渴水量의 頻度分析

Frequency Analysis of Drought Water Discharge

池　光　夏*, 尹　相　大*
Kwang Ha Chi, Sang Dai Youn

I. 머 리 말

어느現象을 觀測이라는 수단을 利用하여 測定하는 目的은

現象에 對한 數量的知識을 얻어, 數量的 變化要因을 규명하여 對策과 方向指針을 얻고저 함에 있는것이다. 그러므로 어느 Data를 수집 한다는 것은 그目的 意識이 뚜렷해야만 좋은 結果가 기대 된다는 것은 말할나위도 없다.

特히 水資源을 다루는 水文分野에서는 그 對象이 自然의 氣象的要素가 되므로 自然狀態가 繼續유지되고 있는 限 現象을 繼續測定해야만 되며 現象의 過去測定結果値를 基礎로 한 미래의 現象豫測을 正確히 해두어야 할 것이다.

一般的으로 觀測된 水文資料는 每年發生되는 現象의 最大値이거나 最小値를 對象으로 分析되고 있으며 그 以外의 資料는 特殊한 경우에만 利用되고 一般的으로 利用되고 있지 않다.

여러가지 水文資料의 整理는 다음과 같이 分類할 수 있다.

- 水文資料
  - 全水文資料
  - 部分的水文資料
    - 非每年年數値(每年超過値)
    - 非每年特定値以上値(非每年超過値)
  - 極値水文資料
    - 最大極値
      - 每 年 最 大 値 ……每年系列
      - 非每年最大値 (每年特定値以上最大値)
    - 最小極値
      - 每年最小値 ……每年系列
      - 非每年最小値 (每年特定値以上最小値)

가. 全水文資料(Complete-duration series)

最小値에서 最大値까지 觀測期間을 通하여 觀測된 全水文資料

나. 部分的水文資料(partial-duration series)

partial series라고도 말하고 있으며 이는 統計年數에 關係없이 어느 特定値以上의 資料

다. 非每年年數最大値(Annual exceedance series)

部分的年數最大値, 每年超過値라고 부르고 "나"項에서 抽出된 資料에서 資料年 數位까지 抽出하는 方法이다. 例를 들면 40年間의 資料年數가 있다면 1個年에 2個資料도 抽出되며 또한 어느年에는 한 개의 資料도 抽出되지 않을 수 있는 順位別로 40個만 抽出하는 資料이다.

라. 非每年特定値以上最大値 (Nonannual exceedence series)

"나"항에서 抽出된 資料중 特定値以上만 取하는것으로 抽出資料數는 記錄年數에 關係가 없다.

마. 極値水文資料(extreme-value series)

一定期間 즉 一年間에 最大, 最小 한 個式을 抽出하는 資料

바. 最大値資料(maximun value series)

極値中 最大값만 取한 資料

사. 每年最大値(annual maximum series)

1個年에 1個式만 取하는 것으로서 40個年間 40個의 資料가 抽出된다.

아. 非每年最大値(nonannual maximum series)

*農業振興公社農工試驗所

毎年特定値以上 最大値라고도 부르며 極値中 年數位까지 取하지 않고 어느 값이나 어느 順位까지 資料로 取하는 것으로 實際로는 잘 使用되지 않는다.

자. **最小値資料(minimum value series)**

極値로서 最大値만 抽出하는 것으로 河川流量의 最大値만 取하여 渴水流量을 말한다.

차. **毎年最小値(annual minimum series)**

年間最小極値만 年數位까지 毎年 1個式 抽出하는 것으로 渴水確率, 年確率渴水流量을 算出하는데 利用된다.

카. **非毎年最小値(nonannual minimum series)**

毎年 特定以上 最小値라고 부르기도 하며 最小極値中 資料年數以下의 資料數를 取하는 경우이나 實際로 "아"項과 같이 잘 利用되지 않고 있다.

