있어서도 직관적인 neighborhood의 개념을 가르쳐야 한다고 제안하고, 이것에서 수열의 연속개념을 이끌어오고, 또 이것이 limit와 continuity의 개념을 자연스럽게 이끌어 올수 있도록 하였다. 특히 유우클릿드기하학의 어떤 부분은 엄격히 다루어서 학생들이 공리로부터 정리를 증명해 나가는데 있어서 약간의 경험을 부여 주도록 노력하였다.

§2. 美國數學教育의 現實

대체로 미국은 SMSG, UICSM 그리고 GCMP등을 바탕으로 하여 만들어진 教科書를 가지고 수학교육을 실시하고 있기 때문에 中高等學校의 level을 위한 SMSG, UICSM 그리고 GCMP등의 대표적인 세 교과서의 수학교육목표와 학년별 교과내용의 특징을 분석하여 보기로 한다.

미국에서는 수학교육의 현대화를 위한 각주마다의 일관성 있는 계획은 갖고 있지 않지만, 미국 전반을 통하여 일반적인 현대화 계획의 흐름은 있다.

첫째, SMSG의 주요목표는 학교에서 수학을 現代化에 맞추어 잘 가르치자는 연구와 그의 발전을 함양하는 것인데, 그의 사업은 教科內容과 教授資料 그리고 教授方法을 研究하는 일이었다. 특히 SMSG의 教科內容에는 수학의 構造가 많이 강조되어 있고, 새로운 topic을 소개하는데에 그치느니보다는 오히려 전통적으로 나와있는 topic들을 구조를 이용하여 상관적으로 취급하는데에 그 특징을 가지고 있다. 7학년과 8학년을 위한 예비과정에 불과한데, 이 교과서는 대수적인 전제를 부여 주면서 산수구조에 중점을 두었다. 7,8학년에서 나오는 교과내용은 전 중학교 교과과정에서 볼 수 있는 추상개념, 정의의 역할, 명백한 수학적 사실과 실험사고를 통한 발전등인데, 특히 9학년을 위한 First Course in Algebra에서는 대수의 구조를 강조했고, 기초적인 구조의 사고를 바탕으로 구성되어 있다. 10학년에서의 기하는 평면기하와 약간의 입체기하 그리고 해석 기하의 소개를 포함하고 있는데, 입체기하를 통해서 학생들의 공간에 대한 지각력을 길러 주려고 노력한듯 하다. 11학년을 위한 Intermediate Mathematics는 삼각함수, Vector, 로그함수, 수학적 귀납법 그리고 복소수를 포함하고 있는데, 주로 수학적인 사고력을 길러 주려고 애쓴 것이 눈에 띄게 나타난다.

12학년 1학기에서 나오는 함수론에는 실용적인 응용을 강조하면서 다항식, 지수함수, 로그함수 그리고 삼각함수 등을 포함하고 있다. 12학년 2학기에서 나오는 행렬식 대수개론에는 선형방정식의 해법과 기하학의 응용을 포함하는 행렬등을 취급한다.

여기서도 구조가 많이 소개 되었다.

또한 12학년을 위한 解析 I, II는 1년 course로 꾸면 짓고, Computer Science에 기초가 되는 수학적 개념과 관련이 되어 있다.

둘째로, UICSM의 목표는 현대수학에 있어서 주요한 개념이 될 수 있는 전통적인 교과내용을 재 인식 시키는 것인데, 특히 UICSM은 학생들로 하여금 발명해 내는 힘과 창조력

을 연마하고 즉흥적인 흥미를 가지게 하는 것을 목표로 하고 있으며, 특히 학생들이 스스로 원리를 발견하고 문제 해결에 필요한 교묘한 기술을 발전시키고 연마하는 힘을 기르기 위하여 수학을 일관성 있고 통일된 분야로 만들려고 애를 썼다.

다시 말해서 UICSM은 학생들이 수학내용을 그저 받아드리는 것보다 오히려 수학을 발견하면서 내용을 배우도록 강조하고 있다.

9학년을 위해서는 실수의 산수연산, 대수적 구조의 방법과 그 일반화, 방정식과 부등식 그리고 순서쌍과 그래프 등을 주로 교과내용으로 하고있고, 10학년에는 관계와 함수, 그리고 기하를 볼수있다.

11학년을 위해서는 수학적 귀납법과 수열, 12학년에는 지수함수와, 로그함수 원형함수와 삼각함수, 그리고 다항식 함수와 복소수등을 강조하고 있다.

