

잔향시간과 정재파의 상호관계

Correlation between reverberation time and standing wave

차 일 환

(CAH, IL-WHAN)

요 약

잔향시간은 이론적으로 계산하는데는 아직까지 기하음향학이론인 Sabine 의식을 사용하고 있다. 이것은 파동학이론으로 분석할때 한개의 측에 대한 정재파의 잔향시간과 같다. 잔향시간은 정재파의 영향을 크게 받으며 이것을 각 mode 에 의한 주파수관계를 계산하여 측파, 사영파 그리고 oblique wave 를 산출하였다. 이것은 간단한 구형교실을 model 로 하였다. 따라서 감쇄곡선은 스펙트로그래프에 의하여 측파 및 사영파가 oblique wave 보다 잔향시간에 더큰 영향을 준다는 결과를 얻었다. 이것은 잔향시간을 조정하는데 큰도움을 줄것이다.

Abstracts

The Sabine's formula has been widely used for calculating reverberation time and applied for actual systems.

The result of Sabine's method is only same as the reverberation time of one axial wave according to the wave theory. Reverberation time is mainly dependent on the standing waves. In case of the rectangular room the frequencies of three mode covering 250Hz and several intensities at various positions of the room were measured by a spectrograph. It was found that axial waves and tangential waves decayed more slowly than oblique waves.

The experimental results showed that the amount of axial and tangential wave in a frequency band varied depending on the position in the room.

It is concluded that the results give to control reverberation times in a room.

1. 서 론

잔향시간이란 실내에서 발생한 소리가 60db 감소할때까지의 시간을 뜻한다.¹⁾

지금까지 기하음향학이론에 의한 Sabine 의 식을 이용하여 잔향시간을 계산하였다.²⁾ 그러나 실제로 잔향시간측정방법에 따라 오차가 생긴다. 잔향시간을 측정하는방법은 여러가지로 생각할수 있다. 즉 음원의 종류중 어떤것을 택한다든가 발음위치 그리고 수음위치를 어떻게 정하는가에 따라서 측정치도 달라질수 있다. 이것은 또한 측정

* 연세대학교 전자공학과

하고 저하는 방의모양 그리고 실내의 흡음재료의 부착방법에 따라 변한다. 여기서는 구형의 강의 실을 택하여 잔향시간에 크게영향을 주는 정재파를 고려하여 잔향시간에대한 소리의 감쇄곡선과 주파수분포를 분석하여 발음위치와 수음위치 그리고 주파수에 따르는 잔향시간문제를 논하고 한다.

2. 실험방법

잔향시간 측정용을 위한방은 일반적인 구형교실 (넓이 : 10.47m, 길이 : 13.32m, 높이 : 3.1m)을 택하고 측정기구는 다음과 같이 연결하였다.

1. 마이크
2. 녹음기 (Ampex 350)
3. 증폭기 (Scott type 250 AR 100W)
4. Level Recorder (G. E. Type 1521-B)
5. Sound and Vibration Analyzer (G. R. Type 1564-A)
7. Real time frequency analyzer (B & 3347)
8. White noise generator

(3) 발음위치와 수음위치의 비교 그림 (1)에서 발음위치 A와 B로 변화시켰을때의 수음위치변경에 따라 생긴 주파수별 음압의 세기의 차이점을 그림 (2)에서 볼수있다.

그림 (2)에서 주파수별 음압의 정점은 정재파로 인한것인데 이것은 발음위치와 수음위치의 변화에따라 특히 저주파영역에서 많이 변함을 발견할수 있다(200Hz 이하) 이러한 정재파의 영향은

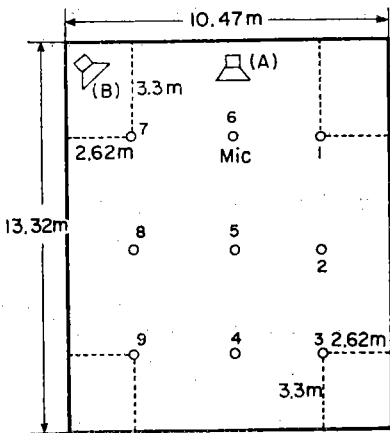
음압강도의 시간에 대하여 감쇄하는 크기의 변화에도 굴곡의 차이로 나타난다. 그림 (3)은 125Hz와 500Hz의 1/3 Octave Band pass filte를 사용하여 음압의 시간에 대한 감쇄를 나타낸 곡선이다.

