

船體비틀振動에 있어서의 附加慣性모우멘트 3次元修正係數

金 極 天* · 李 昊 燮**

Three Dimensional Correction Factors for the Added Mass Moment of Inertia of Ships in Torsional Vibration

by

K. C. Kim*, H. S. Lee**

Abstract

As for the added mass moment of inertia of ships in torsional vibration, it seems that the works by T. Kumai [1, 2] are the only systematic one available currently. The work [1] is for the calculation of the two dimensional added mass moment of inertia, and in the work [2] he investigated three dimensional correction factors with finitely-long elliptic cylinders as the mathematic model.

In this work the authors recalculated the above factors, J_T , with the same mathematic model and the same problem formulation, and presented the numerical results in Fig. 1. The reason why the reinvestigation was done was that in Kumai's work he obtained the solutions of the Mathieu equations, which was derived from the problem formulation for the velocity potential, under the assumption that the dummy constant q involved in the equations was always far less than unity, whereas in fact it takes values within the region of $0 < q \leq \infty$ in sequence.

As a result the authors found two remarkable differences in general features of J_T (refer to Fig.3); one that the authors' numerical results are considerably higher than the results given in [2], and the other that for a given number of node those have properties of decreasing monotonically with increase of the beam-draft ratio while these rapidly decrease from a maximum value of near at $B/T=2.00$ with B/T becoming greater or less than that ratio. It seems that the latter trend was resulted from the fact that the assumption of $q \ll 1$ employed in [2] was more closely satisfied in the vicinity of $B/T=2.00$.

1. 緒 論

船體비틀振動에 있어서의 附加慣性모우멘트의 計算에 관하여서는 T. Kumai 教授의 研究 [1, 2]*가 있다. [1]은 Lewis form 船型에 대한 2次元의 計算이고, [2]는 有限長 橢圓斷面柱狀體를 數學的 模型으로 擇한 3次元修正係數에 관한 研究이다.

3次元修正係數는 振動體周圍의 流體의 3次元의 運動에너지의 2次元의 運動에너지에 대한 比로서 定義되며, 運動에너지의 計算을 위하여서는 먼저 振動體周圍의 流體의 速度 potential ϕ 를 구하게 된다. 數學的 模型이 橢圓斷面柱狀體이므로 橢圓柱座標系(ξ, η, z)를

취하여 計算을 수행하면, $\phi(\xi, \eta, z, t) = \phi_1(\xi)\phi_2(\eta)\phi_3(z)e^{i\omega t}$ 로 놓았을 때 $\phi_2(\eta), \phi_1(\xi)$ 는 차례로 Mathieu equation 및 modified Mathieu equation의 解系**로서 주어진다.

그런데 Kumai는 주어진 境界條件을 만족하는 解系 $se_{2r}(\eta, -q_m)$ 및 $Gek_{2r}(\xi, -q_m)$ (但, $r=1, 2, 3, \dots$)에 대하여 $r=1$ 인 경우만 취하고, 또 $se_2(\eta, -q_m) \cong \sin 2\eta$, $Gek_2(\xi, -q_m) \cong I_0(u_m)K_2(v_m) - I_2(u_m)K_0(v_m)$ (但, $u_m = \sqrt{q_m}e^{-\xi}$, $v_m = \sqrt{q_m}e^{\xi}$)로 하여 計算을 一貫했다. 이와같은 近似計算은 $q_m \ll 1$ 일 때 그 妥當性이 認定된다. 그러나, 실제로 주어진 問題에서 q_m 는 $\xi = \xi_0$ 로 정해지는 斷面에 대하여 $q_m = (m\pi/2 \sinh \xi_0)^2 (T/L)^2$; $m=1, 3, 5, \dots$,

接受日字 1974年 9月 13日

* 正會員, 서울大學校 工科學校, **正會員 서울大學校 大學院生

* [] 內 數字는 本文末尾에 紹介한 參考文獻의 番號임.

** 이 報文에서 Mathieu function에 關連하여 사용된 記號들은 Maclachlan[4]의 記號임.

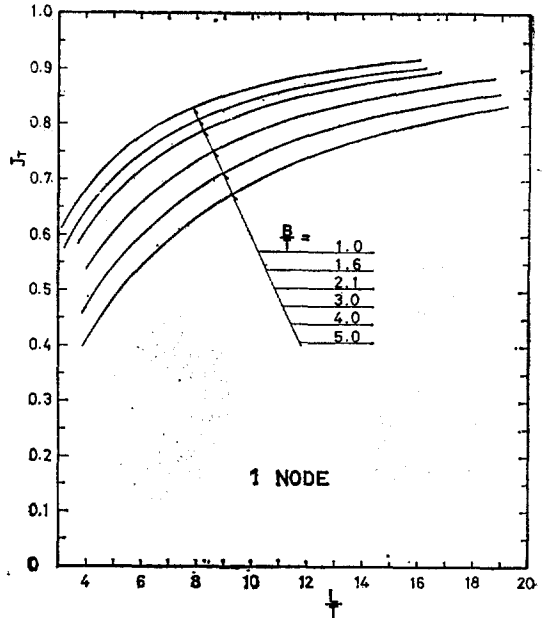
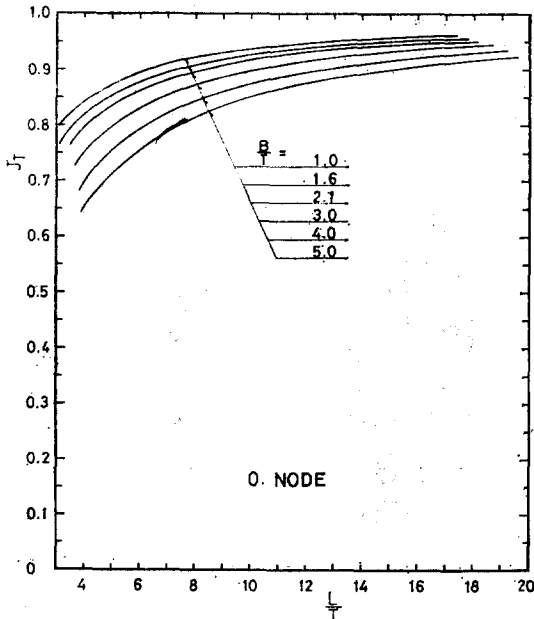


