【講 座】

水資源開發計劃과 最適化手法(Ⅱ)

崔 榮 博

나. Sampling 法

數理計劃法에 들어가기 전에 試行錯誤的으로 最適値를 구하는 Sampling 法에 대하여 검토하여 보기로 한다.

(1) 比較設計

比較設計는 比較해야할 案이 적고 서로서로가 독립적으로 검토가능 한 경우에 유력한 最適化 手法이다. 지금 그림 -6과 같은 受益地에 調整池 A, B를 가지는 農業用水導水시스템을 생각하여 보기로 한다.

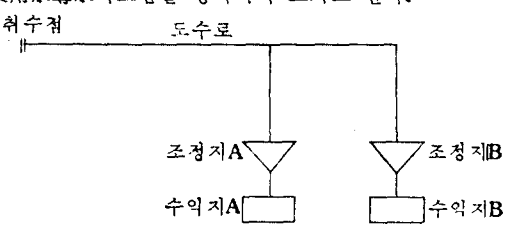


그림 6 調整池를 가지는 導水시스템

調整池는 期別導水量을 平均化해서 피이크導水量을 작게 할 수 있음으로 水路工事員을 내릴 수 있으나 調整池 建設費가 追加된다. 즉, 任意의 調整池容量 V_A, V_B에 대해서 調整池및 水路工事費가 주어짐으로 여러 값의 V_A, V_B에 대해서 總工事費를 구하고 最適의 V_A, V_B를 알 수 가있다. 이 경우의 試算回數는 各調整池容量을 고려할 수 있는 數를 10으로 하면 $10^2=100$으로 된다. 만일 調整池가 15個所 있으면 그 試算回數는 10^{15}으로 된다.

여기서는 最適値를 발견하는 合理的手法 및 구하여진 最適値의 信賴度를 알 수 있는 方法을 필요로 하게 된다.

本會理事・高大理工大敎授・理博・技術士

(2) 無作爲抽出法(random sampling)

(1) 에 있어서 $V_A, V_B, \cdots\cdots$를 亂數表등을 사용해서 無作爲的으로 數 10組를 選出해서 각 總工事費 C를 구하고 그중의 最小値를 最適値로 하는 경우 이것이 最適値인 信賴性을 생각하여보기로 한다.

C는 그分布가 알려져있지 않은 確率變數로 볼 수 있다. C가 C^*보다 큰 確率을 p_c라고 하자. 즉

$$p_c=P(C>C^*)$$

無作爲的으로 C값을 m回 구한 경우, m個의 C値의 모두가 C^*보다 큰 確率 p_c'는 $p_c'=p_c^m$, 또 적어도 1個의 C(이것은 m個의 C値의 最小値이나)는 C^*보다 작은 確率은 $1-p_c^m$으로서 주어진다. 지금 C의 母集團分布의 p%가 C^*보다 작은($p/100=P\{C>C^*\}$)것으로 하면

$$p_c=P\{C>C^*\}=1-\frac{p}{100} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

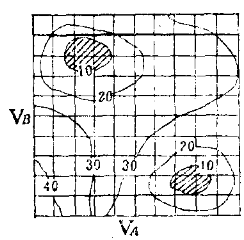


그림 7 複數의 極値를 가지는 應答面

따라서 m個의 C의 最小値 (적어도 1個의 C)가 작은 쪽의 p%에 속하는 確率 p_c'는

$$p_c'=1-p_c^m=1-\left(1-\frac{p}{100}\right)^m \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

으로서 주어진다.

지금 $p=10\%$, $m=30$을 주어지면 $p_c'=0.96$을 얻는다. 이것은 無作爲로 계산된 30個의 C値의 最小値가

母集團分布의 작은쪽 10%에 속하는(眞最適値는 不明이나, 구한 30個의 最小値가 眞最適値에 近似함)信賴度는 96%이라고 하여도 좋다는 것을 의미 한다. 또 p가 一定할 경우, m 가 크게 되면 p_c'도 크게 되며 당연한 일이지만 抽出數가 클수록 信賴度가 높게 된다.

(3) 組織的抽出法(Systematic sampling)

그림 -6의 문제에서 100組의 V_A, V_B의 組合에 대한 C 値에서 그림 -7과 같은 V_A, V_B를 兩軸에 對應하는 等高線으로서 나타낸 應答面(response surface)을 얻는다. 이들 應答面부터 最適値를 주는 V_A, V_B의 大略値를 얻음으로 이點(그림중 斜線部分)에 대해서 다시 가는 格子를 짜서 最適値에 近接할 수가 있다.

