

銀河系の 質量分布 模型—I

俞 景 老

서울대학교 師範大學

(1973年 9月 20日 接受)

A Model of the Mass Distribution of the Galaxy-I

Kyung Loh Yu

Earth Science Department

College of Education

Seoul National University

(Received September 20, 1973)

Abstract

A simple model of the galactic mass distribution consisting of one sphere and two spheroids with different eccentricities is considered.

The resulting model is found to be consistent with the recent observations of the galactic rotation as well as suggested shape of the Galaxy.

1. 序 論

最近의 電波 및 可視光 觀測에 依한 銀河面內에서의 銀河系廻轉速度의 값과 曲線 $\theta(r)$ 은 아래의 表 1 그림 1과 같다.

$r(\text{kpc})$	$\theta(r)(\text{km/sec})$
0.32	220
0.67	265
3.53	206.4
6.18	239.6
7.74	248.5
8.01	252.2
10	250
13	(228)

表 1. 銀河系 中心으로부터의 距離에 따르는 廻轉速度 (M.Schmidt에 依함. 1965)

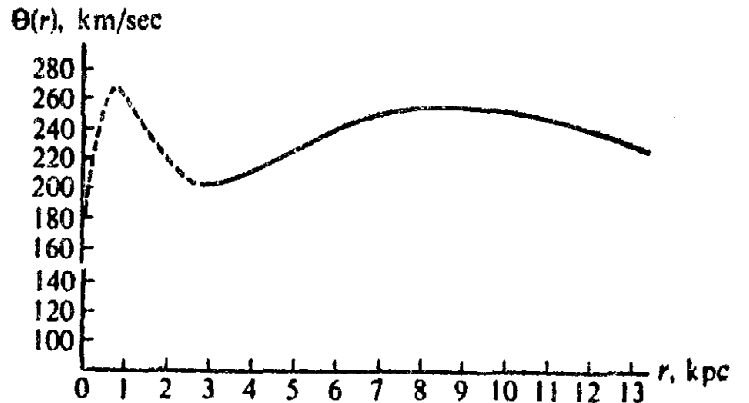


그림 1. 最近觀測에 依한 銀河系廻轉速度曲線
 $r < R_0$ 의 부분은 電波觀測
 $r > R_0$ 의 부분은 可視光觀測에 依한 것.
 (G.Contopolous B. Stromgren에 依함. 1965)

이 銀河系 廻轉速度曲線은 銀河系內의 質量分布에 依해서 決定되는 것이다. 그러므로 過去에도 여러가지 假定아래에서 $\theta(r)$ 의 값을 써서 銀

河系の 質量分布의 model을 試圖한 일이 많았다. 그러나 그 어느 것이든 銀河系 中心部에 있는 $\theta(r)$ 曲線의 peak를 맞추는 試圖가 있었다. 다만 1965 年에 提示된 M.Schmidt의 model 만이 위의 $\theta(r)$ 觀測值를 잘 맞추고 있을 뿐이다. 그러나 그의 中心의 點質量 假定과 密度分布의 假定의 妥當性에 問題가 있고 또 橢圓體의 離心率이 0.812로서 너무도 작아서 다른面에서 推測되는 銀河系의 形態와는 距離가 너무 멀다.

本論文에서는 銀河系를 1個의 球와 離心率 e 가 若干 다른 2個의 橢圓體의 簡單한 結合體로서 $\theta(r)$ 의 曲線과 充分히 잘 맞는 質量分布의 model을 提示한다.

2. 第 1 近似 Model

2-1 球와 橢圓體에 의한 힘.

密度가 一定한 半徑 a , 質量 $M(a)$ 인 球가 그 內部點에 作用하는 힘은 各各,

$$F_{in} = \frac{M(r)}{r^2} \quad r < a \quad (1)$$

$$F_{out} = \frac{M(a)}{r^2} \quad r > a \quad (2)$$

但 r 은 中心으로 부터의 距離이며 密度가 一定한 長半徑 a , 離心率 e , 質量 $M(a)$ 인 橢圓體가 그 內部와 外部의 赤道面上의 點에 作用하는 힘은,

$$F_{in} = \frac{3}{2} \frac{M(a)}{(ae)^3} rf(e) \quad (3)$$

$$F_{out} = \frac{3}{2} \frac{M(a)}{(ae)^3} rf\left(\frac{ae}{r}\right) \quad (4)$$

$$\text{但 } f(x) = \sin^{-1}x - x\sqrt{1-x^2} \quad (5)$$

이다.