Fig. 1. The three dimensional correction factor J_T vs. the length-draft ratio with the beam-draft ratio as the parameter

또는 2, 4, 6, ... (但, T/L 는 吃水·長比)로 산정되는 값이어서 일반적으로 $0 < q_m \leq \infty$ 이다. 따라서 $q_m < 1$ 이란 假定下의 計算은 嚴密解에 대하여 매우 큰 誤差를 가지게 되리라는 것을 쉽게 짐작할 수 있다.

本 研究에서는 ϕ 의 計算을 위한 Mathieu equations의 解系로서 complete set를 취하여 3次元修正係數에 대한 理論的 嚴密解를 導出하고 이 解를 가지고 J_T 의 系統的 數值計算을 수행하였다. 그 結果를 設計資料로서 圖式的으로 提示하였으며, 아울러 前記 近似計算結果와 比較 吟味하였다.

2. 理論計算

半無限水域의 自由水面에서 길이 L 인 半沒橢圓柱狀體가 高振動數로 비틀振動을 한다고 생각하지. 물은 理想流體인 것으로 가정한다. 理論計算의 基本體系는 앞서 發表한 水平振動의 경우 [3]와 같다. 다만, 내용에 있어서 振動型이 비틀振動이므로 基本振動型이 一節振動이고, 問題의 形成에 있어서는 柱狀體의 接水面에 대한 境界條件이 달라지는 點만이 다르다.

柱狀體의 左端斷面의 圖心을 原點으로 해서 水面과 一致하는 長軸方向을 x 軸, 柱狀體 길이 方向을 z 軸으로 하는 cartesian 座標系(x, y, z)를 取하면 이 座標系와 橢圓柱座標系(ξ, η, z) 사이에는 다음 變換式이 成立한다.

$$\left. \begin{aligned} x &= h \cosh \xi \cdot \cos \eta \\ y &= h \sinh \xi \cdot \sin \eta \\ z &= z \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

但, $2h$ 는 橢圓斷面의 焦點間거리

(1) 式에서 $\eta=0$ 및 π 가 自由水面이고, $\xi \rightarrow 0$ 에서 幅 $2h$ 인 薄板, $\xi \rightarrow \infty$ 에서는 無限半徑의 圓柱가 된다. 이 橢圓柱座標系에서 hyperbolic arc length ds_1 과 elliptic arc length ds_2 는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} ds_1 &= l_1 d\xi \\ ds_2 &= l_2 d\xi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\text{但, } l_1 = l_2 \frac{h}{\sqrt{2}} \sqrt{\cosh 2\xi - \cos 2\eta}$$

또 $\xi = \xi_0$ 인 橢圓斷面에 對해서 船型幾何學的 寸數, 寸數比등을 定義하면

$$\left. \begin{aligned} B &= 2h \cosh \xi_0 \\ T &= h \sinh \xi_0 \\ B/T &= 2 \coth \xi_0 > 2.00 \\ \sigma &= \frac{\pi}{4} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

와 같다. 但, σ 는 斷面積係數이다.

柱狀體 周圍流體의 3次元 速度 potential ϕ 에 대한 Laplace 方程式 $\nabla^2 \phi = 0$ 은 橢圓柱座標系에서 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{1}{l_1^2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

이제, 주어진 문제에 대한 境界條件은 다음과 같이 設定할 수 있다.

(1) 自由水面 ($\eta=0$ 및 π), 無限遠點 ($\xi \rightarrow \infty$) 및 兩端 ($z=0$ 및 L)에 對하여 共히 $\phi=0$ 로 취하고,

(2) 柱狀體의 接水面 ($\xi = \xi_0$)에 對하여 柱狀體의 비틀振動波形을 cosine mode 即, $\cos(s\pi z/L)$ (但, s 는 node數)로 가정하면, 振動速度 $\Omega e^{i\sigma t}$ 의 $\xi = \xi_0$ 인 contour에 대한 法線方向 分速度 Ω_n 는

