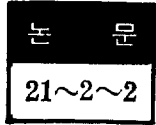


Thyristor 직류 Chopper 방식으로 驅動되는

直流他勵磁式 電動機의 過渡特性解析法

Transient Characteristics of Separately Excited d-c Motor Driven by Thyristor d-c Chopper



천 희 영*
(Hee Young Chun)

Abstract

The transient characteristics of separately excited d-c motor driven by thyristor d-c chopper is studied in this paper. The armature controlled system is applied. As a result of theoretical analysis the following conclusions were drawn:

(1) For the transient analysis, it is recognized that the state transition analysis is a more general method and powerful tool than the state equation method or signal flow graph method, although it includes iterative matrix calculations. And the system is dealt with a finite width sampled-data system in the state transition analysis.

(2) The transient characteristics of the motor angular velocity and its torque to the sampling duration variation are compared with those due to the amplitude variation of d-c chopper voltage as follows. The attenuation rate of the transient characteristics is equal in both cases, but the initial value of the transient characteristics in former case is greater than in latter case.

(3) The roots of characteristics equation of the system lie inside the unit circle of the Z-plane. Therefore the system is stable. Further it is found that as the sampling duration is decreased the relative stability is lessened.

1. 서 론

전동기의 특성해석은 주로 정상상태에서의 속도회전력특성을 구하는것을 주안점으로 하고 있다. 그러나 전동기를 자동제어의 一要素로 사용하는 경우에는 자주 변동하는 부하상태에 놓이게 된다. 따라서 이런 경우에는 과도특성을 주관점으로 삼어야 할 것이다.

직류전동기는 브러쉬가 있어 보수에 유의해야하고 형태가 크고 값이 비싸므로 교류전동기에 비하여 불리한 점도 있으나 광범위한 속도조정이 가능한것과 正轉逆轉이 용이한것등의 제어성능이 양호한 까닭에 자동제어계의 요소로 많이 사용된다.

한편 직류전동기를 구동하는 전원으로서의 교류를 직류로 변환하는 변환장치가 필요하다. 이 변화장치에는

지금까지 주로 사용한 직류발전기와 같은 회전형의 변환기외에 가변전압의 靜止型 교류직류변환장치로써는 수은정류기, Thyatron, 자기증폭등이 있다. 그러나 반도체정류소자의 개발과 더불어 Thyristor(S. C. R)가 실용된 이후에는 점차 이것으로 대체되는 상태에 있다. 직류전동기제어에 사용되는 Thyristor를 이용한 직류 Chopper 방식은 직류를 주기적으로 斷續시켜 矩形波의 교류를 발생하는 것으로 S. C. R 응용의 큰 분야를 차지하고 있다.

직류전동기에 관한 지금까지의 연구는 주로 일정직류전압 아래서의 정상특성과 과도특성에 관한것으로 歪形波정류회로나 직류 Chopper 방식과 같이 脈動하는 전원으로 운전되는 경우에는 정상특성에 관한것은 있다.¹⁾ 그러나 과도특성해석에 있어서는 본 논문에서와같이 직류전동기중 자동제어계의 요소로서 주로 사용되는 타어

* 정회원 : 고려대학교 이공대학 전기공학과 교수

자식전동기에 대하여 직류 Chopper 방식에 의한 脈動電壓을 가하고 이경우의 과도특성해석을 상태변수에 의한 狀態方程式法과 state transition signal flow graph에 적용하는 방법 및 nonconventional sampling systems 중의 Finite-width Sampled-data system 으로 취급하는 statetransition analysis 방법을 취급한것은 없다. 본 논문에서는 또 다음에 미소한 전원전압변동과 부하변동에 따른 출력(회전각속도, 회전력)의 변동을 전달함수법을 적용하여 제어요소로서의 利得定數와 時定數의 변화등을 고찰하고 또 이 직류 Chopper 방식에 의한 전동기를 자동제어계의 한 요소로 하였을때의 안정성을 Z평면에서 특성방정식의 근의 위치에 따라 고찰코저한다.

2. 본 론

Thyristor Chopper 脈動電源으로 驅動되는 타여자식 직류전동기의 전기자제어방식에 의한 신호전달계통도, Chopper 맥동파형도 및 회로도도는 그림 1, 그림 2, 그림 3과 같으며 이 방식에서 얻어지는 전기적특성전압방정식과 기계적특성평형식은 다음과 같다.

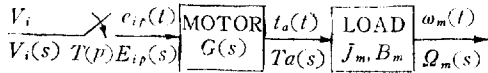


그림 1. 신호전달계통도
Fig. 1. Block diagram of d-c motor driven by d-c chopper.

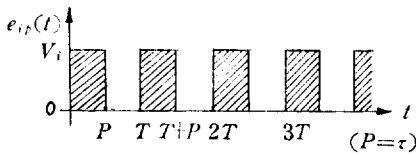


그림 2. 직류 Chopper 전압파형
Fig. 2. Voltage wave form of d-c chopper

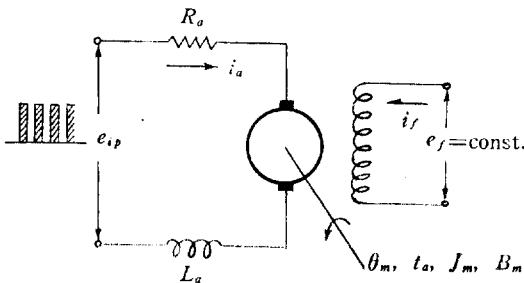


그림 3. 전기자제어 직류전동기의 회로도
Fig. 3. Schematic diagram of an armature controlled d-c motor

$$\phi(t) = K_f i_f = \phi \quad (\text{공극자속이 계자전류에 비례}) \quad (1)$$

$$t_a(t) = K'_m \phi i_a(t) = K'_m K_f i_f i_a(t) = K_i i_a(t) \quad (2)$$

$$L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) = e_{ip}(t) - e_b(t) \quad (3)$$

$$t_a(t) = J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} + B_m \omega_m(t) \quad (4)$$

$$\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t) \quad (5)$$

$$e_b(t) = K_b \omega_m(t) \quad (6)$$

윗식에서 각 부호는 다음과같이 정한다.

