背骨型斷面 柱狀體의 自由水面에서의 비틂振動에 對한 二次元的 附加慣性모우먼트의 計算

*李 起 杓 · *梁 永 淳

A Note on the Two-Dimensional Added Mass Moment of Inertia in Torsional Vibration of Cylinders of Curvilinear-Element Sections with Chines.

by

*Key P. Rhee · *Y. S. Yang

Abstract

A Calculation of the two dimensional added mass moment of inertia for the Kim's chine form sections is made with a special consideration of a location of an axis of rotation.

The results are compared with those of Lewis form section equivalent to the above chine form sections calculated by Kumai.

1. 緖 言

船體의 비틂固有振動數를 計算하는데 있어서는 물의 附加慣性모우먼트의 分布를 알아야 한다.

Lewis 斷面 柱狀體에 對한 二次元的 計算은 Kumai [1]가 行한바 있다. 本論文에서는 Kumai의 解析方法에 따라서 金[2]의 單一 背骨型과 複背骨型斷面에 對한 計算을 하고 Kumai의 Lewis 斷面에 對한 結果와 比較하여 斷面의 變化에 對한 影響을 考察하였다.

2. 斷面形狀

寫像函數

$$\left.\begin{aligned} & Z=M(\zeta+a_1\zeta^{-1}+a_m\zeta^{-m}) \\ & \text{但, } Z=x+iy \\ & \zeta=e^{\alpha}e^{i\theta}=e^{i\theta} \text{ for } \alpha=0(\text{單位圓}) \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

에서 金의 單一背骨型斷面은 $m=7$, 複背骨型斷面은 $m=11$, $0<a_m\leqq\frac{1}{m}$이며, M은 斷面의 scale factor이다.

(1)로 부터

$$x=M\left\{e^{\alpha}\cos\theta+e^{-\alpha}a_1\cos\theta+(-1)^{\frac{m+1}{2}}e^{-m\alpha}a_m\cos m\theta\right\}$$

$$y=M\left\{e^{\alpha}\sin\theta-e^{-\alpha}a_1\sin\theta+(-1)^{\frac{m-1}{2}}e^{-m\alpha}a_m\sin m\theta\right\} \tag{2}$$

(2)에서 $\alpha=0$가 Z-面에서 斷面形狀을 決定해 주며, $\theta=0$ 및 π가 自由水面에 該當한다. 斷面의 半幅 吃水比를 H_0, 斷面積係數를 σ라고 하면

$$H_0=\frac{b}{d}=\frac{1+a_1+a_m}{1-a_1+a_m} \tag{3}$$

$$\sigma=\frac{S}{2bd}=\frac{\pi}{4}\frac{(1-a_1^2-ma_m^2)}{(1+a_1+a_m)(1-a_1+a_m)} \tag{4}$$

(1)에 依해서 얻어지는 背骨型斷面에 對하여, 等角寫像條件을 充足시키기 위한 諸條件式에 關해서는 文獻[2]에 詳細히 說明되어 있다.

3. 附加慣性 모우먼트

理想流體의 自由表面에서 金의 背骨型 斷面柱狀體가 自由水面으로부터 $y=y_0$만큼 떨어져 있는 軸 即 $x=0$, $y=y_0$로 定義되는 軸을 廻轉軸으로하여 高振動數로 廻轉振動을 할 때의 二次元的 附加慣性모우먼트 係數는 Kumai가 Lewis 斷面柱狀體에 對해서 解析한 方法을 襲用하면 다음과 같이 얻어진다. (附錄參照)

單一背骨型斷面(a_1, a_7)에 對해서

$$C=\frac{\Delta I}{\rho\pi d^4}=\frac{2\sum_{n=1}^{\infty}nA^2_{2n}}{(1-a_1+a_7)^4} \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} \text{但, } A_2 &= \left[a_1-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}\left(\frac{1-a_1}{3}+\frac{7a_7}{45}\right)\right] \\ A_4 &= -\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}\left(\frac{1-a_1}{15}+\frac{7a_7}{33}\right) \\ A_6 &= a_1a_7-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}\left(\frac{1-a_1}{35}+\frac{7a_7}{13}\right) \\ A_8 &= a_7-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}\left(\frac{1-a_1}{63}-\frac{7a_7}{15}\right) \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