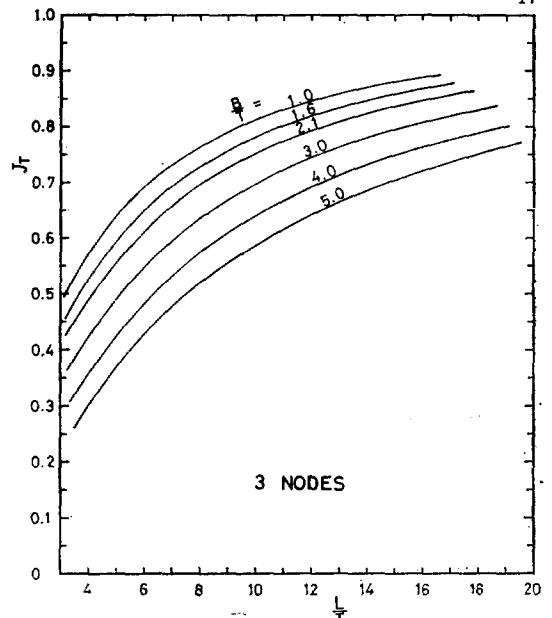
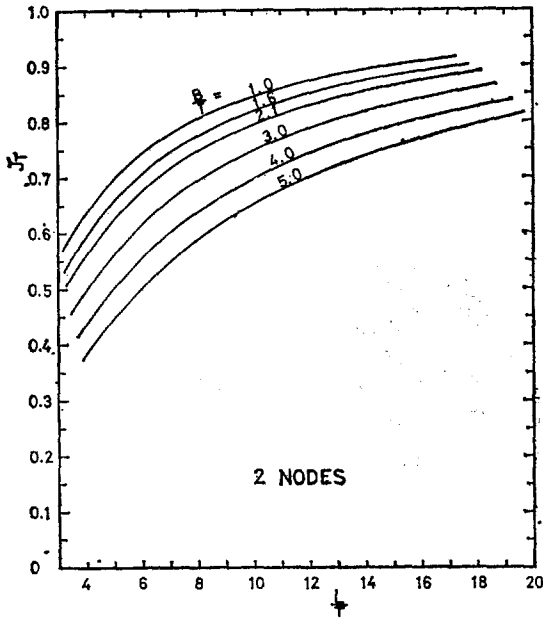


Fig. 1 Cont'd. The three dimensional correction factor J_T vs. the length-draft ratio with the beam-draft ratio as the parameter

$$\Omega_n = \Omega \left\{ \frac{1}{L} \left(x \frac{\partial y}{\partial \xi} - y \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \right\}_{\xi=t_0} \cos \left(\frac{s\pi z}{L} \right) e^{i\omega t} \quad (a)$$

와 같다. 式(a)의 括弧內를 演算하고, 또 $\cos(s\pi z/L)$ 를 區間 $0 < z < L$ 에 대하여 Fourier sine級數로 展開함으로써

$$\Omega_n = \Omega \left(\frac{1}{L} \right)_{\xi=t_0} \frac{h^2}{2} \sin 2\eta \sum_m \frac{4}{\pi} \left(\frac{m}{m^2 - s^2} \right) \sin k_m z \cdot e^{i\omega t} \quad (b)$$

但, $k_m = \frac{m\pi}{L}$

$$m = \begin{cases} 1, 3, 5, \dots; & s=0, 2, 4, \dots \text{에 대하여} \\ 2, 4, 6, \dots; & s=1, 3, 5, \dots \text{에 대하여} \end{cases}$$

故로, 柱狀體 接水面(兩端除外) 即, $\xi = \xi_0$ 에 대한 境界條件式은

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_{\xi=t_0} = \Omega_n \quad (c)$$

로 부터 다음과 같이 표시된다.

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_{\xi=t_0} = \Omega \frac{h^2}{2} \sin 2\eta \sum_m \frac{4}{\pi} \left(\frac{m}{m^2 - s^2} \right) \sin k_m z \cdot e^{i\omega t} \quad (5)$$

이제 速度 potential ϕ 를

$$\phi(\xi, \eta, z, t) = \phi_1(\xi) \phi_2(\eta) \phi_3(z) e^{i\omega t} \quad (d)$$

로 놓되, $\phi_3(z)$ 는 兩端에 대한 境界條件과 Ω_n 의 z 方의 分布를 고려하여

$$\phi_3(z) = \sum_m C_m \sin k_m z \quad (6)$$

를 取한다. 이를 式(4)에 代入하면 a 를 分離常數로 해서 m 의 주어진 값에 대하여

$$- \frac{d^2 \phi_{2m}}{d\eta^2} + \{ a - 2(-q_m) \cos 2\eta \} \phi_{2m} = 0 \quad (e)$$

$$\frac{d^2 \phi_{1m}}{d\xi^2} - \{ a - 2(-q_m) \cosh 2\xi \} \phi_{1m} = 0 \quad (f)$$

但, $q_m = \left(\frac{hk_m}{2} \right)^2$

을 얻게 되는데, (e), (f),는 차례로 Mathieu equation 및 modified Mathieu equation이다. 따라서 $\phi_m = \phi_{1m} \cdot \phi_{2m}$ 는 a 및 q_m 의 같은 값에 대한 (e) 및 (f)의 解의 相乘積으로 構成된다. 주어진 問題의 性格으로부터 이들의 解中에서 η 에 對해서는 週期 π 인 週期解, ξ 에 대해서는 非週期解를 取하되, ξ 에 대한 非週期解는 다시 modified Bessel function I, K 의 相乘積의 級數로 展開되는 解를 選擇하면 ϕ_m 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_m = & \sum_{r=0}^{\infty} E_{2r} \cdot Fek_{2r}(\xi, -q_m) \cdot ce_{2r}(\eta, -q_m) \\ & + \sum_{r=1}^{\infty} F_{2r} \cdot Gek_{2r}(\xi, -q_m) \cdot se_{2r}(\eta, -q_m) \end{aligned} \quad (g)$$

自由水面에 대한 境界條件으로부터 式(g)에서 $E_{2r} = 0$ 이어야 하기에, 결국 ϕ 는

$$\begin{aligned} \phi = & \sum_m \sum_{r=1}^{\infty} D_{m,2r} \cdot Gek_{2r}(\xi, -q_m) \cdot se_{2r}(\eta, -q_m) \\ & \cdot \sin k_m z \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (h)$$

式(h)가 無限遠點에 대한 條件 即, $\xi \rightarrow \infty$ 때 $\phi = 0$ 를 만족함은 $Gek_{2r}(\xi, -q_m)$ 의 性質로부터 自明하다.