- $i_a(t)$: 전기자전류
- i_f : 계자전류
- $e_{ip}(t)$: chopper 맥동전압
- e_b : 전기자역기전력
- ϕ : 공극자속
- K_f : 자속비례정수
- K_i : 회전력정수
- K_b : 역기전력정수
- $t_a(t)$: 전동기발생회전력
- L_a : 전기자인덕턴스
- R_a : 전기자저항
- J_m : 전동기축에서의 관성모우멘트
- B_m : 전동기축에서의 점성마찰계수
- ω_m : 각속도
- θ_m : 각변위

(1) 상태방정식(State equation)에 의한 해법

(1)식에서 (6)식까지의 기본식에서 전기자전류 $i_a(t)$, 전동기축에서의 회전각속도 $\omega_m(t)$ 와 각변위 $\theta_m(t)$ 를 상태변수(state variable)로 취하면 다음과 같은 상태방정식이 얻어진다.

$$\begin{pmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{d\omega_m}{dt} \\ \frac{d\theta_m}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} & 0 \\ \frac{K_i}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ \omega_m \\ \theta_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e_{ip}(t) \quad (7)$$

$X(t)$ 를 상태벡터(state vector), $r(t)$ 를 입력벡터(input vector)로 표시한 경우의 상태방정식은 다음과 같이 표시된다.²⁾

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t) + B \cdot r(t) \quad (8)$$

따라서 A 행렬과 B 행렬 또 $X(t)$, $r(t)$ 는 다음과 같다.

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} & 0 \\ \frac{K_i}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$X(t) = \begin{pmatrix} i_a \\ \omega_m \\ \theta_m \end{pmatrix} \quad r(t) = e_{ip}(t)$$

初期狀態가 $t=0$ 또는 우의의 시간 $t=t_0$ 에 정의되는 경우의 (8)식의 解 $X(t)$ 는 다음과 같은 state transition equation 으로 주어진다.

$$X(t) = \phi(t)X(0^+) + \int_0^t \phi(t-\tau)Br(\tau)d\tau, \quad (t \geq 0) \quad (9)$$

$$X(t) = \phi(t-t_0)X(t_0^+) + \int_{t_0}^t \phi(t-\tau)Br(\tau)d\tau, \quad (t \geq t_0) \quad (10)$$

윗식에서 $\phi(t)$ 는 A行列의 state transition matrix 이며 $\phi(t) = L^{-1}[(SI-A)^{-1}]$ 로 표시된다. 따라서 A行列 B行列 $\phi(t)$ 등이 위와같이 정해지니까 (9), (10)식의 적분에 의하여 $i_a(t)$, $T_a(t)$, $\omega_m(t)$, $\theta_m(t)$ 등이 결정된다.

(2) State transition signal flow graph 에 의한 해법

系統의 기본방정식에서 (7)식과같은 상태방정식이 얻

어지고 이것으로 state transition signal flow graph 를 그릴 수 있다.

얻어진 state transition signal flow graph 에 Mason 의 법칙을 적용하면 state transition equation 이 구해지고 이것을 Laplace 逆變換하면 시간영역에서의 過渡 應答을 얻을 수 있다.

지금 문제의 D.C Chopper 맥동전압으로 구동되는 전 기자제어 직류전동기에 대하여 이방법을 적용한다.

일정직류전압을 V_i , Sampling 주기를 T (sec)라하고 chopper 가 on 되는 시간 즉 Sampling duration 을 $\tau = P$ ($0 < P < T$)라하면 전동기에 가해지는 전압 $e_{ip}(t)$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$e_{ip}(t) = V_i \sum_{k=0}^{\infty} [u(t-KT) - u(t-KT-P)] \quad (11)$$

$$E_{ip}(s) = L[e_{ip}(t)] = V_i \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1 - e^{-PS}}{S} e^{-kTs} \quad (12)$$

$$= S^{-1} \cdot V_{ip}^*(s) \quad (13)$$

系統의 기본방정식에서 얻어지는 상태방정식과 (12), (13)식에서 다음과 같은 state transition signal flow graph 그릴 수 있다.

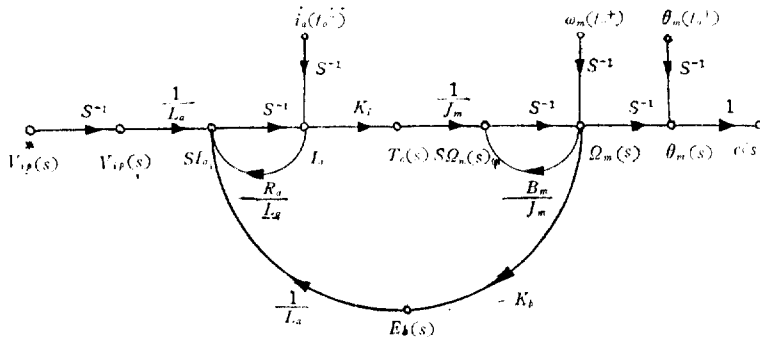


그림 4. 전기자제어 직류전동기의 state transition signal flow graph
Fig. 4. State transition signal flow graph of an armature controlled d-c motor.