이와같이 格子를 짜고 應答面을 그려 最適値에 近接하는 方法은 變數가 많아짐에 따라 不可能하게 된다. 이와 같은 경우는 다른 變數를 一定値로 놓고 첫번 째의 變數를 變化시켜서 最小値를 구하고 다음에 이것을 固定해서 두번째의 變數를 變化시켜 순차적으로 이것을 반복해서 最適値를 구하는 方法이 취하여진다. 이 方法은 變數가 서로 獨立인 경우 有効한 方法이다. 이 方法이 擴大된것이 傾斜法(gradient method)이다 傾斜法은 그림-7 (a)(b)에 있어서 될 수 있는 대로 急傾斜의 코오쓰(最短距離)로 最適値에 近接하도록 變數 V_A, V_B를 變化시키는 方法임으로 이와 같은 名稱이 붙었다.

지금 調整容量 V_A, V_B, V_C………인 調整池$A, B, C, \cdots$……를 가지는 導水시스템의 總工事費 C는 (7)式으로서 주어지는 것으로 한다.

$$C=f(V_A, V_B, V_C\cdots\cdots\cdots) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

(7)式에 있어서 初期値를 V_A^0, V_B^0, V_C, V_C^0 代入해서

$$C^0=f(V_A^0, V_B^0, V_C^0, \cdots\cdots\cdots)$$

를 얻는다. 다음에 V_B^0, V_C^0………를 그대로 두고 V_A^0를 單位量變化시키면 C 値가 ΔC_A로 變化하고 다른 것을 그대로 두고 $V_B^0, V_C^0, \cdots\cdots$만을 각각 單位量變化시킬 때의 C 變化量을 $\Delta C_B, \Delta C_C, \cdots\cdots$로 하면 最適値에 近接하는 까닭에 $V_A, V_B, V_C\cdots$의 變化를시켜야할 방향과 그 크기는 $\Delta V_A, \Delta V_B, \Delta V_C, \cdots$는 目的函數$C$의 變化量이 最大로 되는 方向, 즉

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta C_A}=\frac{\Delta V_B}{\Delta C_B}=\frac{\Delta V_C}{\Delta C_C}=\cdots\cdots\cdots\cdots=k \cdots\cdots\cdots(8)$$

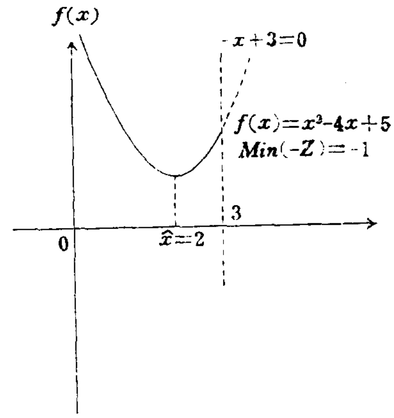
로서 주어진다. 여기서 k는 比例定數임으로 이 값이 $\Delta V_A, \Delta V_B, \Delta V_C, \cdots$의 값을 支配한다. 收束을 빨리 確實 한것으로 하기위하여 k値를 決定하는 각종방법이 非線型計劃法의 주요과제가 되고 있다.

다. 數理計劃法

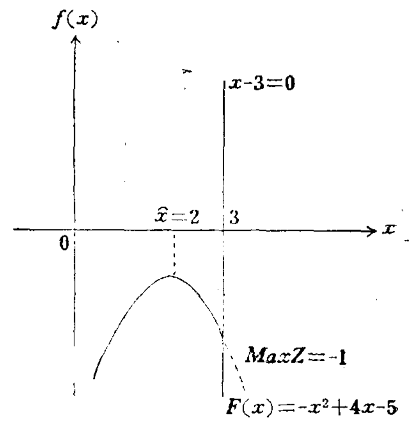
시스템을 評價하기 위하여 시스템의 目的및 시스템을 구속하는 環境을 定式化하고 解析的 또는 數値計算에 의해서 解를 구하는 것이 數理計劃法이다. 이경우 시스템은 일반으로 다음과 같이 모델化된다.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Min } Z=f(x_1, x_2, \cdots\cdots\cdots, x_n) \\ x_1, x_2, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, x_n) \\ \text{Subject to } g_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)\geq 0 \\ \qquad\qquad (i=1, 2, \cdots, m) \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots(9)$$

(9)式은 拘束條件 $g_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)\geq 0$ 아래에서 目的



Min-Z=f(x)=x²-5x+5
Subject to G(x)=-x+3≧0



MaxZ=F(x)=-x²+4x-5
Subject to G(x)=x-3≦0

그림 8 最大化問題와 最小化問題의 관계

函數 $f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$을 變數 $x_1, x_2, \cdots, x_n$을 적당히 결정함으로서 最小化할 수 있는 것을 의미한다.