以上 여러가지 水文量의 變量中에서 最大値分析(超過確率)에 關한 計算法은 1914年 以來 Hazen法, Foster法, 岩井法, Gumbel法, Thomas法等 많이 紹介되어 있으나 이는 모두가 降雨頻度나 洪水量頻度分析에 利用되여왔다. 그러나 現象測定分析은 災害防止를 爲한 最大値分析도 重要하겠지만 水質源의 合理的 利用을 爲한 最小値分析도 重要視되어야 할 것이다.

特히 本稿에서는 極値分布(Extreme value distribution)中 最小極値分析에 關한 것으로 河川의 確率渴水量을 分析할 수 있는 方法을 例를 들어 紹介하며 널리 活用코져 한다.

2. 最小値分布의 特性

가. 最小値分布의 一般的 特性

最小値分布는 順序統計量의 最小値分布의 極限形式으로서 weibull 分布라고도 부른다.

이는 다음 3形式으로 分類할 수가 있다.

$$G(x)=\exp(-e^{\zeta})$$

$$\left.\begin{aligned}&1\text{의 경우}\,;\ \zeta=a(x-x_0)\qquad(-\infty<x<\infty)\\&2\text{의 경우}\,;\ \zeta=a\log\frac{u-x_0}{u-x}=k1_g\frac{u-x_0}{u-x}\\&\qquad\qquad(-\infty<x<u,\ a,\ k>0)\\&3\text{의 경우}\,;\ \zeta=a\log\frac{x+b}{x_0-a}=k1_g\frac{x+b}{x_0+b}\\&\qquad\qquad(-b<x<\infty,\ a,\ k>0)\end{aligned}\right\}\cdots(1)$$

이곳에서

$G(x)$; x의 超過確率

$a, k=a\log e, x_0, u$ 및 b ; 定數

上記 3경우의 分布가 年最小渴水量으로 利用된다는 것을 Gumbel이 提唱하였다.

分布의 特性은 超過確率(最大値分布)과 같이 비틀임係數 Cs 값에 따라 나타나게 된다. 各 경우에 따른 비틀임 係數는 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}&1\text{의 경우}\quad Cs=-1.1395\\&2\text{의 경우}\quad Cs<-1.1395\\&3\text{의 경우}\quad Cs>-1.1395\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

水文量의 非對數分布는 거의 $Cs>0$로서 結局 3의 경우가 實用的임을 알 수가 있다.

나. 第3경우의 特性

第3의 경우를 特히 最小値分布라 부르고 그 特性을 들면 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}&G(x)=\exp(-e^{\zeta})\\&g(x)=\frac{k}{x+b}\exp(\zeta-e^{\zeta})\\&\zeta=a\log\frac{x+b}{x_0+b}=k1_g\frac{x+b}{x_0+b}\quad(-b<x<\infty)\end{aligned}\right\}\cdots(3)$$

이곳에서

$k=a\log e=0.4343a>0$

x_0, b ; 定數

이 分布의 median$\check{x}$, mode$\hat{x}$는 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}&\check{x}=(x_0+b)(1g2)^{1/k}-b\\&\hat{x}=(x_0+b)(1-1/k)^{1/k}-b\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$(x+b)$의 i次積率 v_i, 平均値 mx, 分散 σx^2, 비틀임係數 C_s는 다음式과 같다.

$$\left.\begin{aligned}&\nu_i=\int_{-b}^{\infty}(x+b)^i g(x)dx=(x_0+b)^i\Gamma(1+\frac{i}{k})\\&mx=(x_0+b)\Gamma(1+1/k)-b\\&\sigma x^2=(x_0+b)^2[\Gamma(1+2/k)-\Gamma^2(1+1/k)]\\&C_s=\frac{\Gamma(1+3/k)-3\Gamma(1+2/k)\Gamma(1+1/k)}{[\Gamma(1+2/k)}\\&\qquad\frac{+2\Gamma^3(1+1/k)}{-\Gamma^2(1+1/k)]^{3/2}}\geqq-1.1395\end{aligned}\right\}\cdots(5)$$