이와같은 감쇄곡선의 이상적인것은 직선이여야 한다.³⁾ 그러나 이와같이 굴곡이 생기는것은 각 주파수별 정재파의 감쇄율이 서로 다르기때문이다. 그리고 측파 및 사영파의 수효에 따라 달라진다. 따라서 잔향시간은 정재파의 영향을 크게 받을수있다. 일반적으로 잔향시간 측정은 그림 (4)와 같다.⁴⁾ 그림 (3)에서 저변의 곡선은 Background 소음 또는 transient effect에 의하여 생긴다.⁵⁾

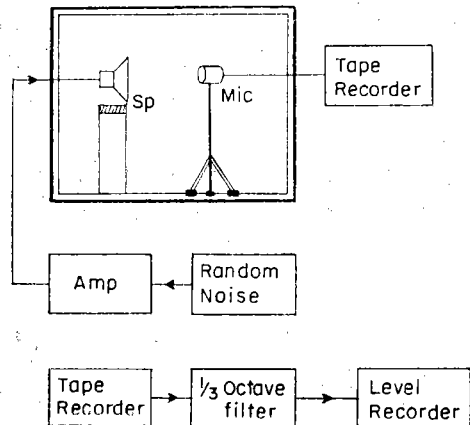
(4) 여러가지 mode에 의하여 측파, 사영파 그리고 Oblique wave를 발생한다. 이러한 정재파를 파동학적으로 유도하면 다음과 같다.

기호표

- w : 각주파수
- t : 시간
- x, z : 좌표
- k : 파장계수
- P : 음압의 세기 (벡터값)
- P : 음압의 세기
- U : 입자속도 (벡터값)
- u : 입자속도