그림4의 state transition signal flow graph 에 Mason 의 General Gain formula 를 적용하면 다음과 같은 $\theta_m(s)$, $\Omega_m(s)$, $I_a(s)$ 가 얻어진다.

$$\left. \begin{aligned} \theta_m(s) &= \frac{1}{S} \theta_m(t_0^+) + \frac{1}{S} S^{-2} \left(1 + \frac{R_a}{L_a} S^{-1} \right) \omega_m(t_0^+) + \frac{1}{S} \frac{K_t}{J_m} S^{-3} i_a(t_0^+) + \frac{1}{S} \frac{1}{L_a} \cdot \frac{K_t}{J_m} S^{-4} \cdot V_{ip}^*(s) \\ \Omega_m(s) &= -\frac{1}{S} S^{-1} \left(1 + \frac{R_a}{L_a} S^{-1} \right) \omega_m(t_0^+) + \frac{1}{S} \frac{K_t}{J_m} S^{-2} i_a(t_0^+) + \frac{1}{S} \frac{1}{L_a} \cdot \frac{K_t}{J_m} S^{-3} \cdot V_{ip}^*(s) \\ I_a(s) &= -\frac{1}{S} S^{-2} \left(\frac{-K_b}{L_a} \right) \omega_m(t_0^+) + \frac{1}{S} S^{-1} \left(1 + \frac{B_m}{J_m} S^{-1} \right) i_a(t_0^+) \\ &\quad + \frac{1}{S} \frac{1}{L_a} S^{-2} \left(1 + \frac{B_m}{J_m} S^{-1} \right) V_{ip}^*(s) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

行列로 표시하면

$$\begin{pmatrix} \theta_m(s) \\ \Omega_m(s) \\ I_a(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S^{-1} \frac{1}{\Delta} S^{-2} (1 + \frac{R_a}{L_a} S^{-1}) & \frac{1}{\Delta} \frac{K_i}{J_m} S^{-3} \\ 0 & \frac{1}{\Delta} S^{-1} (1 + \frac{R_a}{L_a} S^{-1}) & \frac{1}{\Delta} \frac{K_i}{J_m} S^{-2} \\ 0 & \frac{1}{\Delta} S^{-2} (\frac{-K_b}{L_a}) & \frac{1}{\Delta} S^{-1} (1 + \frac{B_m}{J_m} S^{-1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_m(t_0^+) \\ \omega_m(t_0^+) \\ i_a(t_0^+) \end{pmatrix} + \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \frac{1}{L_a} \frac{K_i}{J_m} S^{-4} \\ \frac{1}{L_a} \frac{K_i}{J_m} S^{-3} \\ \frac{1}{L_a} S^{-2} (1 + \frac{B_m}{J_m} S^{-1}) \end{pmatrix} V_{ip}^*(s) \quad (14)'$$

$S^{-1} V_{ip}^*(s) = V_{ip}(s)$ 이니까 정리된 식은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \theta_m(s) \\ \Omega_m(s) \\ I_a(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S^{-1} \frac{1}{\Delta} S^{-2} (1 + \frac{R_a}{L_a} S^{-1}) & \frac{1}{\Delta} \frac{K_i}{J_m} S^{-3} \\ 0 & \frac{1}{\Delta} S^{-1} (1 + \frac{R_a}{L_a} S^{-1}) & \frac{1}{\Delta} \frac{K_i}{J_m} S^{-2} \\ 0 & \frac{1}{\Delta} S^{-2} (\frac{-K_b}{L_a}) & \frac{1}{\Delta} S^{-1} (1 + \frac{B_m}{J_m} S^{-1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_m(t_0^+) \\ \omega_m(t_0^+) \\ i_a(t_0^+) \end{pmatrix} + \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \frac{1}{L_a} \frac{K_i}{J_m} S^{-3} \\ \frac{1}{L_a} \frac{K_i}{J_m} S^{-2} \\ \frac{1}{L_a} S^{-1} (1 + \frac{B_m}{J_m} S^{-1}) \end{pmatrix} V_{ip}(s) \quad (15)$$

여기서 Δ 는 다음과 같다.

$$\Delta = 1 + \frac{R_a}{L_a} + \frac{B_m}{J_m} S^{-1} + \left(\frac{K_i}{J_m} \cdot \frac{K_b}{L_a} + \frac{R_a}{J_m} \right) \frac{B_m}{L_a} S^{-2} \quad (16)$$

$t \geq t_0$ 에서 State transition equation $X(t)$ 는 (15) 식의 양변을 Laplace 역변환하므로써 얻을수가 있다. 즉 시간영역에서의 $\theta_m(t)$, $\omega_m(t)$, $i_a(t)$ 에 대한 과도응답이 구해진다.

그러나 (15) 식의 Laplace 역변환계산은 역변환공식표에 의한다 하더라도 상당히 복잡한 과정을 밟게된다.

(3) Nonconventional sampling system 로써의 해법

初期値를 0으로하고 D.C chopper 맥동전압을 입력으로 전동기축의 회전속도를 출력으로 하였을때 이방식의 전달함수는 다음과 같이 주어진다.

$$G_{\theta}(s) = \frac{\Omega_m(s)}{V_{ip}(s)} = \frac{K_i}{L_a J_m S^2 + (R_a J_m + B_m L_a) S + (K_b K_i + R_a B_m)} \quad (17)$$

Sampling 주기를 T, 有限幅의 Sampling duration $P \Rightarrow \tau$ 라하면 direct programming¹⁾에 의하여 그림 5와 같은 state variable diagram 이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \text{그림에서 } A &= \frac{K_i}{L_a J_m}, & B &= \left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{B_m}{J_m} \right), \\ C &= \left(\frac{K_b K_i + R_a B_m}{L_a J_m} \right) \end{aligned}$$

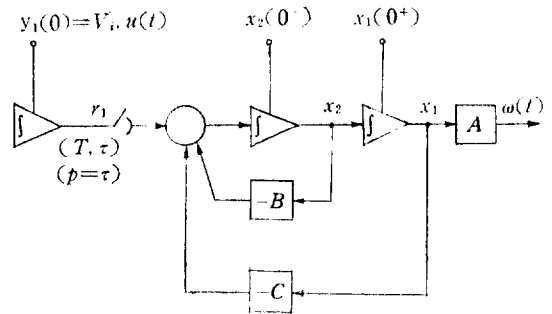


그림 5. 유한폭을 갖인 불연속치계에 대한 상태변수도 (전기자제어방식)

Fig. 5. State variable diagram of the finite-width sampled-data system (armature controlled system)

State Vector $V(\lambda)^{1)}$ 를 다음과같이 정의하면 定數係數를 갖인 이 방식의 一階微分方程式의 集合은 다음과 같이 표시된다.