接受日字：1974年 10月 16日

* 正會員, 서울大學校 大學院

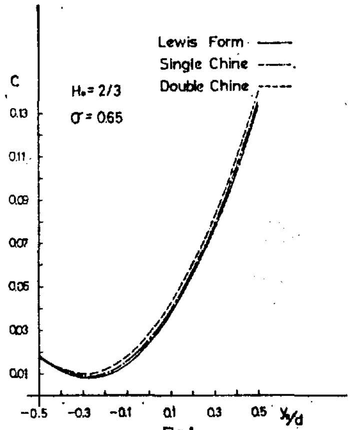

Fig.1

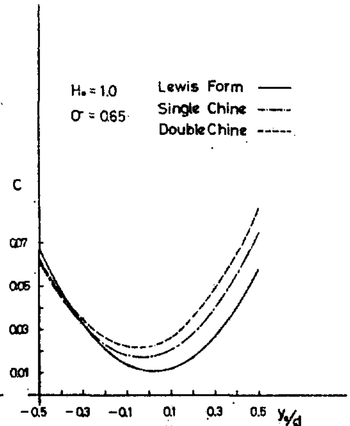

Fig.2

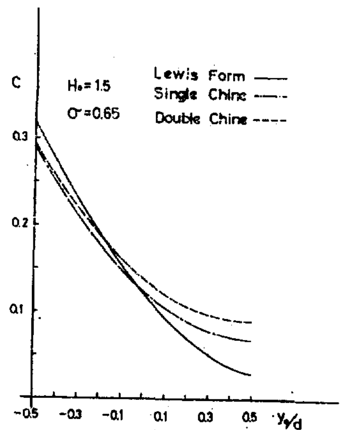

Fig.3

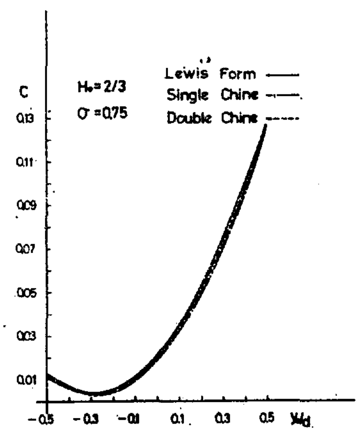

Fig.4

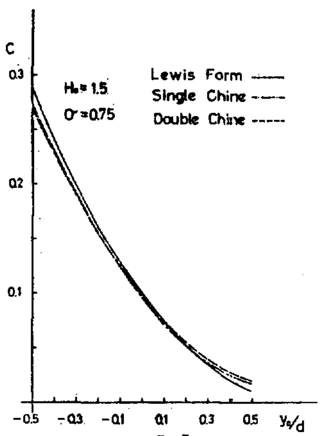

Fig.5

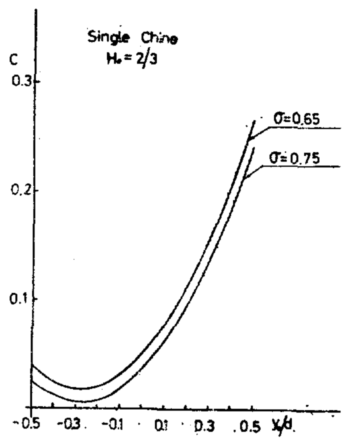

Fig. 6

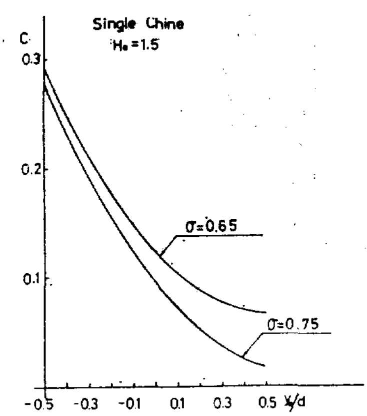

Fig. 7

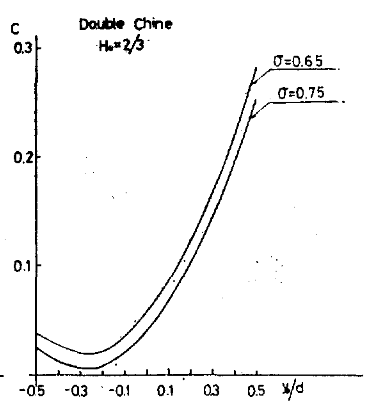

Fig. 8

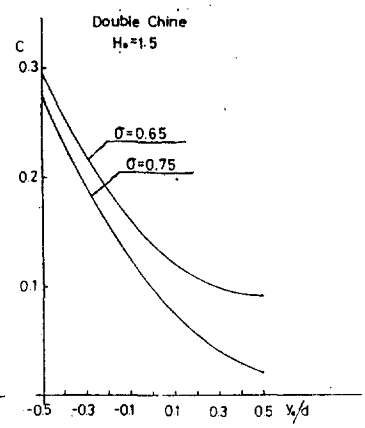

Fig. 9

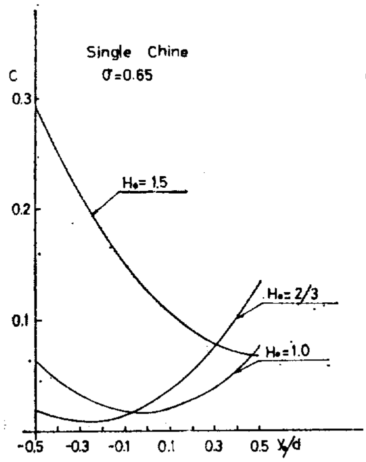

Fig. 10

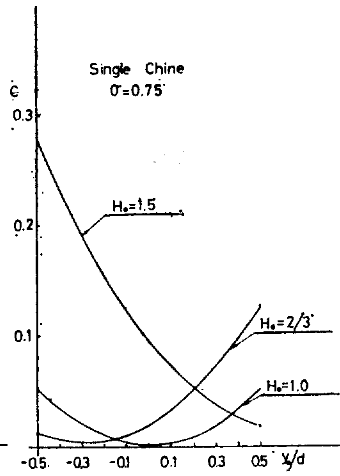

Fig. 11

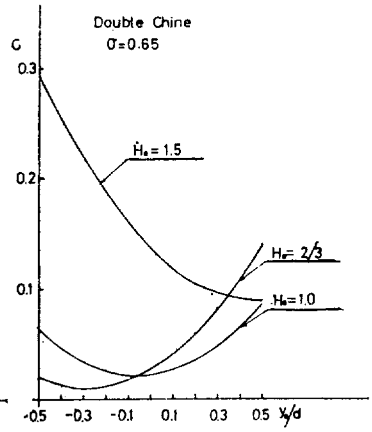

Fig. 12

$$A_{2n}=-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}\left(\frac{1-a_1}{4n^2-1}-\frac{7a_7}{4n^2-49}\right);\ n\geq5 \qquad (6)$$

複背骨型 斷面(a_1, a_{11})에 對해서

$$C=\frac{2\sum_{n=1}^{\infty} nA^2_{2n}}{(1-a_1+a_{11})^4} \qquad (7)$$

但,
$$\left.\begin{aligned}