2-2. 第 1 近似 model의 構成

銀河系 廻轉速度 $\theta(r)$ 은 이點에 作用하는 힘 F 와

$$F = \frac{\theta^2(r)}{r} \quad (6)$$

의 關係가 있다.

이제 觀測된 $\theta(r)$ 의 값, (6)의 關係, 그리고 現在 推定되고 있는 銀河系의 形態等을 勘案하여 다음과 같은 簡單한 model을 想定한다.

銀河系가 그中心에 中心을 갖는 密度 一定의

- 1) 半 徑 $a^0=0.67\text{kpc}$, $e^0=0$ 質量 M^0 인 球와
- 2) 長半徑 $a^I=8.01\text{kpc}$, $e^I=0.985$, 質量 M^I 인 第1橢圓體와
- 3) 長半徑 $a^{II}=15\text{kpc}$, $e^{II}=1$ 質量 M^{II} 인 第2橢圓體의 重複的인 結合體로 되어 있다고 한다.

2-3. 中心球의 質量 M^0

위의 model에서 球 M^0 의 半徑은 작고 橢圓體 M^I , M^{II} 의 長半徑은 크므로 $\theta(r)$ 의 $r=0.67$ 에서의 peak는 거의 M^0 에 依해서 나타나는 것이라고 할수 있다. 그러므로 M^I , M^{II} 의 效果를 無視하면 (1), (6)에서 곧 M^0 가 求해진다. (表 2)

2-4. Oort's constants와 두 橢圓體의 質量 M^I 과 M^{II}

太陽의 近方 $r=R_0=10\text{kpc}$ 에서는 이에 作用하는 힘 F 는 球와 2個의 橢圓體에 依한 힘의 合으로서

$$F = F_{out}^0 + F_{out}^I + F_{in}^{II} \\ = \frac{M^0}{r^2} + \frac{3}{2} \frac{M^I}{(a^I e^I)^3} rf\left(\frac{a^I e^I}{r}\right) \\ + \frac{3}{2} \frac{M^{II}}{(a^{II} e^{II})^3} rf(e^{II}) \quad (7)$$

이다. 이제 $f\left(\frac{a^I e^I}{r}\right)$ 를 級數로 展開하면

$$F = \frac{M^0}{r^2} + C^I_0 M^I \left\{ \frac{C^I_1}{r^2} + \frac{C^I_2}{r^4} + \frac{C^I_3}{r^6} + \dots \right\} \\ + C^{II}_0 M^{II} r \quad (8)$$

$$\text{但 } \left. \begin{aligned} C^I_0 &= \frac{3}{2} \frac{1}{(a^I e^I)^3}, & C^{II}_0 &= \frac{3}{2} \frac{1}{(a^{II} e^{II})^3} \\ C^I_1 &= \frac{2}{3} (a^I e^I)^3 \\ C^I_2 &= \frac{1}{5} (a^I e^I)^5 \\ C^I_3 &= \frac{3}{28} (a^I e^I)^7 \\ C^I_4 &= \frac{5}{72} (a^I e^I)^9 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

가 된다. 그러므로

$$\frac{F}{r} = \frac{M^0}{r^3} + C^I_0 M^I \left\{ \frac{C^I_1}{r^3} + \frac{C^I_2}{r^5} + \frac{C^I_3}{r^7} + \dots \right\} + C^{II}_0 M^{II} \quad (10)$$

$$\frac{dF}{dr} = -\frac{2M^0}{r^3} - C^I_0 M^I \left\{ \frac{2C^I_1}{r^3} + \frac{4C^I_2}{r^5} + \frac{6C^I_3}{r^7} + \dots \right\} + C^{II}_0 M^{II} \quad (11)$$

가 된다.