變數 $x_1, x_2, \cdots, x_n$은 (決定變數(dicision variables) 로 불리워지고 일반으로 陽의 實數이다. 모델化는 다음式과 같이 주어질 수 도있다.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Max } Z=F(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n) \\ x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n \\ \text{Subject to } G_i(x_1, x_2, \cdots\cdots x_n) \leq 0 \\ \qquad (i=1,2,\cdots\cdots n) \end{array}\right\}\cdots\cdots(10)$$

이경우 各式의 兩邊에 一를 곱하기 함으로서 (11)式으로 變形할 수 있다. 즉

$$\left.\begin{array}{l} \text{Min}(-Z)=-F(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n) \\ x_1, x_1, \cdots\cdots, x_n \\ \quad =f(x_1, x_2, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, x_n) \\ \text{Subject to } \; -G_i(x_1, x_2, \;\cdots\cdots, x_n) \\ =g_i(x_1, x_2, \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, x_n) \geq 0 \\ \qquad (i=1,2,\cdots\cdots\cdots m) \end{array}\right\}\cdots(11)$$

이들은 그림 -8의 例에서 쉽게 理解할 수 있다. 數理計劃法으로서는 여러가지 手法이 있는데 다음과 같이 나눌 수 있다.

(가) 拘束條件이 附隨된 最適化, 拘束條件 없는 最適化

(나) 直線的인 最適化, 間接的인 最適化 지금 $f(x)=x^2-4x+5$의 最小値는 Sampling法등에 의해서 직접 구하는 方法과 이것을 x로 미분해서

$2x-4=0 \quad \therefore x=2$를 얻어서 이 것에서 最小値 $f(2)=1$을 間接的으로 구하는 方法이 있다.

(다) 線形最適化, 非線形最適化

(19) 式에 있어서 $f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$과 $g_i(x_1, x_1, \cdots, x_n)$이 線形 예컨데 $f(x_1, x_2, x_3)=x_1-2x_2+3x_3$이면 非線形 예컨데 $f(x_1, x_2, x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^3$이 있는 바와 같은 것이다.

(라) 確的的最適化, 確率的最適化

入力및 시스템을 拘束하는 環境이 確定量인가 確率量인가에 의한다.

일반으로 數理 計劃 手法으로서는 단순한 微分法에 의하는 方法(method of calculus), 非線形 計劃法(non-linear progremming), 線形計 劃法(linear programming), 動的計劃法(dyndmic programming)이 있는 그 特徵은 表-1과 같다.

目的函數, 拘束條件이 (9) 式에서 표시되는 바와 같이 標式化되면 다음에 (9) 式의 解를 얻기 위하여는 어떤 手法에 의하는 것이 有効 동시에 効率的인가를 판단하지 않으면 안된다. 이 까닭에 各 手法의 基本的인 思考方式을 이해하고 그 適用法을 알 필요가 있다.