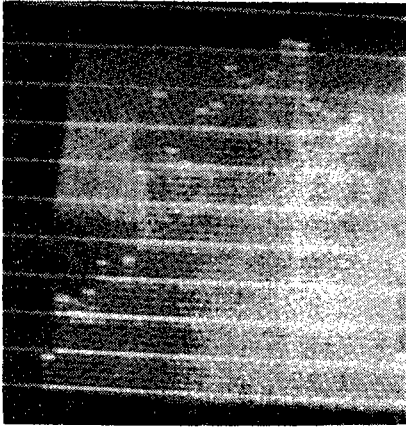


A

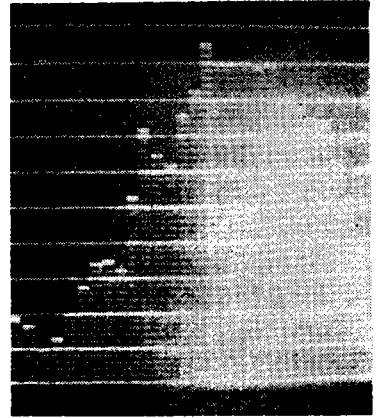


B

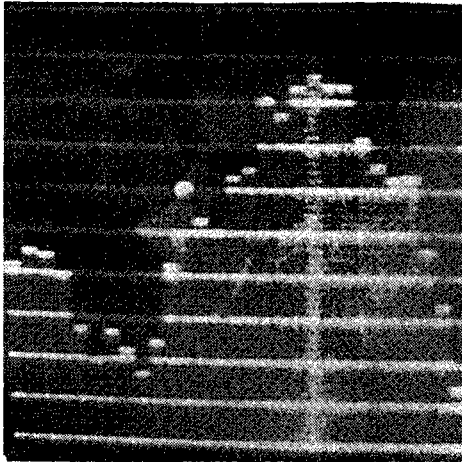
그림 1. 수음 및 발음위치도 및 측정장치연결도



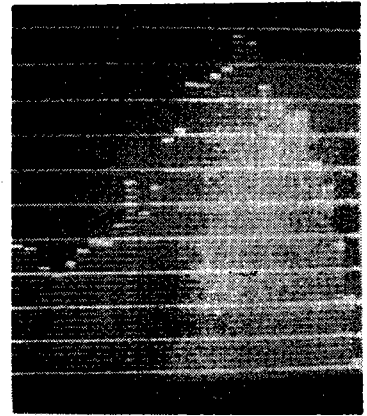
200Hz (A)



200Hz (B)



200Hz (C)



200Hz (D)

Sabine 식에 의한 전향계산 : 1.5초

- (a) 발음위치 : A, 수음위치 : 3 전향시간 : 1.6초 (b) // : B, // : 3 // : 1.8초
 (c) // : A, // : 5 // : 2.2초 (d) // : B, // : 5 // : 2.2초

그림 2. 수음 및 발음 위치에 따라변화하는 주파수발음압도 및 전향시간.

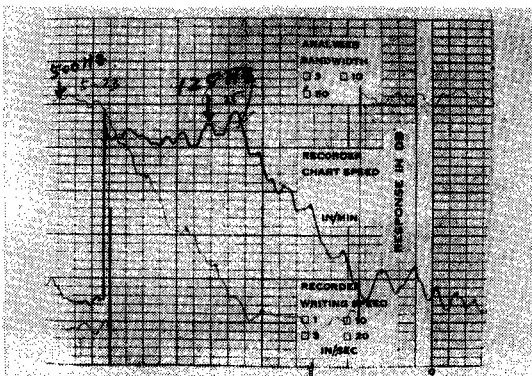


그림 3. 125Hz와 500Hz의 1/3 octave band pass filter에 의한 음압의 시간에 대한 감쇄곡선.

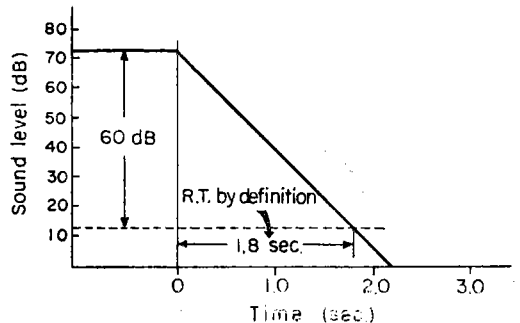


그림 4. 이상적인 감쇄곡선에 의한 전향시간추정

c: 진행파에 대한 속도

ρ : 어떤점에서의 물질의 순간밀도

ρ_0 : 물질의 평균밀도

ϕ : 위상상수

z_n : Normal specific acoustic impedance

r_n : Normal specific acoustic resistance

X_n : Nomal specific acoustic reactance

구형교실에서 평면파의 일반 식은 다음과 같다.⁵⁾

$$P = Ae^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} \dots\dots\dots(1)$$

식 (1)이 다음 일반파동방정식을 만족하면

$$\nabla^2 P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \dots\dots\dots(2)$$

상수 k_y, k_x , 그리고 k_z 는 다음과 같다.

$$k = \frac{\omega}{c} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \dots\dots\dots(3)$$

만약 경계조건을 벽면이 강체이고 벽면에서 normal mode 가 0으로 가정하면

$$u=0, x=0 \text{인 경우 그리고 } x=l_x$$

$$v=0, y=0 \quad // \quad y=l_y$$

$$w=0, z=0 \quad // \quad z=l_z$$

여기서 u, v 그리고 w 는 x, y , 그리고 z 각 방향에 대한 입자속도이다. 우선 평면파방정식의 P 와 U 의 관계식을 구하기 위하여 주기적인 파동방정식을 적용하면 다음과 같다.