한편 Oort's constants 와는

$$\left(\frac{F}{r}\right)_{R_0} = \frac{\Theta_0^2}{R_0} = (A-B)^2 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dF}{dr}\right)_{R_0} - \left(\frac{F}{r}\right)_{R_0} &= \\ -4\frac{\Theta_0}{R_0} \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{\Theta_0}{R_0} - \left(\frac{d\Theta}{dr}\right)_{R_0} \right] &= \\ = -4A(A-B) &\quad (13) \end{aligned}$$

의 관계가 있으므로 $C'_0, C'_2, C'_3, \dots, C''_0,$

$A=15\text{km/sec/kpc}, B=-10\text{km/sec/kpc}, R_0=10\text{kpc}$ 의 값을 (9)~(13)에代入하여 M^I, M^{II} 의 값을 얻는다. (表 2)

表 2. 第1近似 model의 各橢圓體의 質量과 그에 依한 銀河系 廻轉速度
g.m.u.는 銀河質量單位

$r(\text{kpc})$	$M(\text{g.m.u.})$		$\theta(r)(\text{km/sec})$
0.32	M^0	4.705×10^4	266.1
0.67			
3.53	M^I	2.953×10^5	173.3
6.18			242.6
8.01			319.1
10	M^{II}	2.896×10^5	251.3
13			184.5
15			

2-5. 第1近似 model에 依한 $\theta(r)$ 의 計算

위에서 얻은 M^0, M^I, M^{II} 의 값으로 (1)~(6)의關係에서 $\theta(r)$ 을 求하면 表 2, 그림 2와 같은 結果를 얻는다.

3. 第2近似 Model

3-1. 第2近似 model의 構成原則

第1近似 model에서의 1個의 球와 2個의 橢圓體를

1) 各各 密度를 달리하는 2~3個의 殼으로 나눈다.

2) 各橢圓體의 殼의 密度는 中心에서 밖으로 갈수록 작아 짐을 原則으로 하고 이에 矛盾되지 않게 한다.

3) 殼의 數를 增加 添加할 때에 그 結果가 (2)에 矛盾되지 않아야 한다.

4) 各殼의 크기는 計算上의 便宜에 따라 觀測

值가 있는 r 을 半徑 또는 長半徑으로 한다.

5) 第2橢圓體의 離心率을 $e^{II}=0.998$ 로 擇한다.

3-2. 球殼의 質量

中心에 가까운 點에 作用하는 힘과 廻轉速度와의關係는 球殼의 質量을 $M^0_i (i=1, 2, \dots)$ 이라 하면,

$$\begin{aligned} \theta^2(r) = \Sigma F_{ir} = \frac{\Sigma M^0_i}{r} + C'_0 M^I r^2 f(e^I) \\ + C''_0 M^{II} r^2 f(e^{II}) \end{aligned} \quad (14)$$

가 된다. 따라서 $r=0.32, 0.67$ kpc에서의 $\theta(r)$ 로 부터

$M^0_1 (a^0_1=0.32 \text{ kpc}), M^0_2 (a^0_2=0.67 \text{ kpc})$ 가 求해진다. (表 3)

다음에는 $r=3.53\text{kpc}$ 에서의 $\theta(r)$ 의 觀測值와 第1近似 model의 計算值의 差異를 補正하기 위해서는 半徑 $a^0_3=3.53 \text{ kpc}$ 의 球殼 M^0_3 을 加하느냐 또는 第1橢圓體에 密度가 큰 長半徑 $a^I_1=3.53 \text{ kpc}$ 의 第1殼(核)을 想定하느냐의 두 方案이 있다 그러나 後者는 그 다음 過程에서 原則 2)에 矛盾되는 結果를 가져온다. 그러므로 前者를 擇하여 (14)에 따라 M^0_3 을 求한다. (表 3)

3-3. 第1橢圓體殼의 質量

第1橢圓體에서는 우선 $a^I_1=6.18\text{kpc}, e^I=0.985$ 質量 M^I_1 인 第1殼(核)을 생각하여

$$\begin{aligned} \theta^2(r) = \frac{M^0}{r} + C'_{10} M^I_1 r^2 f(e^I) \\ + C''_0 M^{II} r^2 f(e^{II}) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{但 } C'_{10} = \frac{3}{2} \frac{1}{(a^I_1 e^I)^3}$$

에 依해서 $r=6.18 \text{ kpc}$ 에서의 $\theta(r)$ 와 第1近似 model에서의 M^{II} 를 써서 M^I_1 을 求한다. (表 3)

다음에 $a^I_2=8.01 \text{ kpc}, e^I=0.985$ 質量 M^I_2 의 第2殼의 質量은

$$\begin{aligned} \theta^2(r) = \frac{M^0}{r} + C'_{10} M^I_1 r^2 f\left(\frac{a^I_1 e^I}{r}\right) \\ + C'_{20} M^I_2 r^2 f(e^I) + C''_0 M^{II} r^2 f(e^{II}) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{但, } C'_{20} = \frac{3}{2} \frac{1}{(a^I_2 e^I)^3}$$