이제, 式(5)를 이용하여 式(h)의 $D_{m,2r}$ 를 결정하자. 그러기 위해서는 우선 式(5) 右邊의 $\sin 2\eta$ 를 $se_{2r}(\eta, -q_m)$ 의 級數로 展開할 필요가 있다. 即,

$$\sin 2\eta = \sum_{r=1}^{\infty} B_2^{(2r)}(q_m) \cdot se_{2r}(\eta, -q_m) \quad (i)$$

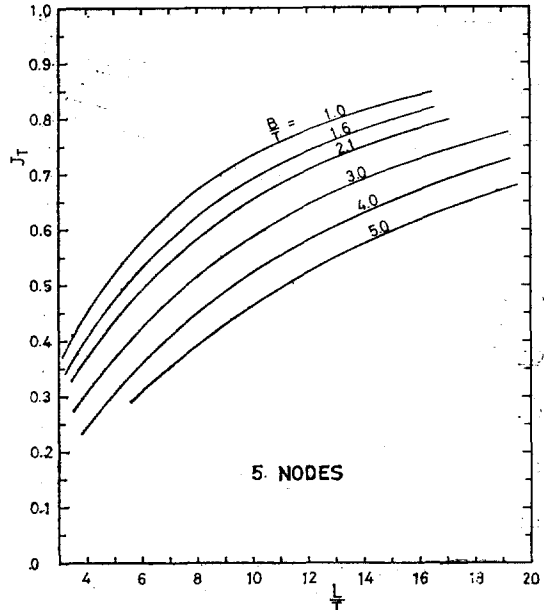
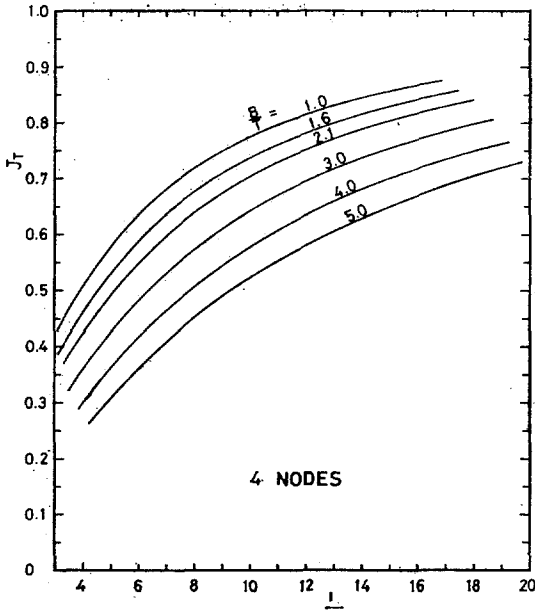


Fig. 1 Cont'd. The three dimensional correction factor J_T vs. the length-draft ratio with the beam-draft ratio as the parameter

但, $B_2^{(2r)}(q_m)$ 는 $se_{2r}(\eta, -q_m)$ 의 Fourier sine 級數展開에서의 係數 $B_{2n}^{(2r)}(q_m)$ 중 第1次的 係數($n=1$)이며,

$$\sum_{r=1}^{\infty} \{B_2^{(2r)}(q_m)\}^2 = 1 \quad (i)$$

을 만족하는 normalized 係數이다. 式(5)의 左邊의 ϕ 에 式(h)를, 式(5)의 右邊의 $\sin 2\eta$ 에 式(i)를 代入하면 $D_{m,2r}$ 이 간단히 결정된다. 그리하여 결국 3次元速度 potential ϕ 는 다음과 같이 算定된다.

$$\phi = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{\pi} \left(\frac{m}{m^2 - s^2} \right) \frac{h^2}{2} \Omega \cdot (-1)^r B_2^{(2r)}(q_m) \cdot \frac{Gek_{2r}(\xi, -q_m)}{Gek_{2r}'(\xi_0, -q_m)} \cdot se_{2r}(\eta, -q_m) \text{sink}_m z \cdot e^{i\omega t} \quad (7)$$

但, $Gek_{2r}'(\xi_0, -q_m) = \left[\frac{\partial}{\partial \xi} Gek_{2r}(\xi, -q_m) \right]_{\xi=\xi_0}$

柱狀體 周圍의 流體의 3次元 運動에너지 T_3 은

$$2T_3 = -\rho \int_0^L \int_0^* \left(\phi \frac{\partial \phi}{l_1 \partial \xi} \right)_{\xi=\xi_0} (l_1)_{\xi=\xi_0} d\eta \cdot dz \quad (k)$$