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = j\omega \rho_0 u$$

$$\therefore U = -\frac{1}{j\omega \rho_0} \cdot \frac{\partial P}{\partial X} \dots\dots\dots(4)$$

같은 방법으로 구하면 V, W 도 $\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right), \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)$ 로 표시할 수 있다. 식 (1)에 대에 정재파방정식은 다음과 같다.⁷⁾

$$P = P(\cos k_x x \times \cos k_y y (\cos k_z z) e^{j\omega t} \dots\dots(5)$$

여기서 antinode는 $x=0, y=0$ 그리고 $z=0$ 인 점이다. 식 (5)를 식(4)에 적용시켜 우선 x 방향의 입자속도를 구하면 다음과 같다.

$$U = \frac{k_x P}{j\omega \rho_0} (\sin k_x X \cos k_y y \cos k_z Z) e^{j\omega t} \quad (6)$$

이 식은 $x=0$ 인 경우와 $x=l_x$ 인 경우 $u=0$ 가 되어야 한다.

$$\therefore \sin k_x l_x = 0$$

$$\text{또는 } k_x = \frac{n_x \Pi}{l_x}, n_x = 0, 1, 2, 3, \dots\dots\dots(7)$$

같은 방법으로

$$k_y = \frac{n_y \Pi}{l_y}, n_y = 0, 1, 2, 3, \dots\dots\dots(8)$$

$$k_z = \frac{n_z \Pi}{l_z}, n_z = 0, 1, 2, 3, \dots\dots\dots(9)$$

따라서 식 (7), (8), (9)를 (3)에 대입하면

$$f = \frac{\omega}{2\Pi} = \frac{c}{2} \left[\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(10)$$