또한 各特性値의 相互關係는 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}&0<1/k\leqq0.294\,;\ mx\leqq\check{x}<\hat{x}<x_0\\&0.294<1/k\leqq1-1g2\,;\ \check{x}\leqq mx\fallingdotseq\hat{x}<x_0\\&1-1g2<1/k\leqq1\,;\ \hat{x}<\check{x}<mx\leqq x_0\\&1<2/k\,;\ \check{x}<x_0<mx,\quad \hat{x}\text{는 存在치 안음}\end{aligned}\right\}\cdots(6)$$

(3)式에 包含되여 있는 定數는 (5)式을 考慮해 넣을 때 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\left.\begin{aligned}&1/k\,;\ Cs=\frac{\Gamma(1+3/k)-3\Gamma(1+2/k)\Gamma}{[\Gamma(1+2k)}\\&\qquad\frac{(1+1/k)+2\Gamma^3(1+1/k)}{-\Gamma^2(1+1/K)]^{3/2}}\\&x_0=\frac{1\Gamma(1+1/k)}{[\Gamma(1+2/k)-\Gamma^2(1+1/k)]^{1/2}}\sigma x\\&\qquad+mx\equiv B_1\sigma_x+m_x\\&b=\frac{\sigma_x}{[\Gamma(1+2/k)-\Gamma^2(1+1/k)]^{1/2}}-x_0\\&\quad\equiv c_1\sigma_x-x_0\equiv(C_1-B^1)\sigma_x-mx\\&x_0+b=C_1\cdot\sigma_x\\&\frac{1}{a}=\frac{1}{k}\log e\fallingdotseq0.4343\frac{1}{k}\end{aligned}\right\}\cdots(7)$$

表-1　　最小値分布의 適用數表 (Gumbel)