로 주어지는데, 式(k)에 式(7)을 代入하여 演算하되 $se_{2r}(\eta, -q_m)$, $\text{sink}_m z$ 의 直交性을 고려하면 곧

$$2T_{3\max} = \frac{\Omega^2 \rho h^4 L}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{m}{m^2 - s^2} \right)^2 [B_2^{(2r)}(q_m)]^2 \cdot \frac{Gek_{2r}(\xi_0, -q_m)}{Gek_{2r}'(\xi_0, -q_m)}$$

한편, $\xi = \xi_0$ 인 橢圓斷面의 2次元의 附加慣性모우멘트 係數 C_T 가 $C_T = (2 \sinh \xi_0)^{-4}$ 이므로 [1], 2次元의 運動에너지 T_2 는

$$2T_{2\max} = \frac{\Omega^2 \rho \pi h^4 L}{32} \quad (9)$$

이다. 故로 3次元修正係數 J_T 는 다음과 같다.

$$J_T = -\frac{32}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{m}{m^2 - s^2} \right)^2 [B_2^{(2r)}(q_m)]^2 \cdot \frac{Gek_{2r}(\xi_0, -q_m)}{Gek_{2r}'(\xi_0, -q_m)} \quad (10)$$

但, $s=0$ 即, 剛體로서의 回轉振動 때는 $2T_{2\max}$ 가 式(9) 右邊의 2배가 되며, 따라서 J_T 는 式(10)의 1/2 배이다.

式(10)은 橢圓斷面의 長軸이 自由水面과 一致한 경우 즉, $B/T > 2.00$ 에 대하여 얻은 결과이다.

$B/T < 2.00$ 일 경우 即, 短軸이 自由水面과 一致하는 경우에는 $\eta = \frac{\pi}{2}$ 및 $\frac{3}{2}\pi$ 가 自由水面에 該當하는 데, 이때의 J_T 算式도 式(10)과 같아진다. 다만 그 內容에 있어서 船型幾何學의 寸수 및 寸수비가

$$\left. \begin{aligned} B &= 2h \sinh \xi_0 \\ T &= h \cosh \xi_0 \\ B/T &= 2 \tanh \xi_0 < 2.00 \end{aligned} \right\} \quad (3')$$

와 같이 定義된다.

따라서 振動節數 s_0 가 같을 때 $B/T = p > 2.00$, $L/T = l$ 에 대한 J_T 의 값을 $J_{T_{s_0}}(p, l)$ 로 표시하면

$$J_{T_{s_0}}(4/p, 2l/p) = J_{T_{s_0}}(p, l) \quad (l)$$

인 관계가 있다.

3. 數值計算

J_T 의 算式 즉, 式(10)을 使用하여 數值計算을 할 때 船型幾何學의 寸수비 B/T , L/T 는 $B/T > 2.00$ 때

$$\xi_0 = \frac{1}{2} \{ \ln(B/T+2) - \ln(B/T-2) \} \quad (m)$$

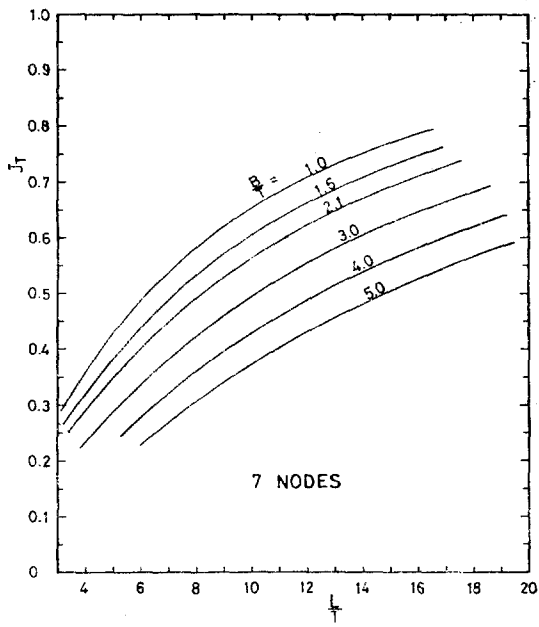
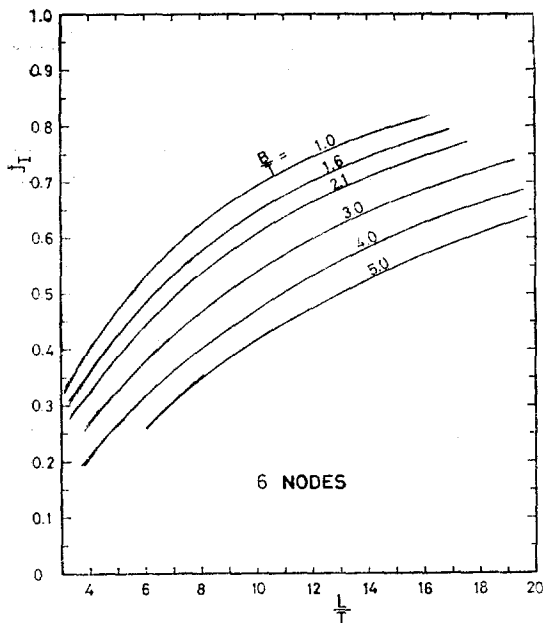


Fig. 1 Cont'd. The three dimensional correction factor J_T vs. the length-draft ratio with the beam-draft ratio as the parameter

$$q_m = \left(\frac{hk_m}{2}\right)^2 = \left\{ \frac{m\pi}{2 \sinh \xi_0} \left(\frac{T}{L}\right) \right\}^2 \quad (n)$$

에 의하여 反映된다.