에 依해서 같은 方法으로 求한다. (表 3)

다음에는 $r=10\text{kpc}$ 에서의 $\theta(r)$ 의 觀測值를 얻기 위하여서는 다시 第1橢圓體의 第3殼을 假定하느냐 아니면 第2橢圓體에 密度가 큰 第1殼(核)을 假定하느냐의 問題에 부딪힌다. 그러나 前者는 그後에 原則 (2)에 어긋나게 된다. 따라서 後

者를擇하여 計算을 進行한다.

3-4. 第2 橢圓體殼의 質量

長半徑 $a^{II}_1=10\text{kpc}$ 이며 Oort에 依하여 提示된 銀河系形態 model에 따라 取한 $e^{II}=0.998$ 인 質量 M^{II}_1 인 第2 橢圓體의 第1 殼(核)의 質量은

$$\begin{aligned} \Theta^2(r) = & \frac{M^0}{r} + C'_{10}M^I_1r^2 f\left(\frac{a^I_1e^I}{r}\right) \\ & + C'_{20}M^I_2r^2 f\left(\frac{a^I_2e^I}{r}\right) \\ & + C^{II}_{10}M^{II}_1r^2f(e^{II}) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{但, } C^{II}_{10} = \frac{3}{2} \frac{1}{(a^{II}_1, e^{II})^3}$$

에 依해서 計算된다. (表 3)

第2 橢圓體의 外殼의 質量 M^{II}_2 는 $a^{II}_2=15\text{kpc}$ $e^{II}=0.998$ 이므로 $r=13\text{kpc}$ 에서의 $\Theta(r)=228\text{km/sec}$ 를 그림 1에서 읽어서

$$\begin{aligned} \Theta^2(r) = & \frac{M^0}{r} + C'_{10}M^I_1r^2 f\left(\frac{a^I_1e^I}{r}\right) \\ & + C'_{20}M^I_2r^2 f\left(\frac{a^I_2e^I}{r}\right) + C^{II}_{10}M^{II}_1r^2 f\left(\frac{a^{II}_1e^{II}}{r}\right) \\ & + C^{II}_{20}M^{II}_2 \frac{r^3 - (a^{II}_1)^3}{(a^{II}_2)^3 - (a^{II}_1)^3} r^2 f(e^{II}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{但, } M^{II}_{20} = \frac{3}{2} \frac{1}{(a^{II}_2e^{II})^3}$$

에 依해서 얻어진다. (表 3)

3-5. 第2 近似 model에 依한 $\Theta(r)$

위와 같이 얻어진 $M^0, M^0_2, \dots, M^{II}_1, M^{II}_2$ 에 따라 式 (14)~(18)에 依하여 各球와 橢圓體殼의 表面에서의 $\Theta(r)$ 이 計算된다 (表 3, 그림 2). 結果는 $\Theta(r)$ 의 觀測值와 相當히 接近되어 있다.

다만 $r=13\text{kpc}$ 에서 아직도 큰 差異를 보인다.

表 3. 第2 近似 model에서의 各殼의 質量과 여기서 計算되는 廻轉速度 $\Theta(r)$

$r(\text{kpc})$	$M(\text{g.m.u})$		$\Theta(r)(\text{km/sec})$
0.32	M^0_1	$1,549 \times 10^4$	220.3
0.67	M^0_2	$3,116 \times 10^4$	264.9
3.53	M^0_3	$4,478 \times 10^4$	203.0
6.18	M^I_1	$1,120 \times 10^5$	248.5
8.01	M^I_2	$8,738 \times 10^4$	255.2
10	M^{II}_1	$1,358 \times 10^5$	249.9
13			211.4
15	M^{II}_2	$2,476 \times 10^5$	

4. 第3 近似 Model

4-1. 第3 近似 model의 方法

第2 近似 model의 結果가 주는 $r=13\text{kpc}$ 에서의 $\Theta(r)$ 값의 不足을 補正하는 方法은 第2 橢圓體의 第1 殼을 擴大하거나 $a^{II}_2=13\text{kpc}$ 가 되는 第2 殼을 想定하거나 그렇지 않으면 M^{II}_1 의 質量을 크게 잡는 길이 있다.