이 식은 구형교실의 변의 길이에 대한 정재파 주파수와와의 관계를 표시한다. $l_x=10.47m, l_y=$

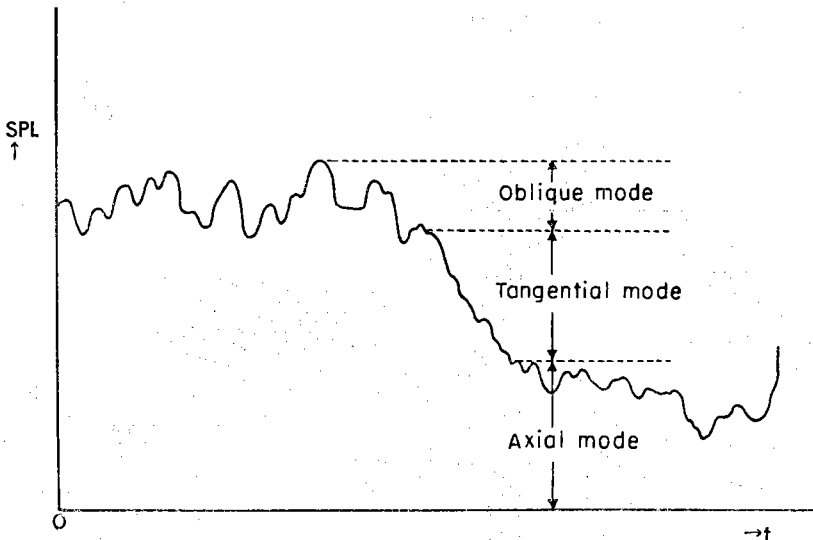


그림 5. 음압의 시간에 대한 감쇄곡

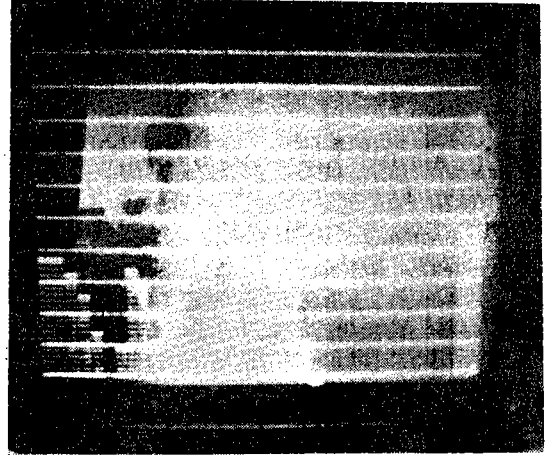
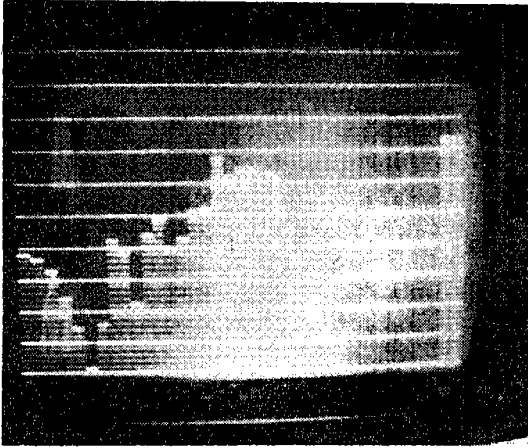


그림 6. 시간에 대한 음압잔쇄. (a에서 b의 시간차는 약 0.3초).

13.32m, $l_x=3.1m$ 를 대입하여 계산하면 표(1)과 같다.

Saibne의 기하음향하이론으로 방위체적과 면적에 의한 산출방법으로서 변의 길이변화에 대한 잔향을 논할 수 없는것을 파동학적방법으로 해결해 준다. 그림 (5)에서 보는바와같이 잔향시간에 크게 영향을 주는것은 첫째 axial mode 이고 둘째, tangential mode 이고 세번째가 oblique mode 이다. 그러나 실제로 oblique mode 는 반사파에 의하여 거의 잔향시간에 큰 영향을 주지않는다고 할수 있다.

oblique mode 는 주로 고주파영역이고 tangential mode 및 axial mode 는 계산치결과를 보아 저주파영역임을 알수 있다. (200Hz 이하) 이것은 그림 (6)을 보면 좀더 명확하게 알수 있다.

그림 (6)은 스펙트로그램으로 소리를 약 0.3초 후에 얼마나 주파수별로 감쇄한가를 보여주고 있다. 이 사진에서는 먼저 고주파영역이 감쇄한것을 보여주고 있다. 소리의 감쇄과정은 먼저 직접음이 감쇄하고 다음 반사음이 감쇄한다. 이 반사음중 특히 잔향시간에 영향을 주는 것이 저주파 정재파인 것이다. (200Hz 이하)

(5) 정재파감쇄

정재파방정식 (5)에 감쇄항 $e^{-\beta t}$ 를 대입하고 jw 를 $jw-\beta$ 로 놓으면 감쇄방정식은 다음과 같이 된다.⁸⁾

$$P=P[\cosh(\beta_x-jw_x) \frac{c}{X} + \phi_x] \cosh[(\beta_y-jw_y)$$

$$\frac{y}{c} + \phi_y] \cosh [(\beta_x-jw_x) \frac{z}{c} + \phi_x] e^{j(w-\beta)t} \dots\dots\dots(11)$$

이 식은 $y=0, z=0$ 에서 경계조건을 만족하여야 한다. 또한 식 (11)에서 $(jw-\beta)$ 항은 일반파동방정식에 의하여 다음과같이 된다.

$$(jw-\beta)^2=(jw_x-\beta_x)^2+(jw_y-\beta_y)^2+(jw_z-\beta_z)^2 \dots\dots\dots(12)$$

$$\therefore w^2-\beta^2=(w_x^2+w_y^2+w_z^2)-(\beta_x^2+\beta_y^2+\beta_z^2)$$

$$\dots\dots\dots(13)$$

$$\therefore \beta = \beta_x \frac{w_x}{w} + \beta_y \frac{w_y}{w} + \beta_z \frac{w_z}{w} \dots\dots\dots(14)$$

만약 $\beta_x=\beta_y=\beta_z=0$ 이면 $\beta=0$ 이것은 감쇄하지 않는 파동운동을 뜻한다.