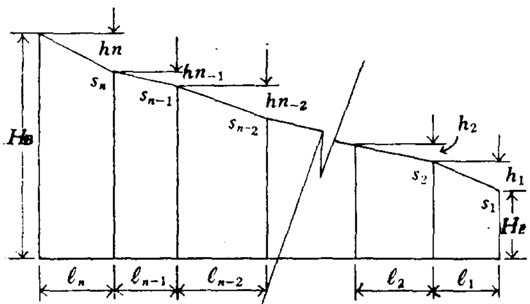
表-1 **各數理計劃法의 特徵**

方法	適用될 수 있는 條件	特徵
微分法	① 目的函數, 拘束條件이 定式化된 것 ② 目的函數, 拘束條件이 決定變數의 어떤 範圍에서 連續邊微分可能할 것	① 複雜한 시스템에는 應用 不可能함 ② 傾斜法의 기초가 됨. ③ 目次函數가 2次式으로 等號를 가진 拘束條件이 線形의 경우 Laglange 의 未定係數法이 有効하게 됨
傾斜法	① 目的函數, 拘束條件이 定式化될 것 ② 目的函數, 拘束條件이 決定變數의 어떤 範圍에서 連續이고 微分可能할 것	① 計算이 매우 복잡하다(經濟的으로 困難) ② 구하여진 解가 반드시 最適値는 아니다. ③ 拘束條件이 많을 경우 不適當하다. ④ 收束이 빠른 計算方法의 開發이 進行되고 있다.
動的計劃法	① 目的函數가 한 決定變數으로 되는 函數의 合 또는 積으로 표시될 것 ② 決定變數의 一連의 것이고 拘束條件은 시스템의 狀態를 拘束하는 것. ③ 函數形은 連續量, 離散量, 그 混合의 어느 것 이라도 좋다.	① 決定變數가 많은 경우는 가장 効率的인 決定方法이다. ② 汎用프로그램이 委在하지않고 問題에 따라 프로그 램이만들어 져야한다. ③ 函數가 連續量이나 微分可能이 아니라도 좋다. ④ 복잡한 시스템에 最適이다. ⑤ 第1의 最適値뿐만 아니라 第2의 最適値도 알 수 있다.
線形計劃法	① 目的函數, 拘束條件이 모두 線形으로 定式化되어야 한다. ② 모든 決定變數는 陰의 값을 取하지 않는다.	① 汎用프로그램에 利用된다. ② 手法의 詳細에에 대하여 몰라도 사용가능하다. ③ 決定變數가 많은 경우는 부적당하고 拘束條件이 많아도 좋다 ④ 非線形問題도 線形化함으로서 利用할 수 있다. ⑤ 唯一의 最適値만 알 수 있다.

(1) 動的計劃法

(가) 基本的인 考察方式

그림 -9에 표시한 水路의 各區間에 傾斜를 配分하는 問題를 例로 한 動的計劃法의 考察方法을 설명하기로 한다. 單位 길이當 水路工事費는 水路傾斜에 따라 결정되는데 區間거리와 區間傾斜의 積은 區間水頭임으로 區間工事費는 區間水頭의 函數로서 나타낸다. 最適傾斜配分이라는 것은 水路의 全工事費가 最小가 되도록 各區間의 水頭를 결정하는 것이다. 이것을 標式化하면



h_i: i 구간의 배분수두

ℓ_i: i 구간의 거리

s_i: i 구간의 경사 ($s_i=h_i/\ell_i$)

그림 9 水路傾斜의 配分

$$\left.\begin{array}{l} C=\text{Min}\{f_1(h_1)+f_2(h_2)+\cdots\cdots+f_n(h_n)\} \\ \quad \text{Subject to} \\ \quad h_1+h_2+\cdots\cdots\cdots\cdots+h_n\leq H \end{array}\right\}(12)$$

여기서 f_1 區間 hi에 水頭 i를 配分할 때의 區間 i의 工事費

C : 水路의 全工事費

(12)式과 같이 目的函數, 拘束條件의 各各의 變數만으로 이루는 函數의 合 또는 積으로서 나타나는 경우에는 動的計劃法이 效率的으로 이용된다. 動的計劃法은 950年代에 Belmann에 의하여 개발된 후 각분야에서 넓게 사용되고 있다. 특히 Hall에 의하여 도입된 이후 水資源計劃의 중요한 手法의 하나로 되어있다.

式에 있어서 區間 i에 水頭 h_i를 配分하는 것은 殘餘 區間에의 水頭를 配分을 制約하는 것이 됨으로 各區間에 配分되는 水頭는 全工事費를 最小로 되도록 各區間에서의 決定을 施行하는 規則을 形成할 필요가 있다. 이規則을 形式하는 方法이 動的計劃法이다. (12) 式을 풀기 위해서 먼저 다음 式으로 바꾸어 보자.

$$\left.\begin{array}{l} C=\text{Min}\left\{\sum_{i=1}^{k} f_i(h_i)\right\} \\ \text{Subject to} \\ \sum_{i=1}^{k} hi=H'\leq H \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(13)$$

(13) 式은 $H'\leq H$인 H'를 $h_1,h_1,\cdots,h_n$으로 配分해서 目的函數 C를 最適化하는 것을 나타내고 있다. 즉 目的函數는 H'의 函數로서 표시하는 것이 되며 이것이 動的計劃法을 복잡한 分岐시스템의 유력한 最適化手法으로 하고 있다. (13) 式은 다음과 같이 最適化된다. 먼저 區間 1의 工事費 $f_1(h_1)$을 계산하고 그 最小値를 $\bar{C}_1(H')$로 한다. 물론 $\bar{C}_1(H')$는 H'의 函數임으로 이것은 $E'\leq H$인 H'의 여러 값에 대해서 계산하여두지 않으면 안된다. 이것을 標式化하면

$$\left.\begin{array}{l} \bar{C}_1(H')=\text{Min}\{f_1(h_1)\} \\ \text{Subject to} \\ \quad h_1\leq H' \\ \quad H'\leq H \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