$$V(\lambda) = \begin{pmatrix} r_1 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\frac{dV(\lambda)}{d\lambda} = A \cdot V(\lambda) \quad (19)$$

$0 < t - nT < \tau$ 인 기간중에는 state variable diagram 그림 5에서 다음과 같은 관계가 얻어진다.

$$\left. \begin{aligned} \dot{r} &= 0 \\ \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= r_1 - Cx_1 - Bx_2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

따라서

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -C & -B \end{pmatrix} \quad (21)$$

또

$$\left. \begin{aligned} r_1(nT^+) &= r_1(nT) \\ x_1(nT^+) &= x_1(nT) \\ x_2(nT^+) &= x_2(nT) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

관계가 있으니까 다음의 식에서 B_0 가 정해진다.

$$V(nT^+) = B_0 V(nT) \quad (22)'$$

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I \quad (23)$$

$0 < t - nT \leq \tau$ 기간중에는 Overall transition matrix Φ_0 는

$$\Phi_0(\lambda) = L^{-1} \{ [SI - A]^{-1} \} \text{의 관계에서}$$

$$\Phi_0(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ \frac{1}{ab} + \frac{1}{a(a-b)} e^{-a\lambda} - \frac{1}{b(a-b)} e^{-b\lambda}, & & & \\ \frac{e^{-a\lambda}}{a-b} + \frac{e^{-b\lambda}}{a-b} & & & \\ 0 & & & \\ \left(\frac{a-B}{a-b} \right) e^{-a\lambda} + \left(\frac{-b+B}{a-b} \right) e^{-b\lambda}, & & & \\ \left(\frac{-C}{a-b} \right) e^{-a\lambda} + \left(\frac{-C}{a-b} \right) e^{-b\lambda} & & & \\ 0 & & & \\ -\frac{e^{-a\lambda}}{a-b} + \frac{e^{-b\lambda}}{a-b} & & & \\ \left(\frac{a}{a-b} \right) e^{-a\lambda} + \left(\frac{-b}{a-b} \right) e^{-b\lambda} \end{pmatrix} \quad (24)$$

(24) 식에서 a, b 는 다음과 같이 정해지는 값이다.

$$S^2 + BS + C - S^2 + \left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{B_m}{J_m} \right) S + \left(\frac{K_b K_i + R_a R_m}{L_a J_m} - (s+a)(s+b) \right)$$

$$\therefore a+b = \frac{R_a}{L_a} + \frac{B_m}{J_m}, \quad a \cdot b = \frac{K_b K_i + R_a B_m}{L_a J_m}$$

(19) 식에 대한 一般解¹⁾ 는 다음과 같이 표시되니까

$$V(\lambda) = \Phi(\lambda) B V(0) = H(\lambda) V(0) \quad (25)$$

$0 < t - nT \leq \tau$ 기간중에는 $H_0(\lambda)$ 는

$$H_0(\lambda) = \Phi_0(\lambda) B_0 = \Phi_0(\lambda) \quad (26)$$

$nT < t \leq nT + \tau$ 기간중의 state Vector $V(t)$ 는 다음과 같다.

$$V(t) = \Phi_0(t - nT) V(nT) \quad (27)$$

Sampling duration τ 를 지난 $nT + \tau < t \leq (n+1)T$ 기간중에는 $\Phi_1(\lambda)$ 와 B_1 은 다음과 같이 정해진다.

즉 $\tau < t - nT \leq T$ 기간중

$$\left. \begin{aligned} \dot{r}_1 &= 0 \\ \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -Cx_1 - Bx_2 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\therefore A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -C & -B \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$B_1 = I$$

$\Phi_1(\lambda) = L^{-1} \{ [SI - A_1]^{-1} \}$ 의 관계에서

$$\Phi_1(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & \left(\frac{a-B}{a-b} \right) e^{-a\lambda} + \left(\frac{-b+B}{a-b} \right) e^{-b\lambda} & & \\ 0 & \left(\frac{-C}{a-b} \right) e^{-a\lambda} + \left(\frac{-C}{a-b} \right) e^{-b\lambda} & & \\ 0 & & & \\ -\left(\frac{1}{a-b} \right) e^{-a\lambda} + \left(\frac{1}{a-b} \right) e^{-b\lambda} & & & \\ \left(\frac{a}{a-b} \right) e^{-a\lambda} + \left(\frac{-b}{a-b} \right) e^{-b\lambda} \end{pmatrix} \quad (30)$$

$nT + \tau < t \leq (n+1)T$ 기간중의 State Vector 는

$$V(t) = \Phi_1(t - nT - \tau) \Phi_0(\tau) V(nT) \quad (31)$$

따라서 $t = (n+1)T$ 일때 State Vector 는

$$V(n+1T) = \Phi_1(T - \tau) \Phi_0(\tau) V(nT) \quad (32)$$

$t = nT + \tau$ 일때 State Vector 는

$$V(nT + \tau) = \Phi_0(\tau) V(nT) \quad (33)$$

Sampling 주기와 Sampling duration τ 가 정해지면 $\Phi_0(\tau)$ 와 $\Phi_1(T - \tau)$ 가 결정된다. $\Phi_0(\tau)$ 와 $\Phi_1(T - \tau)$ 가 정해지면 $n=0, 1, 2, \dots$ 로 놓고 $V(\tau), V(T), V(T + \tau), V(2T), \dots$ 등을 곧 계산할 수 있다. 즉

$$V(\tau) = \Phi_0(\tau) V(0)$$

$$V(T) = \Phi_1(T - \tau) \Phi_0(\tau) V(0)$$

여기서

$$V(0) = \begin{pmatrix} V_i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

또 $V(T + \tau) = \Phi_0(\tau) V(T)$

$$V(2T) = \Phi_1(T - \tau) \Phi_0(\tau) V(T)$$

같은 방법으로

$V(2T+\tau), V(3T)$
 $V(3T+\tau), V(4T)$
 $V(4T+\tau), V(5T)$
 $V(5T+\tau), V(6T)$