&A_2=a_1-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}\left(\frac{1-a_1}{3}+\frac{11a_{11}}{117}\right)\\
&\left.\begin{matrix}A_4\\A_6\\A_8\end{matrix}\right\}A_{2n}=-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}n\left(\frac{1-a_1}{4n^2-1}-\frac{11a_{11}}{4n^2-121}\right);\ n=2,3,4\\
&A_{10}=a_1a_{11}-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}\left(\frac{1-a_1}{99}+\frac{11a_{11}}{21}\right)\\
&A_{12}=a_{11}-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}\left(\frac{1-a_1}{143}-\frac{11a_{11}}{23}\right)\\
&A_{2n}=-\frac{4}{\pi}\frac{y_0}{M}n\left(\frac{1-a_1}{4n^2-1}-\frac{11a_{11}}{4n^2-121}\right);\ n\geq7
\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

4. 計算結果 및 考察

Lewis 斷面(a_1, a_3), 金의 單一背骨型斷面(a_1, a_7) 및 複背骨型斷面 (a_1, a_{11})에 對하여 H_0, σ와 y_0/d를 變化시키면서 그들 斷面 柱狀體의 回轉振動에 對한 二次元的附加慣性 모우먼트係數 (5), (7)을 서울大學校 工科大學 IBM 1130 計算組織을 使用해서 計算하였다.