첫번째의 方法은 곧 密度의 原則과 矛盾되게 된다. 두번째 方法은 가장 安易한 方法이나 그 殼 밖의 殼의 質量을 推定할 길이 막혀버린다. 그래서 마지막 길을 擇하기로 한다.

이러한 基本構成의 테두리에서 다시 $M^0_1, M^0_2, \dots, M^{II}_1, M^{II}_2$ 를 反復해서 調定하면서 $\Theta(r)$ 를 맞추어 간다. 再三 再四 反復하여 充分히 滿足한 $\Theta(r)$ 의 計算值를 줄 때까지 하여 $M^0_1, M^0_2, \dots, M^{II}_2$ 를 決定한다. 그리하여 表 4 그림 2와 같은 結果를 얻는다.

4-2. 第3 近似 model의 結果

a) 各殼의 質量과 密度

各橢圓體의 各殼의 密度는

$$M^0_i = \frac{4}{3}\pi \{(a^0_i)^3 - (a^0_{i-1})^3\} \rho^0_i \quad (19)$$

$$M^I_i = \frac{4}{3}\pi \{(a^I_i)^3 - (a^I_{i-1})^3\} \sqrt{1 - (e^I)^2} \rho^I_i \quad (20)$$

$$M^{II}_i = \frac{4}{3}\pi \{(a^{II}_i)^3 - (a^{II}_{i-1})^3\} \sqrt{1 - (e^{II})^2} \rho^{II}_i \quad (21)$$

에 依해서 얻어진다. (表 4)

b) 銀河系の 廻轉速度 $\Theta(r)$

이 model에서 計算된 銀河系廻轉速度 $\Theta(r)$ 의 값은 表4에서 보는 바와 같이 觀測值와 거의 完全히 一致한다.

c) Oort's constants와의 比較

이 model의 값을 써서 다시 (7)~(14)와 같은 式에 依하여 Oort의 常數를 求할 수 있다. 그러나 이 값은 M^{II}_i 殼을 한발자국만 앞으로 줄어들 인다면 크게 變하고 만다. 그러므로 Oort의 常數는 이와같은 簡單한 小數의 殼으로 된 model에서는 意味가 적다. 密度가 連續적으로 變하는 미끈한 model이 要求되는 理由가 여기에도 있다.

d) Stellar populations와의 對比

이제 Stellar population에 揭載된 各 Population의 質量의 銀河系 總質量에 對한 比率은 表 5의

表 4. 第3近似 model과 그에 의한 $\theta(r)$

$r(\text{kpc})$	M			$\rho(m_{\odot}/\text{pc}^3)$	$\theta(r)(\text{km}/\text{sec})$
0.32	M^0_1	$1,545 \times 10^4$ (g.m.n)	$3,584 \times 10^9$ (m_{\odot})	2.61×10^1	220.0
0.67	M^0_2	$3,127 \times 10^4$	$7,255 \times 10^9$	6.46×10^0	265.0
3.53	M^0_3	$5,501 \times 10^4$	$1,276 \times 10^{10}$	6.98×10^{-2}	205.5
	M^0	$1,017 \times 10^5$	$2,360 \times 10^{10}$		
6.18	M^{II}_1	$8,797 \times 10^4$	$2,034 \times 10^{10}$	1.19×10^{-1}	240.0
8.01	M^{II}_2	$6,265 \times 10^4$	$1,453 \times 10^{10}$	7.22×10^{-2}	252.9
	M^I	$1,506 \times 10^5$	$3,487 \times 10^{10}$		
10	M^{II}_1	$1,585 \times 10^5$	$3,677 \times 10^{10}$	1.39×10^{-1}	250.0
13					228.0
15					
	M^{II}_2	$1,900 \times 10^5$	$4,408 \times 10^{10}$	7.01×10^{-2}	
	M^{II}	$3,485 \times 10^5$	$8,085 \times 10^{10}$		
	M_T	$6,009 \times 10^5$	$1,393 \times 10^{11}$		