로서 이루어진다. 다음에 區間 1과 區間 2에 利用可能水頭 $H'(\leq H)$를 주어서 區間 1과 區間 2.1 의工事費의 合을 最小化로 하자

$$\left.\begin{array}{l} \bar{C}_2(H')=\text{Min}\{f_2(\text{h}_2)+f_1(h_1)\} \\ \text{Subject to} \\ \quad h_1+h_2\leq H' \\ \quad H'\leq H \end{array}\right\}\cdots\cdots(15)$$

지금 이때의 目的函數의 값 $f_2(h_2)+f_1(h_1)$은

$$\left.\begin{array}{l} C_2{}^*(H')=f_2(h_2)+f_1(h_1) \\ \quad =f_2(h_2)+\text{Min}\{f_1(h_1)\} \\ \text{Subject to} \\ \quad h_1\leq H'-h_2 \\ \quad =f_2(h_2)+\bar{C}_1(H'-h_2) \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(16)$$

로 變形해서 H_2만의 函數가 됨으로 (16)式을 (15) 式에 代入해서 다음 (17) 式을 얻는다.

$$\left.\begin{array}{l} \bar{C}_2(H')\text{Min}\{f_2(h_2)+\bar{C}_1(H'-h_2)\} \\ \text{Subject to} \\ \quad h_2\leq H' \\ \quad H'\leq H \end{array}\right\}\cdots(17)$$

$h_2(\leq H')$를 여러 값으로 바꾸어서 $f_2(h_2)+\bar{C}_1(H'-h_2)$의 값 ($\bar{C}_1(H'-h_2)$는 (14) 式에 벌써구하고 있음을 계산해서 그 最小値를 $\bar{C}_2(H')$로 한다. 이것도 H'의 函數임으로 $H'\leq H$인 여러 H'에 대해서 계산해두지 않으면 안된다는 것은 (14) 式의 경우와 같다. 같은 방법으로 區間 $1,2,\cdots,k$에 있어서 最適値는

$$\bar{C}_k(H')=\text{Min}\{f_k(h_k)+\bar{C}_{k-1}(H'-h_k)\}$$

Subject to

$$\left.\begin{array}{l} h_k \leq H' \\ H' \leq H \end{array}\right\} \quad (18)$$

으로서 주어진다. (14), (17)및 (18) 式은 각각 第1段 第2段 및 第 k段의 最適解 또 이와 같은 問題를 多段決定過程(multi-stage decision process)이라고 부른다. (18) 式은 第 k 段의 決定은 第(k-1)段의 決定結果를고려하면 좋다는 것을 나타내는 漸化式이다. 같은 方法으로 第 n(最終)段이 最適解는

$$\left.\begin{array}{l} \bar{C}_n(H') = \mathrm{Min}\{f_n(h_n) + \bar{C}_{n-1}(H' - h_n)\} \\ \text{Subject to} \\ \quad h_n \leq H' \\ \quad H' \leq H \end{array}\right\} \quad (19)$$

로 되고 $\bar{C}_n(H')$의 最小值에서 全工事業의 最小值 및 그때의 H' 및 $\bar{h}_n$을 알 수 가있다. 또 第(n-1)段의 最適解는 $\bar{C}_{n-1}(H'-\bar{h}_n)$의 最小值이며 $\bar{C}_n(H'-\bar{h}_n)$을 最小로 한 $\bar{h}_{n-1}$가 區間 (n-1)의 最適(全工事費를 最小로 하는)水頭이다. 順次로 이것을 反復해서 $\bar{h}_{n-2}, \cdots \bar{h}_2, \bar{h}_1$을 얻을 수 가있다. 더욱 理解하기 쉽도록 區間數區, 間水頭~區間工事費의 관계가 表 -2와 같은 경우의 全利用可能水頭 H'=0.8을 配分하는 경우에 대해서 具體的으로 계산하여보기로 한다.