⋮
 ⋮

$V(t)$ 에서 $t=nT+\tau, t=nT$ 에 대한 값이 정해지면 $x(t)$ 가 정해지고 따라서 출력 $\omega_m(t)$ 는 다음 관계에서 정해진다.

$$\omega_m(t) = A \cdot x_1(t) = \frac{K_i}{L_a J_m} \cdot x_1(t) \quad (\text{rad/sec}) \quad (34)$$

(4) 과도특성

一定한 直流電壓 아래에서의 직류전동기에 대한 정상특성과 과도특성이 연구되었고 Thyristor D.C chopper 맥동전압이 가해진 경우의 정상특성도 연구보고되어 있으므로 여기서는 Thyristor 맥동전압이 가해진 경우의 과도특성을 전달함수법으로 고찰한다. 즉 전원전압과 부하회전력에 대한 미소변동을 입력 Parameter의 변동으로 보고 전동기축에서의 회전각속도를 출력 Parameter의 변동으로 보아 이방식에 대한 전달함수의 시정수와 이득정수(Gain Constant)의 변화를 구해본다.

$E_{ip}(s) = L[e_{ip}(t)]$ 를 입력으로 $\Omega_m(s) = L[\omega_m(t)]$ 를 출력으로 보았을때 이방식에 대한 전달함수는 다음과 같다.

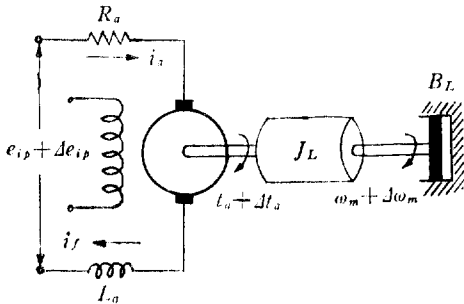


그림 6. 전압, 회전력 및 회전각속도의 변동
 Fig. 6. Variations of voltage, torque and angular velocity.

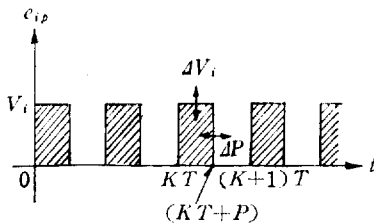


그림 7. 전압파형의 미소변동
 Fig. 7. Variation of voltage wave form.

$$G_D(s) = \frac{\Omega_m(s)}{E_{ip}(s)} = \frac{K_i}{L_a J_m S^2 + (R_a J_m + B_m L_a) S + (K_b K_i + R_a B_m)}$$

위 전달함수와 같이 전기자제어 직류전동기는 자동제어 요소중의 2차소자로 볼 수 있으며 $G_D(s)$ 에서 고유진동수, 공진주파수 및 M_P 등의 값을 구할 수 있다. 그러나 보통 직류전동기의 전기자인덕턴스 L_a 는 다른 정수에 비하여 극히 적으므로 이를 무시하면 전달함수 G_D 는 근사적으로 1차소자로 취급하여도 무방할 것이다.

$$G_D(s) \approx \frac{K_i}{R_a J_m S + (K_b K_i + R_a B_m)} \quad (35)$$

$$= \frac{g_D}{(\tau_D S + 1)} \quad (35)'$$

여기서

$$g_D = \frac{K_i}{K_b K_i + R_a B_m}, \quad \tau_D = \frac{R_a J_m}{K_b K_i + R_a B_m}$$

g_D 는 이득정수이고, τ_D 는 시정수이다.

Thyristor d-c chopper의 맥동전원전압의 미소변동 $\Delta E_{ip}(s)$ 는 Sampling duration P 에 대한 미소변동 $\Delta P(s)$ 와 전압전폭 $V_i(s)$ 의 미소변동 $\Delta V_i(s)$ 의 두가지로 나누어 생각할 수 있다.

$$\Delta E_{ip}(s) = \frac{\partial E_{ip}(s)}{\partial V_i} \Delta V_i(s) + \frac{\partial E_{ip}(s)}{\partial P} \Delta P(s)$$

$$= \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1-e^{-Ps}}{S} e^{-kTs} \right) \cdot \Delta V_i(s)$$

$$+ \left(V_i \sum_{k=0}^{\infty} e^{-(kT+P)s} \right) \cdot \Delta P(s)$$

$\Omega_m(s) = G_D(s) \cdot E_{ip}(s)$ 이니까

$$\Delta \Omega_m(s) = G_D(s) \cdot \Delta E_{ip}(s)$$

$$\therefore \Delta \Omega_m(s) = G_D(s) \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1-e^{-Ps}}{S} e^{-kTs} \right) \Delta V_i(s)$$

$$+ G_D V_i \left(\sum_{k=0}^{\infty} e^{-(kT+P)s} \right) \cdot \Delta P(s) \quad (36)$$

Sampling duration의 미소변동 $\Delta P(s)$ 에 대한 전동기축에서의 회전각속도의 미소변동 $\Delta \Omega_m(s)$ 는 (36)식 제 2항에서 아는바와 같이 그 전달함수 $\Delta \Omega_m(s)/\Delta P(s)$ (다음부터 이런 전달함수를 과도전달함수로 부른다)는 이득정수 g_{DP} 와 시정수 τ_{DP} 가 다음과 같고 지연소자(dead time element)의 결합으로 $(K+P)$ 의 Transportation lag이 생긴다.

이득정수 : $g_{DP} = g_D \times V_i$

시정수 : $\tau_{DP} = \tau_D$

다음에 맥동전원전압전폭의 미소변동 $\Delta V_i(s)$ 에 대한 전동기축에서의 회전각속도의 미소변동 $\Delta \Omega_m(s)$ 는 역시

(36)식의 제1항에서 그 과도전달함수 $\Delta\Omega_m(s)/\Delta V_i(s)$ 의 이득정수 $g_{\Delta V_i}$ 와 시정수 $\tau_{\Delta V_i}$ 는 $G_{\Delta}(s)$ 의 경우와 일치하나 e^{-KTS} 및 $e^{-(KT+P)S}$ 의 지연소자에 의하여 KT 또는 $(KT+P)$ 의 Transportation lag이 생긴다.