數值計算을 위해서는 $Gek_{2r}(\xi, -q_m)$ 를 modified Bessel function I, K 의 product series

$$Gek_{2r}(\xi, -q_m) = \left(\frac{s'_{2r}}{\pi B_{2n}^{(2r)}} \right) \sum_{n=1}^{\infty} B_{2n}^{(2r)} \cdot \{I_{n-1}(u_m)K_{n+1}(v_m) - I_{n+1}(u_m)K_{n-1}(v_m)\} \quad (o)$$

但, $u_m = \sqrt{q_m} e^{-\xi}$, $v_m = \sqrt{q_m} e^{\xi}$

로 展開하여 좀더 다듬어 놓는 것이 편리하다. 即, 式(11)에 式(o)을 代入하고 一連의 演算을 수행하면

$$J_T = \frac{32}{\pi^2} \sum_m \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{m}{m^2 - s^2}\right)^2 \cdot \{B_{2n}^{(2r)}\}^2 \cdot \frac{\sum_{n=1}^{\infty} B_{2n}^{(2r)} \{I_{n-1}(u_m)K_{n+1}(v_m) - I_{n+1}(u_m)K_{n-1}(v_m)\}}{\sum_{n=1}^{\infty} B_{2n}^{(2r)} \cdot 2n \{I_{n-1}(u_m)K_{n+1}(v_m) + I_{n+1}(u_m)K_{n-1}(v_m)\} + \left(\frac{u_m}{v_m} + \frac{v_m}{u_m}\right) I_n(u_m)K_n(v_m)} \quad (11)$$

但, $u_m = \sqrt{q_m} e^{-\xi_0}$, $v_m = \sqrt{q_m} e^{\xi_0}$

이 報文에 收錄된 資料의 數值計算範圍는 다음과 같은데, 特히 $B/T=2.00$ 근처에서의 J_T 의 거동을 살피기 위하여 $B/T=1, 905$ 및 2.10 에 대한 計算을 수행했다.

$s=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ (단, $s=0$ 는 剛體回轉運動)

$B/T=1.00 \sim 5.00$

$L/T=4 \sim 20$

式(11)中 係數 $B_{2n}^{(2r)}(q_m)$ 는 數表[5]로 부터 읽었는데, 同 數表에는 $2r=2, 4, \dots, 14$, $q_m=0 \sim 25$ 에 대한 값들이 주어져 있다.

振動節數 및 L/T 가 주어졌을 때 J_T 와 B/T 의 關係는 거의 直線的이며, B/T 가 증가함에 따라 J_T 가 현저히 減少하는 傾向이다. 一例로 Fig. 2에 $L/T=16$ 에

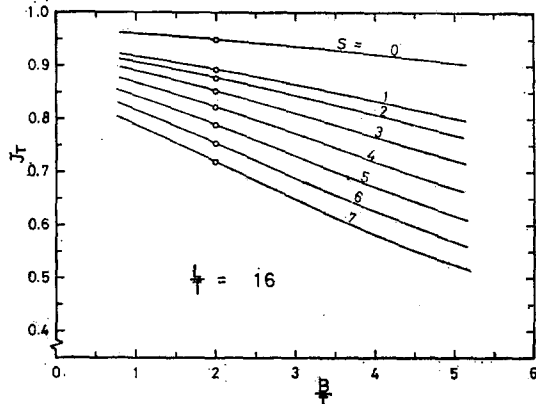


Fig. 2. An example showing influences of the beam-draft ratio on the three dimensional correction factor J_T .

대한 J_T 對 B/T 曲線을 例示했다. 그래서 B/T 에 대하여서는 2點捕問法 사용이 無妨하다고 생각하고, 計算結果는 振動節數別(參考로 $s=0$ 인 경우도 포함하여)로 B/T 를 徑數로 해서 J_T 對 L/T 曲線 形式으로 編成하여 Fig. 1에 提示했다.

4. 考察 및 結論

幅·吃水比, 長·吃水比 및 振動節數 등이 附加慣性 모우먼트의 3次元修正係數에 미치는 영향은 量的으로 對等하게 顯著하며, 幅·吃水比와 振動節數가 클수록 3次元修正係數가 작아지는 傾向, 또 長·吃水比가 클수록 3次元修正係數가 커지는 傾向 등은 水平振動[3] 때와 같다.

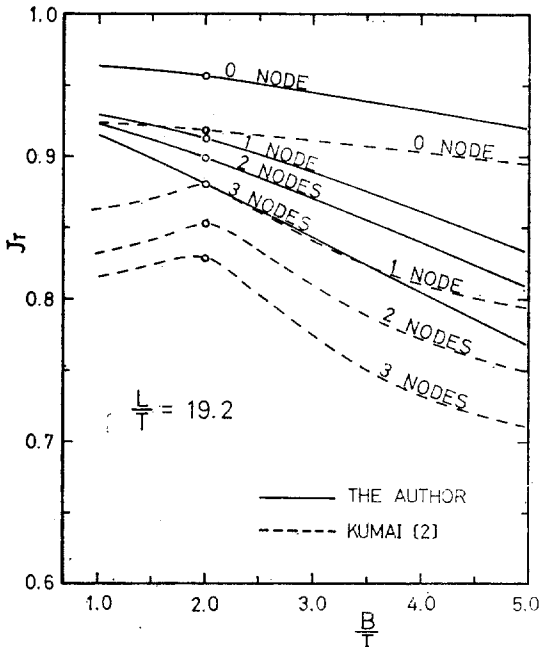


Fig. 3. An example of the comparison of the authors' numerical results with those of Kumai.