일반적으로 UICSM 교과서에서 볼 수 있는 특징은 교과서나 또는 교사지도에서 가능한대로 긴 문장을 사용하지 않으려고 애를 썼고 학생에 의한 일반성의 발견을 권장하고 그것을 길러 줄려고 애쓴 점이다.

셋째로, GCMP의 목표로 이해력있고 체계적인 수학교과 내용을 발전시키려는 것인데 기본목표는 복잡하고 변화많은 사회에 있어서 지식있는 어른을 만들고 모든 학생이 생산적인 일을 준비할 수 있는 힘을 길러 주려는 것이다.

GCMP의 교과내용은 여러가지로 다른 능력을 가진 학생들을 위해 쓰여졌다. 배우는 기회가 순형질식으로 구성되었고 수학용어와 미리 배운 내용이 계속적으로 다시 나오게 하며 점점 복잡한 것으로부터 차츰 높아가도록 만들었다.

GCMP의 교과내용은 크게 예비대수(pre-algebra)와 기하로 나누는데 7,8,9학년을 위한 예비대수에는

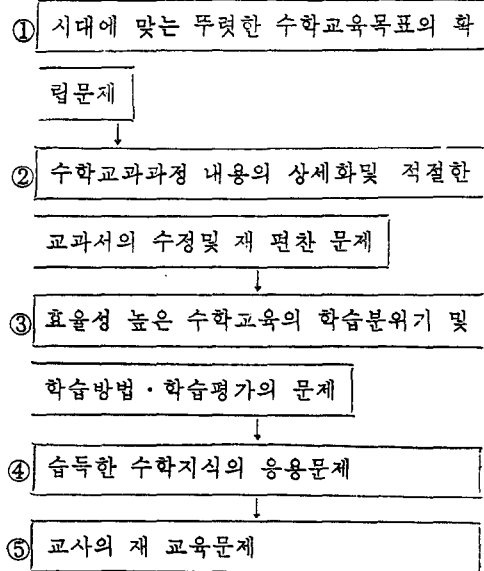
- ① 기초사항의 복습 ② 계산의 연장과 유지 ③ 새 개념 그리고 ④ 새 지식의 흡수 등의

특징을 볼 수 있다.

9,10,11학년에 주어지는 기하는 공리적인 방법, 평면과 공간의 기본적인 기하내용, 유우크릿드기하 그리고 비유우크릿드 기하등이 강조되고 있다.

§3. 보다 낫은 數學教育改善을 위한 問題點 研究

미국에서의 수학교육현대화 운동이 어느 정도 발전을 보았다고는 하지만, 큰 만족을 못하고 있고, 여러가지 비판과 평가를 참작하고, 앞으로 계속 보다낫은 수학교육을, 하려면 다음 5가지의 문제들을 체계적으로 연결시키면서 계속 연구해 나가야 된다는 것이 수학교육을 전공하는 학자들의 일반적인 생각이다.



첫째, 통찰력이 없고 불투명한 교육 목적의식을 바로 잡기 위하여 현시대에 맞는 뚜렷한 수학교육목표를 설정하는 문제로서, 이미 교육과정을 만들고 안정된 교과서를 가지고 수학교육을 하는 입장에 있으나, 시대의 변화에 따라서 또한 각주의 지역사회의 실정에 비추어 결실히 요청되는 교육의 이념·목표 및 내용을 탐색하여 수학교육의 기본방향을 설정해 나가야 한다는 것이다. 이러한 뚜렷한 수학교육목

표의 설정문제는 변천하는 시대사조에 맞추어 교육학을 전공하는 전문가와 수학의 전문가들로 구성된 Committee에서 연구되고 있다.

둘째, 일반적으로 미국에서의 SMSG, UICSM 그리고 GCMP는 동기와 활동을 근거로해서 교과내용을 발전시켜 나갔고 물론 집합의 기초개념의 철저한 도입으로부터 대수적 구조 논리학의 개념등을 강조하면서 교과서를 만들었으나 특히 SMSG 교과서를 쓴 학생들과 전통적인 교과서를 쓴 학생들의 수학내용의 성취도를 연구 조사한 결과 그렇게 큰 차이를 발견하지 못하였다.

그러나 UICSM은 수학의 원리를 발견하기 위한 많은 내용을 동원한 것을 생각할 때 수학의 기초개념의 이해를 위해 교육측정을 해본 결과, 통계적으로 높은 학년의 지능이 좋은 학생들에게는 그 효과가 대단하였음을 알 수 있다. 이 UICSM 교과서가 수학교육의 현대화 계획에서 가장 비전통적인 교재라고 볼 수 있는 것이다.