$x_0=B^1\sigma x+mx,$　　$b=(C_1-B_1)\sigma_x-m_x$

1/K	C_1	B_1	Cs	1/K	C_1	B_1	Cs
0.01	78.981714	0.448164	−1.081272	0.61	1.785897	0.188090	+0.922408
0.02	39.989044	0.446110	−1.024853	0.62	1.757128	0.182875	+0.948772
0.03	26.986212	0.443926	−0.970702	0.63	1.729045	0.177669	+0.975143
0.04	20.480808	0.441603	−0.918459	0.64	1.701620	0.172473	+1.001527
0.05	16.574350	0.439150	−0.867967	0.65	1.674824	0.167287	+1.027929
0.06	13.967343	0.436568	−0.819101	0.66	1.648631	0.162113	+1.054354
0.07	12.102862	0.433863	−0.771740	0.67	1.623017	0.156951	+1.080808
0.08	10.702446	0.431038	−0.725772	0.68	1.597958	0.151804	+1.107296
0.09	9.611395	0.428096	−0.681102	0.69	1.573432	0.146672	+1.133822
0.10	8.736889	0.425043	−0.637637	0.70	1.549420	0.141557	+1.160393
0.11	8.019861	0.421881	−0.595296	0.71	1.525901	0.136459	+1.187012
0.12	7.420934	0.418614	−0.554002	0.72	1.502857	0.131379	+1.213685
0.13	6.912848	0.415245	−0.513687	0.73	1.480272	0.126318	+1.240415
0.14	6.476131	0.411778	−0.472287	0.74	1.458130	0.121278	+1.267209
0.15	6.096505	0.408216	−0.435743	0.75	1.436413	0.116260	+1.294070
0.16	5.763261	0.404563	−0.398002	0.76	1.415109	0.111263	+1.321004
0.17	5.468210	0.400822	−0.361012	0.77	1.394204	0.106290	+1.348013
0.18	5.204984	0.396996	−0.324729	0.78	1.373683	0.101340	+1.375104
0.19	4.968556	0.393087	−0.289108	0.79	1.353536	0.096416	+1.402280
0.20	4.754903	0.389100	−0.254110	0.80	1.333750	0.091517	+1.429545
0.21	4.560770	0.385036	−0.219697	0.81	1.314314	0.086644	+1.456904
0.22	4.383495	0.380900	−0.185835	0.82	1.295217	0.081799	+1.484362
0.23	4.220878	0.376693	−0.152490	0.83	1.276450	0.076982	+1.51192
0.24	4.071085	0.372419	−0.119634	0.84	1.258002	0.072194	+1.539587
0.25	3.932577	0.368079	−0.087237	0.85	1.239865	0.067435	+1.567363
0.26	3.804052	0.363678	−0.055272	0.86	1.222031	0.062706	+1.595254
0.27	3.684400	0.359218	−0.023715	0.87	1.204489	0.058008	+1.623264
0.28	3.572672	0.354700	+0.007458	0.88	1.187234	0.053341	+1.651396
0.29	3.468048	0.350129	+0.038270	0.89	1.170256	0.048707	+1.679655
0.30	3.368 18	0.345505	+0.068742	0.90	1.153550	0.044105	+1.708045
0.31	3.277364	0.340832	+0.098893	0.91	1.137107	0.039537	+1.736570
0.32	3.190146	0.336112	+0.128743	0.92	1.120922	0.035002	+1.765232
0.33	3.107688	0.331348	+0.158308	0.93	1.104988	0.030501	+1.794038
0.34	3.029573	0.326541	+0.187606	0.94	1.089299	0.026035	+1.822990
0.35	2.955428	0.321694	+0.216653	0.95	1.073849	0.021605	+1.852093
0.36	2.884924	0.316809	+0.245465	0.96	1.058632	0.017211	+1.881350
0.37	2.817768	0.311889	+0.274055	0.97	1.043644	0.012852	+1.910765
0.38	2.753697	0.306935	+0.302437	0.98	1.028880	0.008531	+1.940343
0.39	2.692475	0.301949	+0.330625	0.99	1.014333	0.004247	+1.970086
0.40	2.633890	0.296935	+0.358632	1.00	1.000000	0.000000	+2.000000
0.41	2.577527	0.291893	+0.386468	1.1	0.867491	−0.040326	+2.309348
0.42	2.523887	0.286825	+0.414147	1.2	0.752233	−0.076579	+2.640035
0.43	2.472138	0.281734	+0.441678	1.3	0.651524	−0.108817	+2.996146
0.44	2.422364	0.276622	+0.469072	1.4	0.563330	−0.136421	+3.382013
0.45	2.375535	0.271490	+0.496340	1.5	0.486053	−0.160077	+3.802301
0.46	2.328232	0.266340	+0.523491	1.6	0.418382	−0.179747	+4.262142

1/K	C_1	B_1	Cs	1/K	C_1	B_1	Cs
0.47	2.283647	0.261174	+0.550535	1.7	0.369209	−0.195656	+4.767125
0.48	2.240583	0.255993	+0.577481	1.8	0.307573	−0.208071	+5.323478
0.49	2.198946	0.250801	+0.604336	1.9	0.262625	−0.217284	+5.938118
0.50	2.158655	0.245597	+0.631111	2.0	0.223607	−0.223607	+6.618761
0.51	2.119632	0.240384	+0.657812	3.0	0.038236	−0.191180	+19.584859
0.52	2.081807	0.235163	+0.684448	4.0	0.005016	−0.115370	+60.091733
0.53	2.045114	0.229937	+0.711026	5.0	0.000526	−0.062593	+190.113240
0.54	2.009492	0.224706	+0.737553				
0.55	1.974885	0.219472	+0.764038				
0.56	1.941242	0.214237	+0.790486				
0.57	1.908542	0.209002	+0.816904				
0.58	1.876656	0.203768	+0.843299				
0.59	1.845626	0.198537	+0.869677				
0.60	1.815385	0.193311	+0.896045				