本計算結果와 Kumai의 計算結果의 量的差異의 程度를 알아보기 위하여 Fig. 3에 一例로 $L/T=19.2$, $s=0, 1, 2, 3$ 때의 兩者의 값을 對比했다(그림중 點線이 그의 報文[3]의 Fig. 5). Kumai의 數值計算結果와 對比하였을 때 全體적으로 本計算 쪽이 0.03~0.10 程度 높은 값이다. 또 Kumai 計算結果는 J_T 가 $B/T=2.00$ 근처에서 最大值이고, B/T 가 그보다 높아짐에 따라 급격히 減少하며, B/T 가 2.00 보다 작아질 때, $B/T=1.50$ 근처까지 若干 감소하다가 그 以下에서는 거의 一定값을 나타낸다. 그러나 이 傾向은 本計算結果로부터 全然 事實과 다름이 밝혀졌다. 即, 本報文의 Fig. 2 및 3에서 보듯이 J_T 는 B/T 의 增加와 더불어 거의 直線的으로 單純一樣하게 減少한다. 이는 水平振動 때와 같은 性向이다. Kumai 計算結果가 위와 같은 性向을 示顯한 것은 그의 近似計算을 위한 假定 $q_m \ll 1$

이 $B/T=2.00$ 근처에서는 比較的 妥當하나 B/T 가 2.00 으로부터 멀어질수록 誤差가 큰 탓이었다. 即, 그는 $q_m \ll 1$ 이란 假定下에 計算을 一貫했는데

$$q_m = \left(\frac{m\pi}{2 \sinh \xi_0} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2; m = \begin{cases} 1, 3, 5, \dots & \text{for } s=0, 2, 4, \dots \\ 2, 4, 6, \dots & \text{for } s=1, 3, 5, \dots \end{cases}$$

$$B/T = 2 \coth \xi_0$$

에서 $\xi_0 \rightarrow \infty$ 때 $q_m \rightarrow 0$, $B/T \rightarrow 2.00$ 이므로 그의 近似解는 B/T 가 2.00에 가까울수록 嚴密解에 가깝다.

本 研究에서 理論의 計算의 正確을 期하기는 했으나 實驗의 確認이 이루어지지 못했기 때문에 실제문제에 대한 應用에 있어서의 妥當性與否를 단정하기는 어렵다. 그러나 有限長橢圓斷面柱狀體를 數學的 模型으로 채용해서 上下振動[6] 및 水平振動[3]의 경우에 附加質量 3次元修正係數를 계산한 結果가 實驗値와 비교적 잘 부합했던 예로부터 미루어 본다면 本 研究結果를 設計의 應用目的에 활용할 수 있을 것으로 믿는다. 특히 船體비틀振動의 경우에 대한 附加慣性모우먼트 3次元修正係數에 관한 연구는 今日에 이르기까지 Kumai의 研究外에 눈에 띄는 것이 없음을 부연해 둔다.

本 研究結果를 利用할 분들의 편의를 위하여 2次元의 附加慣性모우먼트係數의 算定을 위한 資料를 附錄에 紹介해 둔다.

謝 辭

本 研究는 科學技術處의 1974 年度 研究開發事業의 하나인 「船舶의 大型化에 따른 設計技術의 開發을 위한 研究」의 一部이기도 하다. 數值計算에는 서울大·工大의 電子計算組織(IBM1130)이 利用되었다. 이 機會에 關係者 諸位에게 深甚한 謝意를 表한다. 또 計算結果의 整理, 圖表作成 등을 도와준 助教 洪斗杓君의 勞苦에 感謝한다.

參 考 文 獻

1. T. Kumai, "Added Mass Moment of Inertia Induced by Torsional Vibration of Ships", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 106, 1958. Also, *European Shipbuilding*, Vol. VII, No. 6, Olso, 1958.
2. T. Kumai, "On the Three-dimensional Correction Factor for the Virtual Intertia Coefficient on the Torsional Vibration of Ships", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 108, 1960.
3. 金 極天, 柳 炳建, "船體水平振動에 있어서의 附加質量 3次元修正係數", 大韓造船學會誌, 第11卷 第1號, 1974.

4. N. W. McLachlan, *Theory and Application of Mathieu Functions*, Dover Publications, New York, 1964.
5. The National Applied Mathematic Lab., National Bureau of Standard, U.S.A., *Tables Relating to Mathieu Functions*, Columbia University Press., New York, 1951.
6. T. Kumai, "On the Three-dimensional Correction Factor for the Virtual Inertia Coefficient in the Vertical Vibration of Ships I (J-value of elliptic cylinder)", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol. 112, 1962.

附 錄

비틀림振動에 있어서의 2次元의 附加慣性모우멘트

비틀림振動에 있어서의 單位長當 2次元의 附加慣性모우멘트 ΔI_{11} 는

$$\Delta I_{11} = C_T \rho \pi T^4 \quad (a)$$

에 의해 計算할 수 있다. 但, C_T 는 2次元의 附加慣性모우멘트係數, ρ 물의 密度, T 는 吃水이다.

C_T 는 等角寫像法의 應用 即, Bieberbach transformation을 利用한 2徑數群 技法을 채용한다면 다음과 같이 算定할 수 있다.