上記의 세가지 型의 斷面에 對해서 $\sigma=0.65, 0.75$의 境遇에 對해 H_0를 2/3, 1.0, 1.5로 變化시키면서 C를 計算한 結果를 Fig. 1～Fig. 5에 圖示하였고, 背骨型 斷面에 對해서 $H_0=2/3$, 1.5인 境遇에 σ를 0.65, 0.75로 變化시키면서 計算한 結果를 Fig. 6～Fig. 9에 圖示하였고, 또 $\sigma=0.65$, 0.75에 對해서 H_0를 2/3, 1.0, 1.5로 變化시키면서 計算한 算果를 Fig. 10～Fig. 13에 圖示하였다.

以上의 計算結果로 부터 다음과 같은 것을 알 수 있었다.

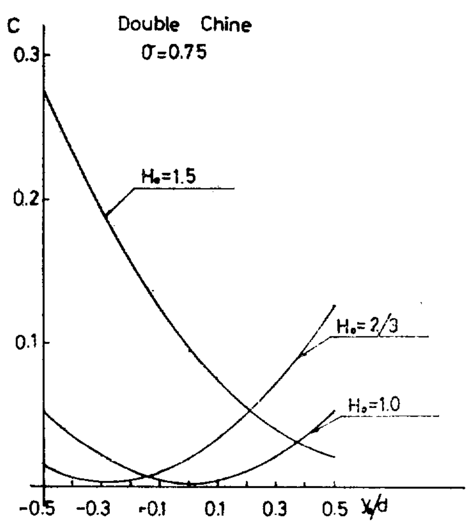

Fig. 13

(1) 二次元的 附加慣性 모우먼트 係數 C는 Lewis型에 對한 Kumai의 結果와 마찬가지로 背骨型斷面에 對해서도 廻轉中心의 位置에 따라 포물선型으로 變한다. C는 H_0나 σ의 값보다도 y_0/d 即 回轉中心의 位置에 가장 큰 影響을 받으며, σ의 影響이 가장 작다.

(2) 斷面積係數 σ가 커질수록 세가지 斷面 사이의 差異는 微小하다.

(3) 같은 H_0, 같은 σ의 斷面形狀에 對해서는 二次元的附加慣性 모우먼트 係數는 y_0/d가 陽일 때에는 대체로 Lewis 斷面, 單一背骨型斷面, 複背骨型斷面의 順으로 커지나 σ가 0.75 即 肥大斷面에 對해서는 $H_0=2/3$일때 前記 順序가 逆으로 되는데 그 差는 微小하다.

(4) H_0가 一定하고 σ가 變할때에 C는 背骨型斷面의 境遇에는 細形斷面이 肥大斷面보다 큰 값을 가진다.

(5) 一定한 σ에 對해서 H_0가 큰 境遇에는 y_0/d가 陰일때 C가 큰 값을 가지나 H_0가 작은 境遇에는 y_0/d가 陽일때 C가 큰 값을 가진다.

5. 結 論

以上의 計算結果로 부터 비틂振動에 있어서 二次元的 附加慣性모우먼트 係數 C는 半幅—吃水比 H_0, 斷面積係數 σ, 廻轉의 中心位置 y_0/d에 依存하며, 特히 σ의 影響보다 y_0/d, H_0의 影響을 많이 받는다.

二次元的 附加慣性 모우먼트係數 C는 H_0, σ가 같을때 斷面의 形狀에는 크게 依存하지 않으며, y_0/d의 값에 따라 포물선 形으로 變한다.

後 記

本 論文 作成에 많은 指導를 하여주신 黃宗屹, 金極天 敎授님께 感謝를 드린다.

參 考 文 獻

[1] T. Kumai : "Added Mass Moment of Inertia Induced by Torsional Vibration of Ships", Reports of Reseach Institute for Applied Mechanics, Kyushu Univ., Vol. Ⅶ, No. 28, 1959.

[2] K.C. Kim : "Added Mass for both Vertical and Horizontal Vibration of Two-Dimensional Cylinders of Curvilinear-Element Sections with Chines in a Free Surface", J. of the Society of Naval Archit. of Korea, Vol. 6, No. 1, 1969.