이득정수 : $g_{\Delta V_i} = g_{\Delta}$

시정수 : $\tau_{\Delta V_i} = \tau_{\Delta}$

즉 Sampling duration 이나 전원전압의 미소변동에 대한 회전각속도 과도치변화는 그 減衰率이 동일하나 과도치 자체는 초기치가 크기때문에 Sampling duration 변동폭이 전원전압변동시 보다 전원전압크기 배만큼 더 커진다. 다음에 부하회전력변동 $\Delta T_a(s)$ 에 대한 전동기 축에서의 회전각속도의 변동 $\Delta\Omega_m(s)$ 를 고찰하면 $T_a(s) = L[ta(t)] = K_i I_a$, $\Omega_m(s) = G_{\Delta}(s) \cdot E_{i\beta}(s)$ 와 초기치 $\theta_m(t_0) = 0$, $W_m(t_0) = 0$, $i_a(t_0) = 0$, 일때의 $I_a(s)$ 에 대한 (15)식의 관계에서 다음 결과를 얻는다.

$$\Omega_m(s) = G_{\Delta T} \cdot T_a(s) \tag{37}$$

$$G_{\Delta T} = \frac{1}{J_m S + B_m} = \frac{g_{\Delta T}}{\tau_{\Delta T} S + 1} \tag{38}$$

이득정수 : $g_{\Delta T} = \frac{1}{B_m}$

시정수 : $\tau_{\Delta T} = \frac{J_m}{B_m}$

(37)식에서 $\Delta\Omega_m(s) = G_{\Delta T} \cdot \Delta T_a(s)$ 이니까 따라서 $\Delta T_a(s)$ 변동에 대한 $\Delta\Omega_m(s)$ 의 과도전달함수 $\Delta\Omega_m(s)/\Delta T_a(s)$ 는 $G_{\Delta T}$ 의 이득정수 및 시정수와 동일하며 변화가 없다.

다음에 맥동전원전압변동에 대한 회전력변동관계의 과도특성을 고찰하자. 이경우도 전과같이 전동기전기자 인덕턴스 L_a 를 무시하면 전원전압을 입력 회전력을 출력하로 하였을때의 전달함수 $G_T(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_T(s) = \frac{T_a(s)}{E_{i\beta}(s)} = \frac{K_i (J_m S + B_m)}{R_a J_m S + (K_b K_i + R_a B_m)} \tag{39}$$

$$= g_i \left(\frac{1 + \tau_a s}{1 + \tau_i s} \right) \tag{40}$$

이득정수 : $g_i = \frac{K_i B_m}{K_b K_i + R_a B_m}$

시정수 : $\tau_i = \frac{R_a J_m}{K_b K_i + R_a B_m}$

(39)식에서 $T_a(s) = G_T(s) \cdot E_{i\beta}(s)$ 이니까 $\Delta E_{i\beta}(s)$ 변동에 대한 회전력의 변동 $\Delta T_a(s)$ 는 다음과 같다.

$$\Delta T_a(s) = G_T(s) \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1 - e^{-PS}}{S} e^{-KTS} \right) \Delta V_i(s) + G_T(s) V_i \cdot \left(\sum_{k=0}^{\infty} e^{-(KT+P)S} \right) \cdot \Delta P(s) \tag{41}$$

Sampling duration의 미소변동 $\Delta P(s)$ 에 대한 회전력 미소변동 $\Delta T_a(s)$ 의 과도전달함수 $\Delta T_a(s)/\Delta P(s)$ 에서 이득정수 $g_{i\beta}$ 와 시정수 $\tau_{i\beta}$ 는 다음과 같다.

이득정수 : $g_{i\beta} = g_i \times V_i = g_{\Delta} B_m V_i$

시정수 : $\tau_{i\beta} = \tau_i$

물론 이 경우에도 $(KT+P)$ 만큼의 Transportation lag이 생긴다. 또 맥동전원전압진폭만의 미소변동 $\Delta V_i(s)$ 에 대한 회전력의 미소변동 $\Delta T_a(s)$ 는 (41)식에서 부터 그 과도전달함수 $\Delta T_a(s)/\Delta V_i(s)$ 의 이득정수 $g_{i\beta}$ 와 시정수 $\tau_{i\beta}$ 는 다음과 같다.

이득정수 : $g_{i\beta} = \frac{K_i B_m}{K_b K_i + R_a B_m} = g_i$

시정수 : $\tau_{i\beta} = \frac{R_a J_m}{K_b K_i + R_a B_m} = \tau_i$

이 경우는 전달함수가 積分素子와 一次素子 및 遲延素子의 結合體로 생각할 수 있으며 역시 지연소자에 의하여 KT 또는 $(KT+P)$ 의 Transportation lag이 생긴다.

즉 Sampling duration 이나 전원전압의 미소변동 각각에 대한 회전력과도치는 과도치감쇠율이 동일하나 그 과도치 자체는 Sampling duration 변동폭이 전원전압의 미소변동 과도치의 V_i 배이고 $G_{\Delta}(s)$ 의 이득정수의 $B_m \cdot V_i$ 배가 된다.