1. 斷面形狀 및 寫像函數의 係數 등 寫像函數

$$Z(\zeta) = R(\zeta + a_1 \zeta^{-1} + a_m \zeta^{-m}) \quad (b)$$

$$\begin{aligned} Z &= x + iy \\ \zeta &= \xi + i\eta = e^{(\alpha + i\theta)} \\ R &= \text{a scale factor} \end{aligned}$$

에서 $\alpha=0$ 가 斷面의 contour를, $\theta=0$ 및 π 가 自由水面을 규정지어 준다고 하자.

그러면, $m=3$ 때 Lewis form 斷面. $m=7$ 또는 11때 차례로 單背骨型 또는 複背骨型 斷面을 얻게 되는데, $m=7$ 또는 11로서 背骨型斷面을 얻기 위해서는 a_m 는 다음 條件을 만족해야 한다. 即,

$$0 < a_m < \frac{1}{0.5(\alpha-1)(m+1)+m} \quad (c)$$

但, $\alpha = \begin{cases} \frac{p}{2}; & p \geq 2.0 \\ \frac{2}{p}; & p < 2.0 \end{cases}$

$$p = \frac{B}{T}$$

한편, Lewis form 및 背骨型斷面に 대하여 寫像函數 (b)의 應用이 許容되는 B/T 對 斷面積係數 σ 의 範圍를 다음表로부터 判別할 수도 있다.

Lewis form :

p	σ
0.40	0.530~0.893
0.80	0.471~0.914
1.12	0.425~0.925
1.42	0.379~0.937
2.00	0.294~0.957
2.50	0.353~0.942
3.34	0.412~0.930

背骨型斷面 :

$$\sigma_{\min} < \sigma < \frac{\pi}{4}$$

p	σ_{\min}	
	$m=7$	$m=11$
0.40	0.653	0.696
0.80	0.618	0.672
1.00	0.601	0.660
1.60	0.550	0.624
2.00	0.515	0.6
2.50	0.550	0.624
3.00	0.573	0.640
4.00	0.601	0.660
5.00	0.618	0.672
6.00	0.630	0.680

따라서 p 對 σ 의 關係가 上記範圍內에 들어오면 p 와 σ 를 이용하여 a_1 및 a_m 를 다음 式으로부터 구할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} a_m &= \frac{1}{\kappa + m\pi} (-\kappa + \sqrt{m\pi^2 - (m-1)\pi\kappa}) \\ a_1 &= \left(\frac{p-2}{p+2} \right) (1 + a_m) \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

但, $\kappa = (\pi - 4\sigma) \left(\frac{p-2}{p+2} \right)^2 + 4\sigma$

2. 2次元의 附加慣性係數 C_T 의 計算

式(d)로부터 주어진 p, σ 에 대한 a_1, a_m 를 얻으면 C_T 는 다음 算式으로부터 구할 수 있다.

Lewis form ($m=3$) :

$$\begin{aligned} C_T &= R^4 \{ (a_1 + a_1 a_3)^2 + 2a_2^3 \} \\ &\quad - \frac{\pi}{8} R^3 \left\{ (a_1 + a_1 a_3) \frac{5(1-a_1) + 9a_3}{15} + 2a_3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{7(1-a_1) - 45a_3}{105} \right\} \left(\frac{y_0}{T} \right) \\ &\quad + \frac{8}{\pi^3} R^2 \left\{ \frac{1}{4}(1-a_1)^2 + \frac{1}{2}(1-a_1)a_3 + \frac{19}{12}a_3^2 \right\} \left(\frac{y_0}{T} \right)^2 \end{aligned}$$

但, $R = (1 - a_1 + a_3)^{-1}$, $T = \text{吃水}$

$y_0 = \text{비틀림中心의 水線面上的의 距離(水線面下方에 位置하면 -)}$

背骨型斷面($m=7$ 또는 11):

$$\begin{aligned}
 C_T = & R^4 \left[a_1^2 + \frac{(m-1)}{2} a_1^2 a_m^2 + \frac{(m+1)}{2} a_m^2 \right. \\
 & - \frac{8}{\pi} R^3 \left[a_1 \left(\frac{1-a_1}{3} + \frac{m a_m}{m^2-4} \right) + \frac{(m-1)}{2} a_1 a_m \right. \\
 & \quad \cdot \left. \left. \left(\frac{1-a_1}{m^2-2m} + \frac{m a_m}{2m-1} \right) \right] \left(\frac{y_0}{T} \right) \right. \\
 & + \frac{(m+1)}{2} a_m \left(\frac{1-a_1}{m^2+2m} - \frac{m a_m}{2m+1} \right) \left. \left(\frac{y_0}{T} \right) \right. \\
 & + \frac{8}{\pi^2} R^2 \left[\alpha_{1,1} (1-a_1)^2 + 2\alpha_{1,m} (1-a_1) a_m \right. \\
 & \quad \left. + \alpha_{m,m} a_m^2 \right] \left(\frac{y_0}{T} \right)^2
 \end{aligned}$$

但 $R = (1 - a_1 + a_m)^{-1}$, $y_0 =$ 上同

$$\alpha_{1,1} = \frac{1}{4}$$

$$\alpha_{1,7} = \frac{203}{1602} \doteq 0.161$$

$$\alpha_{7,7} = \frac{179249}{44100} \doteq 4.065$$

$$\alpha_{1,11} = \frac{25399}{207900} \doteq 0.122$$

$$\alpha_{11,11} = \frac{28536723}{4365900} \doteq 6.534$$