이곳에서

C_s, B_1, C_1는 다만 $1/k$만의 極數로서 이 값은 Gumbel에 의하며 이값은 表-1과 같이 計算되였고, 이를 利用하여 C_s, σ_x, m_x에 關한 推定値가 얻어지면 式(6)에 의하여 各定數가 推定된다. Gumbel은 이들에서 母特性値를 標本비틀임係數 Cs', 標本標準偏差 Sx, 標本平均 $\bar{x}$를 그대로 使用하는 方法을 取하고 있다.

$$Cs=Cs',\quad \sigma_x=s_x,\quad m_x=\bar{x} \qquad (8)$$

只今 下限値 $-b$는 $-b\geqq 0$임으로 $b>0$인 때는 $b=0$로 해도 좋다. 또 特히 $b=0$ 즉 觀測에 의한 Data를 對數極値確率紙에 plot할 경우 이들이 直線狀으로 配列될 때는 (3)式은

$$\zeta=a(\log x-\log x_0)=a(X-X_0) \qquad (9)$$

가 됨으로 最大値分布形式과 같게 된다.

즉

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{a}&=\frac{Sx}{Sy}\equiv\frac{S\log x}{Sy}\\ x_0&\equiv\log x_0\equiv\overline{\log x}-\frac{\bar{y}}{a}\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

따라서

$$\left.\begin{aligned}S\log x&=\sqrt{\frac{2}{N}\sum(\log x-\overline{\log x})^2}\\ &=\sqrt{\overline{(\log x)^2}-\overline{\log x}^2}\\ \overline{\log x}&=\frac{1}{N}\sum\log x,\quad \overline{(\log x)^2}=\frac{1}{N}\sum(\log x)^2\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

다음으로 Return Period T와 確率渴水量의 推定은 다음式으로 推定한다.

$$T=\frac{1}{1-G(x)} \qquad (12)$$

즉 確率水文量은

$$\begin{aligned}\log(x+b)&=\log(x_0+b)+\frac{1}{a}\zeta\\ &=\log(x_0+b)-\frac{1}{a}y \qquad (13)\end{aligned}$$

이곳에서 ζ과 y값은

$$\begin{aligned}y&=-\zeta=-1g\{-1gG(x)\}\\ &=-1g\left(1g\frac{T}{T-1}\right) \qquad (14)\end{aligned}$$

으로서 表-2를 利用한다.

表-2 T 에 對 한 極 値 變 量 y

T	1/T=1−F	y	T	1/T=1−F	y
500	0.00200	6.21361	25	0.04000	3.19853
400	0.00250	5.99021	20	0.05000	2.97020
300	0.00333	5.70212	15	0.06667	2.67375
250	0.00400	5.51946	10	0.10000	2.25037
200	0.00500	5.29581	8	0.12500	2.01342
150	0.00667	5.00730	7	0.14286	1.86982
100	0.01000	4.60015	6	0.16667	1.70199
80	0.01250	4.37574	5	0.20000	1.49994
60	0.01667	4.08596	4	0.25000	1.24590

50	0.02000	3.90194	3	0.33333	0.90273
40	0.02500	3.67625	2	0.50000	0.36651
30	0.03333	3.38429			

3. 確率渴水量計算

어느 河川의 每年渴水量을 實測해본 結果 8.57, 14.74, 10.76, 12.45, 4.98, 3.89, 9.17, 8.77, 8.97 및 16.94m³/s이었다. 確率渴水量을 求하라.