(5) 安定度

論題의 전기자제어 방식에 대한안정도를 Z -평면에서 특성방정식의 근의 위치에 의하여 고찰한다. 정의^{1) 6)}에 의하여

$$H(t-nT) = \phi(t-nT)B$$

$$V(t) = H(t-nT)V(nT)$$

$H(\tau)^{1)}$ 는 입력벡터 m 와 상태변수 X 의 차원(dimension)에 의하여 다음과 같이 분할할 수 있다.

$$H(\tau) = \begin{bmatrix} \alpha(\tau) & 0 \\ \gamma(\tau) & \beta(\tau) \end{bmatrix}$$

정의에 의하여

$$V(z) = \begin{bmatrix} M(z) \\ X(z) \end{bmatrix}, \quad V(0) = \begin{bmatrix} m(0) \\ X(0) \end{bmatrix}$$

또 discrete-date系에 대한 State Vector의 Z 변환은 다음과 같이 표시된다.

$$V(z) = [I - Z^{-1}H(\tau)]^{-1}V(0)$$

따라서 $V(z)$ 는 다음과 같이도 표시할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M(z) \\ X(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I - Z^{-1}\alpha(\tau)]^{-1} \\ Z^{-1}[I - Z^{-1}\beta(\tau)]^{-1}\gamma(\tau)[I - Z^{-1}\alpha(\tau)]^{-1} \\ 0 \\ [I - Z^{-1}\beta(\tau)]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m(0) \\ X(0) \end{bmatrix}$$

Z 변환으로 표시된 input state vector와 Process state vector는

$$M(z) = [I - Z^{-1}\alpha(\tau)]^{-1}m(0)$$

$$X(z) = Z^{-1}[I - Z^{-1}\beta(\tau)]^{-1}\gamma(\tau)M(z) + [I - Z^{-1}\beta(\tau)]^{-1}X(0)$$

이系에 대한 특성방정식은 $\det[I - Z^{-1}\beta(\tau)] = 0$ 이다.

따라서 安定系에서는 위의 특성방정식의 근이 Z-평면에서 원점을 중심으로하는 단위원 내부에 있어야 한다.

論題의 방식에서 $0 < t - nT \leq \tau$ 기간이거나 $\tau < t - nT \leq T$ 기간에서 어느경우나 $\beta(\tau)$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$\beta(\tau) = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{a-B}{a-b} \right) e^{-a\tau} + \left(\frac{-b+B}{a-b} \right) e^{-b\tau} \\ \left(\frac{C}{a-b} \right) e^{-a\tau} + \left(\frac{-C}{a-b} \right) e^{-b\tau} \\ - \frac{e^{-a\tau}}{a-b} + \frac{e^{-b\tau}}{a-b} \\ \left(\frac{a}{a-b} \right) e^{-a\tau} + \left(\frac{-b}{a-b} \right) e^{-b\tau} \end{array} \right. \quad (42)$$

따라서 특성방정식 $\det [I - Z^{-1}\beta(\tau)] = 0$ 는 다음과 같다.

$$\det \left\{ \begin{array}{l} 1 - Z^{-1} \left[\left(\frac{a-B}{a-b} \right) e^{-a\tau} + \left(\frac{-b+B}{a-b} \right) e^{-b\tau} \right] \\ - Z^{-1} \left[\left(\frac{C}{a-b} \right) e^{-a\tau} + \left(\frac{-C}{a-b} \right) e^{-b\tau} \right] \\ Z^{-1} \left(\frac{e^{-a\tau}}{a-b} - \frac{e^{-b\tau}}{a-b} \right) \\ 1 - Z^{-1} \left[\left(\frac{a}{a-b} \right) e^{-a\tau} + \left(\frac{-b}{a-b} \right) e^{-b\tau} \right] \end{array} \right\} = 0 \quad (43)$$

$A_1(\tau), A_2(\tau), A_3(\tau)$ 를 다음과 같이 놓고 특성방정식을 구한다.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{a-B}{a-b} e^{-a\tau} + \frac{-b+B}{a-b} e^{-b\tau}, \\ A_2 &= \frac{a}{a-b} e^{-a\tau} + \frac{-b}{a-b} e^{-b\tau} \\ A_3 &= \frac{e^{-a\tau}}{a-b} - \frac{e^{-b\tau}}{a-b} \\ Z^2 - (A_1 + A_2)Z + A_1A_2 + CA_3^2 &= 0 \end{aligned} \quad (44)$$

특성방정식 두개의 근을 Z_1, Z_2 라하면

$$Z_1, Z_2 = \frac{(A_1 + A_2) \pm \sqrt{(A_1 + A_2)^2 - 4(A_1A_2 + CA_3^2)}}{2}$$

Z_1, Z_2 중 큰쪽을 Z_1 이라하면

$$|Z_1| < |A_1 + A_2| = |e^{-a\tau} + e^{-b\tau}|$$

$e^{-a\tau}, e^{-b\tau}$ 는 $e^{-a\tau} \ll 1, e^{-b\tau} < 1$ 또는 $e^{-a\tau} < 1, e^{-b\tau} \ll 1$ 인 관계가 있으니까 전동기의 경우는 다음 관계가 성립된다.

$$\therefore |Z_1| < |A_1 + A_2| \leq 1,$$

$$\therefore |Z_2| < 1.$$

즉 $|Z| < 1$ 임을 곧 알 수 있고 이계가 안정계임이 증명된다. 그러나 Sampling duration P 를 적게하면 근 Z 의 위치가 Z-평면 원점에서 單位圓境界線에 가까워져 안정성이 저하함을 다음 數值計算例에서 곧 알 수 있다. 즉 Sampling duration을 증가할수록 안정도는 증가한다.

(6) 計算例

다음 정수를 갖은 전동기에 대하여 Thyristor D. C. chopper 맥동전압으로 제어되는 전기자제어전동기의 과도특성을 [3]의 nonconventional sampling system으로서의 해법으로 전동기회전축에서의 회전각속도를 출력으로 구하는 방법과 sampling duration을 변화하였을 때의 안정도의 변화를 [5]의 방법으로 판별하는 수치계산예를 다음에 명시한다.

(A) 회전각속도

전기자저항	$R_a = 5(\Omega)$
전기자인덕턴스	$L_a = 10^{-3}(H)$
전동기 관성모우먼트	$J_m = 10^{-3} lb-ft/rad/sec^2$
전동기 점성마찰계수	$B_m = 0$
부하의 점성마찰계수	$B_L = 0.1 lb-ft/rad/sec$
부하의 관성모우먼트	$J_L = 0.1 lb-ft/rad/sec^2$
齒車比	$n = N_1/N_2 = 1/10$
전동기 회전력정수	$K_t = 0.5 lb-ft/A$
역기전력정수	$K_b = 0.68 V/rad/sec.$

전동기는 그림 8과 같이 치차비 $n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{10}$ 인 이상적치차를 거쳐 부하에 연결되는 것으로하면 전동기축에서 등가관성모우먼트 J_m 와 등가점성마찰계수 B_m 는 각각 다음과 같다.