$$즉 w = \sqrt{w_x^2+w_y^2+w_z^2} \dots\dots\dots(15)$$

이것은 정재파방정식의 조건과 같다. y 평면과 z 평면이 강판이라고 가정하고 수직성분을 고려하면 경계조건에 의하여 $\beta_y=\beta_z=\phi_y=\phi_z=0$ 임으로 식 (11)은 다음과같이 된다.

$$P=P \cosh[(\beta-jw) \frac{x}{c} + \phi_x] e^{j(w-\beta)t} \dots\dots\dots(16)$$

$$\therefore \beta_x = \beta \quad w_x = w$$

백터입자속도 U 는 다음과 같다.

$$U = \frac{P}{\rho_0 c} \sinh[(\beta-jw) \frac{w}{c} + \phi_x] e^{j(w-\beta)t} \dots\dots\dots(17)$$

그런코로 specific acoustic impedance는

$$z_x = \frac{P}{U} = \rho_0 \coth[(\beta-jw) \frac{x}{c} + \phi_x] \dots\dots\dots(18)$$

만약 normal specific acoustic impedance z_n 을

보기 { A: Axial mode
T: Tangential mode
O: oblique mode

주파수 (Hz)	A	T	O	주파수 (Hz)	A	T	O	주파수 (Hz)	A	T	O
31		1		85		1		124			1
33	1			86		2		125	1	1	
35		1		87		2		126	2	1	
39	1			90	1	2		127	1	3	
42		2		91	1	1		128	2	1	
49	1			92	4			129	1	1	2
51		2		95	1			130	1	3	
52	1			96	1			131	1	1	
54		1		97	1	1		132	2	2	
55	1	1		98	1	1		133	3	2	
57		1		99		2		134	1	2	
58		1		100		2		135	1	1	
61		2		101	2	1		136		1	
63	1	1		102	1	1		137	1	3	
64	1	1		103	1	1		138	3	2	
66	1	1	1	104		2		139		2	
67		2		106	2	1		140	1	1	
68		1		107		1		141		1	
69		1		108	1	2		142	1	3	1
70	1	1		111	1	3	1	143	2	4	
71		1		112		1		144	1	3	
72		1		113	2	1		145	1	4	
74		1	1	114	2	1		146	2		
75				115	1	2	1	147	1	3	
76		2		116	1	3		148	2		
77	1			117	4	1		149		3	
78		2		118	1	3		150	2	2	
79		1		119		2		151	1	2	
81		1		120		1		152	4	1	
82	1			121	2	1		153	1	4	
83		2	1	122	3	2		154	1	1	
84		1	1	123		1		155	1	1	1

주파수 (Hz)	A	T	O	주파수 (Hz)	A	T	O	주파수 (Hz)	A	T	O
156		2	3	190			6	225			8
157		1	3	191		2	3	226			4
158		1	2	192		2	6	227			4
159		2	1	193	1	3	3	228			7
160		1	2	194		2	2	229			5
161		1	2	195		1	7	230			9
162		2	5	196		2	3	231			5
163		1	1	197	1	1	3	232			4
164	1	3	3	198		3	4	233			10
165			2	199			2	234			4
166	1	3	3	200			3	235			5
167	1	2	1	201			6	236			9
168		4	3	202			5	237			8
169		1	2	203			4	238			2
170		2	1	204			5	239			5
171		2	3	205			6	240			10
172		3	5	206			6	241			6
173		3	3	207			2	242			12
174		2	6	208			7	243			5
175		2	2	209			3	244			7
176		2	3	210				245			7
177			5	211			4	246			4
178		2	2	212			8	247			4
179			3	213			8	248			11
180	2	3	2	214			3	249			6
181		3	6	215			6	250			8
182		2	3	217			1	251			6
183		3	4	218			7	252			8
184		3	5	219			4	253			6
185		1	3	220			2	254			3
186		1	5	221			7	255			15
187		3	2	222			5	256			3
188		2	2	223			8	257			7
189		2	6	224			7	258			8