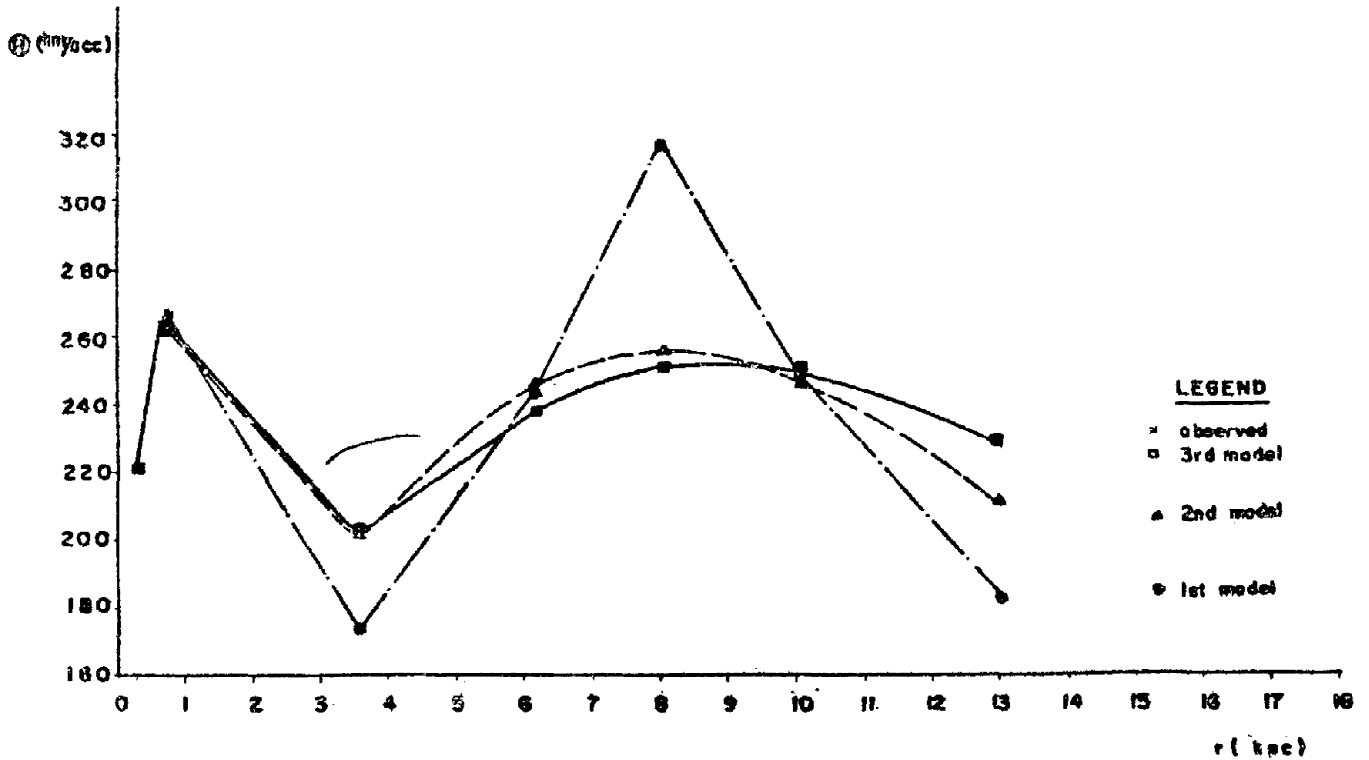


그림 2. 第 1, 第 2, 第 3 model에 의한 銀河系迴轉速度 $\theta(r)$

左側과 같다. 이제 여기서의 model의 모양을 생각하여 第2橢圓體를 Population I과 Disk population II의 合해진 것으로 보고 나머지 球와 第1橢圓體를 Halo population II와 Intermediate population II에 對應하는 것으로 본다면 그 質量의 全體質量에 對한 比率이 表 5의 右側과 같게 나타난다.

萬一 觀測에서 推定된 값이 正確한 것이라면, 本 model에서는 第2橢圓體의 質量이 좀 크게 나

타났다. 觀測으로 부터의 값이 絕對的이라면 第 1, 第2橢圓體의 離心率 c^I, e^{II} , 를 若干씩 調節하면 이 質量比의 差異는 調定이 可能하기도 하다.