附 錄

Ⅰ. 基礎方程式과 境界條件

背骨型斷面 柱狀體가 完全流體의 自由水面에서 Z軸과 平行한 軸을 廻轉軸으로 하여 微小回轉振動

$$\theta=\Theta\cos\omega t \qquad (\text{Ⅰ-1})$$

을 하고 있다고 하자.

이때에 流體의 連續方程式은

$$\nabla^2\phi=0 \qquad (\text{Ⅰ-2})$$

自由水面에서의 境界條件은 $\omega\to\infty$ 일때

$$\phi=0 \quad (\theta=0,\pi) \qquad (\text{Ⅰ-3})$$

無限遠方에서의 境界條件은

$$\phi\to 0 \quad (\alpha\to\infty) \qquad (\text{Ⅰ-4})$$

物體表面 即 $\alpha=0$인 面에 接하고 있는 流體의 法線方向의 速度는

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)_{\alpha=0}=\left(h\frac{\partial\phi}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=0}$$

柱狀體 表面에서의 振動速度의 法線方向成分은 廻轉中心의 水線과의 거리를 y_0라고 하면

$$\Theta\omega xh\left[\frac{\partial y}{\partial\alpha}-(y+y_0)h\frac{\partial x}{\partial\alpha}\right]_{\alpha=0}\cos\omega t=\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)_{\alpha=0} \qquad (\text{Ⅰ-5})$$

단, $\left(h\frac{\partial y}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=0}$, $\left(h\frac{\partial x}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=0}$는 柱狀體表面에서 그은 法線의 方向餘弦, 따라서 物體表面에 對한 境界條件은

$$\Theta\omega\left[xh\frac{\partial y}{\partial\alpha}-(y+y_0)h\frac{\partial x}{\partial\alpha}\right]_{\alpha=0}\cos\omega t=\left(h\frac{\partial\phi}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=0} \qquad (\text{Ⅰ-6})$$

Ⅱ. 附加慣性모우먼트

境界條件(Ⅰ-3)과 (Ⅰ-4)를 滿足하는 連續方程式(Ⅰ-2)의 解는

$$\phi=-\Theta\omega M^2\sum_{n=1}^{\infty}A_{2n}e^{-2n\alpha}\sin 2n\theta\cdot\cos\omega t \qquad (\text{Ⅱ-1})$$

로 取할 수 있으며, 係數 A_{2n}은 境界條件 (Ⅰ-6)을 滿足하도록 決定하면 된다.

(Ⅰ-6)과 (Ⅱ-1)에서 A_{2n}을 決定하면, 單一背骨型斷面 (a_1, a_7)에 對해서는 本文의 (6)式, 複背骨型 斷面(a_1, a_{11})에 對해서는 本文의 (8)式이 얻어진다.

柱狀體周圍의 물의 運動에너지는

$$T=-\frac{\rho}{2}\int_0^{\pi}\left(\phi\frac{\partial\phi}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=0}d\theta \qquad (\text{Ⅱ-2})$$

(Ⅱ-1)과 (Ⅱ-2)로 부터

$$T_{max}=\rho(\Theta\omega)^2M^4\pi\sum_{n=1}^{\infty}nA_{2n}^2 \qquad (\text{Ⅱ-3})$$

또한,

$$T_{max}=\frac{1}{2}\Delta I(\Theta\omega)^2 \qquad (\text{Ⅱ-4})$$

이므로, (Ⅱ-3), (Ⅱ-4)에서 ΔI를 구하면 아래와 같다.

$$\Delta I=2\rho\pi M^4\sum_{n=1}^{\infty}nA_{2n}^2 \qquad (\text{Ⅱ-5})$$

이제, 二次元的 附加慣性모우먼트 係數 C를

$$C=\frac{\Delta I}{\rho\pi d^4} \qquad (\text{Ⅱ-6})$$

와 같이 定義하면

$$C=2\left(\frac{M}{d}\right)^4\sum_{n=1}^{\infty}nA_{2n}^2 \qquad (\text{Ⅱ-7})$$

따라서, 單一背骨型斷面에 對해서는

$$C=2\frac{\sum_{n=1}^{\infty}nA_{2n}^2}{(1-a_1+a_7)^4} \qquad (\text{Ⅱ-8})$$

複背骨型 斷面에 對해서는

$$C=2\frac{\sum_{n=1}^{\infty}nA_{2n}^2}{(1-a_1+a_{11})^4} \qquad (\text{Ⅱ-9})$$