셋째, 효율성 높은 수학교육의 학습분위기 및 학습방법의 문제로는, 대부분 미국에서의 수학교사들은 수학교실을 가지고 있어서 자기가 학습에 필요한 여러가지 자료와 도구들을 모아 놓고 있고, 우리나라에서와 같이 선생이 학생들의 교실을 찾아가는 것이 아니고, 학생들이 시간마다 교실을 바꾸어 가며 수업을 받고 있다.

교사는 보통 하루에 5시간 정도의 수업을 하는데 대개 교사 중심으로 강의를 하며 틈틈히 학생들의 질문을 통한 수업참여, 칠판에서의 문제풀이 등으로 재래식 교육방법을 쓰고 있다. 아직도 대부분의 학생들은 Mathematics is something to know rather than something to do로 생각하고 있어서 처음이나 중도에서 흥미를 잃으며 과목을 취소하는 예가 많다.

넷째, 습득한 수학지식의 응용문제로는 학생들이 배운 수학지식을 어떻게 그리고 어디에 응용할 수 있을까 하는 문제에 대해서 일반적으로 현대수학을 가지고 과학적 개념, 원

리, 현상등의 수학적인 연구를 하므로서 어느 분야의 subject를 당면하든간에 그것을 하나의 science로 해석할 수 있는 힘을 길러 주도록 애쓰는 것이라고 보고 있다. 특히 수학을 가장 많이 응용할 수 있는 분야를 든다면 Stability problem, Optimization problem, 그리고 Statistics and random process를 쫓는 문제등이다.

다섯째, 教師의 再教育문제로는 물론 National Science Foundation에서 재정적으로 후원을 하는 매년 여름기간에 대학교에서 주어지는 Academic Institute도 있고, 1년을 통하여 재교육을 받게 하는 특별 program도 있다. 정부나 주교육당국에서는 교사들의 연봉에서 교육을 받고 나면 안 받음이 보다 차이가 날 만큼 인상을 해 주어서 교사 재교육의 기회를 마련해 주려고 주력하고 있으나, 아직도 재교육을 받아야 할 사람이 많이 있는 것은 사실이다.

§4. 結 論

현재 미국에서는 中等學校의 數學教育改善을 위하여 더 낡은 방향으로 계속 연구해 나가고 있는데 그 研究의 기틀은 위에서 말한 다섯가지의 문제들을 체계적으로 五位一體가 되도록 노력해 나가고 있다. 즉 ①수학교육목표가 변천하는 시대사조에 가장 합당한 것이 되고 명료히 정의 되기 위한 일련의 노력이 경주되고 있고,

② 그 목표가 충실히 그리고 효과적으로 실현될 수 있도록 교과과정 내용을 상세화 하고, 거기에 따르는 現代數學에로의 接近을 위하여 재래교재의 대담한 삭제 및 첨가등을 위한 노력이 경주되고 있다. 그러나 현재에 사용되는 교과서들은 SMSG, UISSM 그리고 GCMP등을 통해서 과거에 비해 훌륭한 내용이 만들어져 있다는 것은 의심할 여지가 없다.

③ 그 교육목표와 그 교과과정내용을 모든 학생들에게 만족스럽게 학습시킬 수 있는 효과적인 교수체제 및 자료를 발견하도록 노력하면서, 작성된 학습시안을 시행하고, 평가하고

다시 작업을 반복하면서 보다 나은 방법을 위하여 노력을 결주하고 있으며,

④ 습득된 지식의 내용과 창의력을 어떻게 최대한도로 과학여러 분야에 응용할 수 있나 하는 것을 연구하고 있고,

⑤ 교육목표 의식이 뚜렷하고 새 교과과정 정신에 젖고 새 교육체제를 충분히 소화 구상할 수 있는 교원의 재교육 및 새교원의 양성 문제들을 계속 연구하고 있다.

REFERENCES

(1) E.A.Bender, "Teaching Applicable Mathematics" Institute for Defense Analyses 1973, March, Math. Educ. 302-307

(2) Committee on the Undergraduate program in Mathematics, A Curriculum in Applied

Math. 1966.

(3) M.W.Ham, "The Lecture Method in Mathematics" st. John's College, Annapolis Md. 1973 Feb. Math. Educ. 195-201

(4) S.Y.Lee, "The international Movement, on attempt to modernize Mathematics Teaching" J. of Korca Soc. of Math. Educ. 1963 Vol. I. No.2 10-12

(5) H.S.Park. "A study of Developing Mathematics Teaching Materials to establish the sense of National Identity" J. of Korea Soc. of Math. Educ. 1972 Vol.XI. No.1 1-16.

(6) G.B.Price, "Progress in Mathematics and Its imolications for the schools" The Revolution in School Mtaematics N.C.T.M 1961, 1-14