5. 結論과 展望

이 比較的 簡單한 銀河系의 質量分布 model은

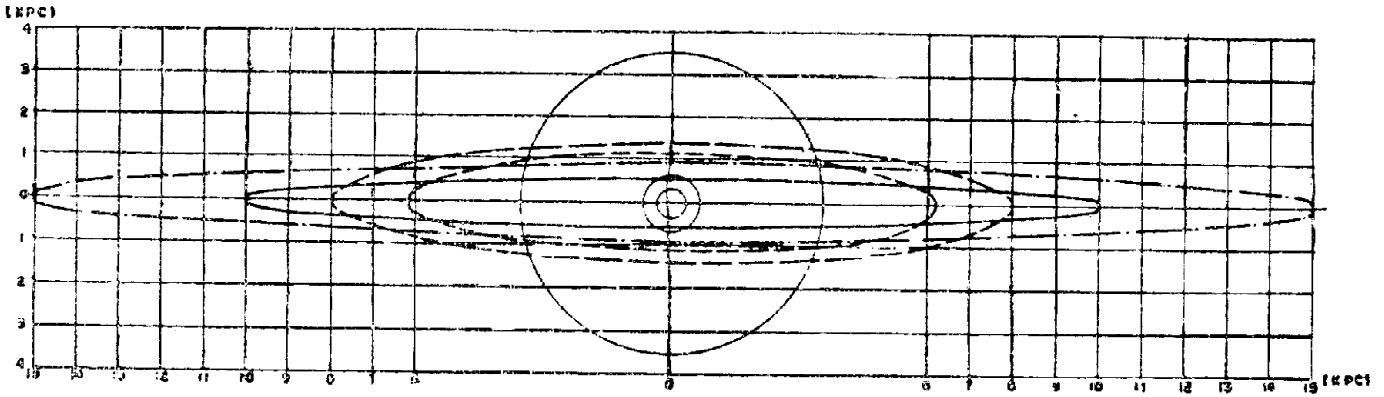


그림 3. 本 銀河系 model의 橫斷面

表 5. 第 3 model에서의 各橢圓體의 質量比와 Stellar population의 質量比와의 比較

觀測에서 推定된 質量比		第3model에서의 質量比	
Stellar population	質量百分率	橢圓體	質量百分率
Extreme pop. I	46.2%	第2橢圓體	58.0%
Older pop. I			
Disk pop. II	53.8%	第1橢圓體 中心球體	42.0%
Intermediate pop. II			
Halo pop. II			

- a) 銀河系の 廻轉速度曲線 $\Theta(r)$ 와 거의 完全히 一致하고
- b) 가장 妥當하다고 認定되고 있는 銀河系の 橫斷面의 形態와 대략히 가깝고
- c) 各 Stellar population(별의 群集)의 質量比와 나쁘지 않은 程度의 對比를 보이고
- d) 太陽近方에서의 密度가 觀測值 $0.15 \times m_{\odot}/$

pc³와 매우 가깝다.

c) 銀河系の 總質量이 다른 研究의 結果와 잘 맞는다.

그러므로 그 簡單性에 比할 때 充分히 滿足할 만한 model이라고 할 수 있다. 앞으로 銀河系の 質量分布의 보다 나은 model을 求할 때에는 本 model을 基礎로 하여 適當한 密度傾斜를 갖는 數 많은 殼으로나 또는 連續體로 展開하면 될 것이다. 이때는 例컨대 密度의 指數函數의 減少 같은 것이 좋은 結果를 줄 것으로도 생각된다.

그러나 다음에 더 重要한 것은 Oort's constants 라든지 銀河系の 形態라든지 各 population間的 質量비라든지 또 더 重要한 것은 보다 正確한 $\Theta(r)$ 의 값에 따라 調定되어야 한다는 것이다.

附言 本研究를 위하여 補助金을 提供한 文敎部와 實際 計算에서 많은 도움을 준 韓郁君에게 깊은 謝意를 表한다.

References

Mihalas, D. 1968, Galactic Astronomy (San Francisco, W.H. Freeman and Co)

O'Connell, D.J.K. ed. 1958, Stellar Populations, (Amsterdam, North-Holland Publishing Co.)

Oort, J.H. 1965, Stellar Dynamics, in Galactic Structure, ed. A. Blaauw and M. Schmidt, Stars and Stellar Systems Vol. V. (Chicago, Univ. of Chicago Press)

Perek, L. 1962, Distribution of Mass in Oblate Stellar System, in Advances in Astronomy and Astrophysics, ed. Z. Kopal, Vol. 1. (New York, Academic Press.)

Schmidt, M. 1965, Rotation Parameters and Distribution of Mass in the Galaxy, in Galactic Structure, ed. A. Blaauw and M. Schmidt, Stars and Stellar Systems Vol. V. (Chicago, Univ. of Chicago Press)