고려하면

$$z_n = (r_n + jx_n)\rho_0 c \dots\dots\dots(19)$$

$$\rho_0 c = 415 \text{ Rayls(MKS)}$$

경계조건 $x=0$ 를 식 (18)에 대입하면

$$-(r_n + jx_n) = \coth\phi_x \dots\dots\dots(20)$$

부기호는 벽에 정압력을 가했을때 부입자속도를 발생시킴을 뜻한다. 일반적으로 ϕ_x 는 Complex 이며 흡음재료는 $r_n \gg X_n$ 그리고 $r_n \gg 1$ 임으로

$$\phi_x \approx -\frac{1}{r_n} \dots\dots\dots(21)$$

경계조건 $x=l_x$ 에서 $z_x \approx r_n \rho_0 c$ 를 적용하면

$$r_n \approx \coth\left[\left(\beta - jw\right)\frac{l_x}{c} - \frac{1}{r_n}\right] \dots\dots\dots(22)$$

$$\therefore r_n \approx \frac{1 - \tanh\left(\frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n}\right)\tan\frac{wl_x}{c}}{\tanh\left(\frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n}\right) - j\tan\frac{wl_x}{c}} \dots\dots\dots(23)$$

r_n 이 실수임으로 우변도 실수가 되어야 한다.

따라서

$$\tan\frac{wl_x}{c} = 0$$

$$\text{또는 } \frac{wl_x}{c} = n\pi, n=0, 1, 2 \dots\dots\dots(24)$$

$$\therefore f = \frac{nc}{2l_x}$$

상기한 조건을 식(23)에 대입하면

$$r_n = \frac{1}{\tanh\left(\frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n}\right)}$$

$$\text{또는 } \frac{1}{r_n} = \tanh\left(\frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n}\right) \dots\dots\dots(25)$$

단약 $\frac{1}{r_n} \ll 1$ 이면

$\frac{1}{r_n} = \frac{\beta l_x}{c} - \frac{1}{r_n}$ 이것은 hyperbolic tangent series의 첫항이다.

$$\therefore \beta = \frac{2c}{r_n l_x} \dots\dots\dots(26)$$

정재파의 어떤점에서 에너지를 ϵ 라고 하면 이것은 압력의 자승에 비례하며 자유진동에서의 감쇄파는 지수함수로 감소한다. 즉 $(e^{-\beta t})^2 = e^{-2t}$

$$\therefore \epsilon = \epsilon_0 e^{-2\beta t} = \epsilon_0 e^{-\left(\frac{4c}{r_n l_x}\right)t} \dots\dots\dots(27)$$

ϵ_0 : $t=0$ 에서의 음이 끊겼을 때의 에너지 밀도.

감쇄율 D 은 db/sec로 표시하면

$$D = -10 \log e^{-\left(\frac{4c}{r_n l_x}\right)} = \frac{17.3c}{r_n l_x} \dots\dots\dots(28)$$

잔향시간은 $T=60/D$ 임으로

$$T = \frac{3.45r_n l_x}{c} \dots\dots\dots(29)$$

$r_n < 100$ 이면 $\alpha \approx \frac{8}{r_n}$ 임으로 (9)

$$T = \frac{27.6l_x}{\alpha c} \dots\dots\dots(30)$$

여기서 우리는 흡음계수 α 와 Relative normal specific acoustic resistance r_n 의 관계식을 구하여야되는데 식 (29)로서는 구할수가 없다 그러나 $r_n \gg 1$ 그리고 $r_n \gg x_n$ 인경우 소리의 전달계수 (또는 흡음계수)는 다음식과 같으므로¹⁰⁾

$$\alpha_f = \frac{4r_n \cos\theta_i \beta_i c_1}{(r_n \cos\theta_i + \rho_i c_1)^2 + x_n^2 \cos^2\theta_i} \dots\dots\dots(31)$$

θ_i : 입사각

$r_n > \rho_i c_1$ 그리고 θ 증가시 $r_n \cos\theta = \rho_i c_1$ 되는경우 α_f 와 α_θ 를 서로같다고 놓을 수 있으므로 이식을 간단히 정리하면

$$\alpha_\theta = \frac{4r_n \cos\theta}{(r_n \cos\theta + 1)^2} \dots\dots\dots(32)$$