가. 資料整理

表-3 資料表

順位 n	渴水量 x	x^2	x^3	順位 n	渴水量 x	x^2	x^3
1	16.94	286.96	4,861.16	8	8.57	73.44	629.42
2	14.74	217.27	3,202.52	9	4.98	24.80	123.51
3	12.45	155.000	1,929.78	10	3.89	15.13	58.86
4	10.76	115.78	1,245.77				
5	9.17	84.09	771.10	計	99.24	1,129.84	14,218.38
6	8.97	80.46	721.73				
7	8.77	76.91	674.53	平均	9.92	112.98	1,421.84

나. 標準編差의 計算

$Sx=\sqrt{\overline{x^2}-\bar{x}^2}=\sqrt{112.98-(9.92)^2}=3.82$

다. Cs의 計算

$$Cs=\frac{\overline{x^3}-3\overline{x^2}\cdot\bar{x}+2\bar{x}^3}{Sx^3}$$

$$=\frac{1,421.84-3\times112.98\times9.92+2\times(9.92)^3}{(3.82)^3}$$

$=0.214209$

라. $1/k, B_1, C_1$의 計算

表1에서 $Cs=0.214209$인 때

$1/k=0.349$

$B_1=0.322186$

$C_1=2.961666$

마. $1/a$의 計算

$1/a=0.43431/k=0.4343\times0.349=0.1515707$

바. x_0의 計算

$x_0=B_1 xsx+\bar{x}=0.322186\times3.82+9.92$

$=11.1507$

사. x_0+b의 計算

$x_0+b=C^1\cdot S_x=2.961666\times3.82=11.3135$

아. b의 計算

$x_0+b=11.3135$에서

$b=11.3135-11.1507=0.1618$

자. 渴水量推定式 計算

$$\log(x+b)=\log(x_0+b)+\frac{1}{a}\zeta$$

$$=\log(x_0+b)-\frac{1}{a}y$$ 임으로

$\log(x+0.1618)=\log 11.3135-0.1515707y$

차. 頻度別渴水量計算表

表-4 計算表

T 年	$G(x)$%	y	$0.1515707y$	$\log(x+0.1618)$	$x+0.1618$	x
100	99.0	4.6001	0.6972	0.3564	2.2720	2.11
40	97.5	3.6763	0.5572	0.4964	3.1362	2.97
20	95.0	2.9702	0.4502	0.6034	4.0124	3.85
10	90.0	2.2504	0.3411	0.7125	5.1583	4.99
5	80.0	1.4999	0.2273	0.8263	6.7035	6.54
2	50.0	0.3665	0.0556	0.9980	9.9541	9.79
1.58	36.7	0.0000	—	1.0536	11.3140	11.15
1.07	6.6	−1.000	−0.1516	1.2052	16.0400	15.87

카. 渴水量

表 5 渴 水 量

頻度年	100	40	20	10	5	2	1.58	1.07
渴水量	2.11m³/s	2.97	3.85	4.99	6.54	9.79	11.15	15.87

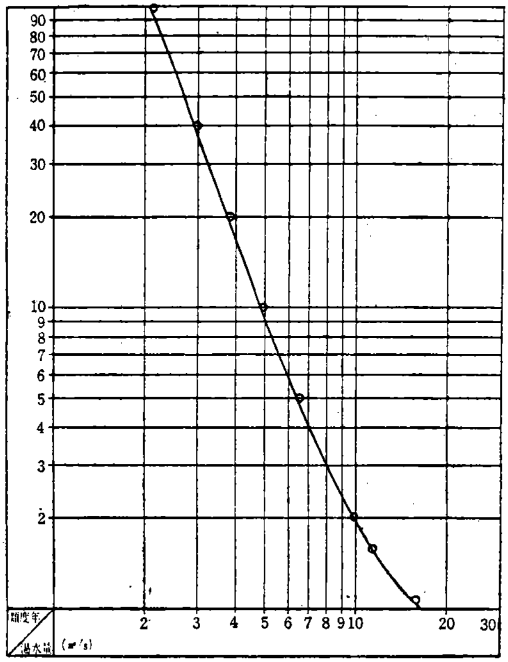

그림 1. 渴 水 量