表 -2 區間水頭~區間工事費의 관계

區間 i	區間水頭 h_i	區間工事費 $f_i(h_i)$	備考
1	0.1	44	(1 單位,
	0.2	39	水頭 : m
	(0.3)	(36)	工事 : 百만원
	0.4	35	
2	0.1	75	2) 區間水頭의上
	0.2	73	下限値는 水路
	0.3	69	의 許容流速 最
	(0.4)	(66)	大流速에 對應하는 것으로 함
3	(0.1)	(16)	3) ( )는 表
	0.1	13	-3의 檢討에 의
	0.1	14	해서 求한 것

H'는 $O \leq H' \leq H$=0.8m를 滿足시키는 모든 값을 취할 수 있으나 여기서는 0.1m 別로 계산한다.

(가) 第1段

먼저 H'=0.1로 한다. 이때 $h_1 \leq H'$=0.10을 만족하는 $f_1(h_1)$의 最小值는 h_1=0.01일 때의 f_1(0.10)=44임으로 $\bar{C}_1$(0.10)=44를 얻는다. 같은 方法으로 $\bar{C}_1$(0.20)=39, $\bar{C}_1$(0.30)=36, $\bar{C}_1$(0.40)=35를 얻는다. H'=0.50일 때 $h_1 \leq H'$=0.50을 만족하는 $f_1(h_1)$의 最小值는 f_1(0.40)=35임으로 $\bar{C}_1$(0.50)=35가 된다. 같은 方法으로 계산해서 表 -3의 第1段의 最適化를 얻는다.

(나) 第2段

먼저 H'=0.10으로 하면 (17)式에 있어서 h_2=0.10, $H'-h_2$=0 또는 h_2=0, $H'-h_2$=0.10로 되고 表 -3의 第1段의 最適解및 表 -2의 區間 2水頭~區間工事費의 관계로 바서 이와 같은 配分은 있을 수 없다. 便宜上 $\bar{C}_2$(0.10)=1000으로 하자. 다음에 H'=0.20로 하면 (17) 式에 있어서 h_2=0.10, $N'-h_2$=0.10 또는 h_2=0.20, $H'-h_2$=0이 얻어지는데 前者만 有効하고 (16) 式부터 C_2^*(0.20)=f_2(0.10)+$\bar{C}_1$(0.20−0.10)=75+44=119 즉, $\bar{C}_2$(0.20)=119를 얻는다. H'=0.30의 경우 h_2=0.10, h_2=0.20이 有効하고 각각

$$C_2^*(0.30) = f_2(0.10) + \bar{C}_1(0.30 - 0.10) = 114,$$

$$C_2^*(0.30) = f_2(0.20) + \bar{C}_1(0.30 - 0.20) = 117$$

을 줌으로 $\bar{C}_2$(0.30)=114를 얻는다. 같은 방법으로 H'=0.80까지 계산은 進行시킨다.

(다) 第3段

(나) 와 같은 方法으로 계산한다.

表 -3 多段決定過程

H'	第 1 段		第 2 段		第 3 段	
	$C_1(H')$	h_1	$C_2(H')$	h_2	$C_3(H')$	h_3
0.10	44	0.10	100	—	1000	—
0.20	39	0.20	119	0.10	1000	—
0.30	(36)	(0.30)	114	0.10	135	0.01
0.40	35	0.40	111	0.10	130	0.01
0.50	35	0.40	108	0.30	127	0.01
0.60	35	0.40	105	0.30, 0.4	124	0.10
0.70	35	0.40	(102)	(0.40)	121	0.10
0.80	35	0.40	101	.400	118	(0.10)

注 單位는 表 -2와 같음

(라) 最適値의 決定

$\bar{C}_3(H')$의 最小值 $\bar{C}_3$(0.80)=118이 全工事의 最小值이고 이때의 各區間의 最適水頭는 表 -3에서 $\bar{h}_3$=0.10, $H'-\bar{h}_3$=0.70이 第2段에 配分될 때에 最適値에서 $\bar{h}_2$=0.40, $H'-\bar{h}_3-\bar{h}_2$=0.30이 第1段에 配分될 때의 最適値에서 $\bar{h}_1$=0.30을 알 수 가있다.

参考資料

7) Hall, W.A. and N. Buras, The Dynamic programming Approach to Water-Resources Development Journal of Geophysical Research, Vol. 66, No.2, pp.517—520.

8) 鍋島一郎, 動的計劃法 pp. 39—42 森北出版株式會社 1965年

9) 中道宏, 灌漑計劃의 最適化, 土木施工 11卷 11號 別册, pp. 6—873

10) 伊藤學, 不規則現象の 解析, 日本土本學會誌 Vol. 55 No.3, pp.99—100