상기한식이 r_n 와 α 와의 관계식임으로 이것을 ... (29)에 대입하고 분자 분모에 $2l_x l_x = 2s_x$ 를 곱하면 다음과 같다.

$$T = \frac{55.2V}{2s_x \alpha c} = \frac{0.049V}{\alpha_s} \dots\dots\dots(33)$$

$$\therefore \alpha_s = 2s_x \alpha$$

식 (33)은 Sabine의 식과 같은 결과임을 알수있다. 그러나 다른점은 전체의 정재파에 대한 잔향시간이 아닌점이다.

즉 식(33)은 x 축정재파이고 Sabine의식은 전체의 벽에대한것이다. Sabine의 식은 다음과 같다.¹⁰⁾

$$T = \frac{0.049V}{a} \dots\dots\dots(34)$$

V : feet³ a : Sabins

y 축과 z 축의 정재파의 감쇄율은 x 축에 절반임으로 이에따라 잔향시간도 다음과 같이 된다.

$$T_{y,z} = \frac{0.049V}{0.5a_s} \dots\dots\dots(35)$$

식 (33)과 (35)에 의하여 측파, 사영파, oblique

파에 대한 일반식은 다음과 같이 된다.

$$T \approx \frac{0.049V}{\epsilon_{nx}a_x + \epsilon_{ny} + \epsilon_{nz}a_z} \dots\dots\dots(36)$$

factor ϵ_n 의 값은 $n=0$ 인 경우 $\epsilon_n=0.5$
 $n > 0$ // $\epsilon_n=1$

식 (36)과 (35)를 비교할때 oblique 파에서는 ϵ_n 가 모두 같다. 이것은 Sabine의 식과 같으나 측파와 사영파에서는 ϵ_n 의 값이 하나 또는 둘이 0.5와 같으므로 oblique 파보다는 잔향시간이 커진다 따라서 일반적으로 Sabine의 식에 의하여 산출된 것은 oblique 파에 대한것임으로 실제보다 적다고 할수있다. 이에 대한 수치비교는 그림(2)와 같다.

6. 결 론

정재파중 측파와 상영파의 잔향시간이긴 것은 실내의 여섯개의 벽중에서 흡음재료가 있는벽에 부딪치지 않는 정재파가 감쇄시간이 크다는 것이다. 정재파의 진폭의 크기는 주파수, 벽면의 impedance 그리고 음원의 위치에 영향을 받는다.

대응하는 벽의 길이가 동일한경우 실내중심에서 정재파도 대칭이 된다. 반사파가 많은 모퉁이는 저주파에 대한 정재파가 많으며 이것은 특히 측파와 사영파를 포함함으로 잔향시간측정에

차이를 준다. 저주파의 반파장에 해당하는 벽면으로부터의 거리에서는 잔향시간이 커진다. 이와 같은 점을 고려하여 잔향시간을 조정하도록 음향 처리를 하면 좋은 효과를 얻는 것이다.

이 실험을 위하여 도와주신 중앙 공업연구소 전자연구실에 계시는 여러선생님들과 체신부통신연구소의 최진태선생님에게 감사들인다.

참 고 문 헌

1. V. O. KNUDSEN. C. M Harris Acoustical desigring in Architecture John Willy & Sons Inc. 1950 p 118
2. Architetural acoustics No20, 1969 p 162. Jeruji Yamamoto
3. G. R. Jones, Acoustics, The English Univ Press.
4. Acoustics Noise and Buidings P. H. Parkin & H. R. Humphry, 1969 FABER p55
5. T. J. Schultz, Problems in the measurement of Reverberation time. J. A. E. S Vol. 11, No. 4, 1963 pp 307-317
6. 電氣音響工學 二村忠元外三人 第一社.
7. Morse, Vibration and Sound Macrahill, 1948 p 340
8. 9. 10. Kinsler, Trey Fundamentals of Acoustics, Wiley, 1967 p 447-450