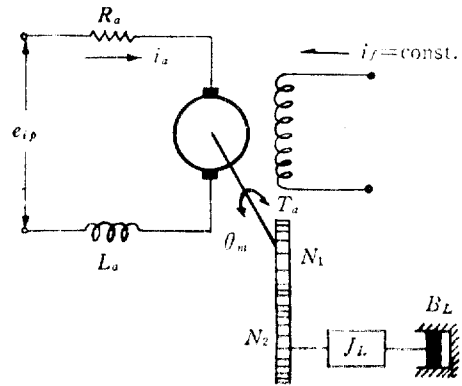


그림 8. 이상적치차로 연결된 전기자제어 전동기회로도
Fig. 8. Schematic diagram of armature controlled d.c. motor under load coupled with ideal gear.

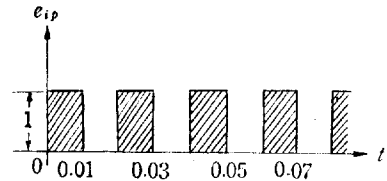


그림 9. $V_i = 1(V), T = 0.02(sec), \tau = 0.01(sec)$ 때의 전압파형
Fig. 9. Voltage wave form of d-c chopper when $V_i = 1(V), T = 0.02(sec), \tau = 0.01(sec)$

$$J_{m\epsilon} = J_m + n^2 J_L = 10^{-3} + \frac{1}{100} \cdot 0.1$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ (lb-ft/rad/sec}^2\text{)}$$

$$B_{m\epsilon} = B_m + n^2 B_L = 10^{-3} \text{ (lb-ft/rad/sec)}$$

(24)식의 $\phi_0(\lambda)$ 를 구하기 위하여 a, b, B, C 를 위의 제의 전동기정수에 의하여 구하면 다음과 같다.

$$a \approx 4965 \quad b \approx 35$$

$$B = 5000.5 \quad C = 172.5 \times 10^3$$

지금 Sampling 주기 $T = 0.02(\text{sec})$, Sampling duration $P = \tau = 0.01(\text{sec})$ 라 하고 계산의 편의상 $V_i = 1(v)$ 로 하여 $V(t)$ 를 계산한다.

$B = 5000.5, C = 172.5 \times 10^3, a = 4965, b = 35, T = 0.02, \tau = 0.01$ 를 (24)식에 대입하여 $\phi_0(\tau), \phi_1(T - \tau)$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$\phi_0(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1.71 \times 10^{-6} & 0.71 & 1.43 \times 10^{-4} \\ 1.43 \times 10^{-4} & -2.47 \times 10 & -5 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad (45)$$

$$\phi_1(T - \tau) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 1.43 \times 10^{-4} \\ 0 & -2.47 \times 10 & -5 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad (46)$$

다음에 $n = 0, 1, 2, \dots$ 로 놓고 $V(\tau), V(T), V(T + \tau), V(2T), \dots$ 등을 차례로 계산한다.

$$V(\tau) = \phi_0(\tau) V(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.71 \times 10^{-6} \\ 1.43 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$V(T) = \phi_1(T - \tau) \phi_0(\tau) V(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 205 \times 10^{-6} \\ -4.3 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

여기서 初期條件은 다음과 같다.

$$V(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V(T + \tau) = \phi_0(\tau) V(T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 147.26 \times 10^{-6} \\ -4920.28 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(2T) = \phi_1(T - \tau) \phi_0(\tau) V(T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 103.85 \times 10^{-6} \\ -3613.69 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

같은 방법으로

$$V(2T + \tau) = \begin{pmatrix} 1 \\ 74.93 \times 10^{-6} \\ -2403.03 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(3T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 51.86 \times 10^{-6} \\ -1838.76 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(3T + \tau) = \begin{pmatrix} 1 \\ 38.26 \times 10^{-6} \\ -1128.75 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(4T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 27.00 \times 10^{-6} \\ -939.38 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(4T + \tau) = \begin{pmatrix} 1 \\ 20.75 \times 10^{-6} \\ -519.21 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(5T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 14.66 \times 10^{-6} \\ -510.00 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(5T + \tau) = \begin{pmatrix} 1 \\ 14.66 \times 10^{-6} \\ -510.00 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(6T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 8.52 \times 10^{-6} \\ -295.53 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(6T + \tau) = \begin{pmatrix} 1 \\ 7.71 \times 10^{-6} \\ -65.97 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(7T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 5.56 \times 10^{-6} \\ -190.21 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(7T + \tau) = \begin{pmatrix} 1 \\ 5.63 \times 10^{-6} \\ 6.62 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(8T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 13.46 \times 10^{-6} \\ -139.10 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(8T + \tau) = \begin{pmatrix} 1 \\ 10.25 \times 10^{-6} \\ -188.76 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(9T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 7.25 \times 10^{-6} \\ -252.23 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(9T+\tau) = \begin{pmatrix} 1 \\ 6.82 \times 10^{-6} \\ -34.80 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$V(10T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 4.79 \times 10^{-6} \\ -168.28 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

이와 같은 방법으로 계속 임의의 nT , 또는 $(nT+\tau)$ 에서의 과도응답 $V(nT)$, $V(nT+\tau)$ 를 계산할 수 있다.

전동기축에서의 각속도 $\omega_m(t)$ 를 출력으로 하면 그림 5의 state vector diagram에서

$$\omega_m(t) = A \cdot x_1(t) \quad (\text{rad/sec})$$

의 관계로부터 임의의 시간에서의 회전각속도과도 순시치가 얻어진다.

다음 표 1에서 nT , $(nT+\tau)$ ($n=0, 1, 2, \dots$)에서의 회전각속도과도순시치를 표시한다.

표 1. 전동기축의 회전각속도과도 순시치

시간 (sec)	상태 변수 $x_1(t)$	회전각속도 $\omega_m(t)$ (rad/sec)	비 고
0.01	1.71×10^{-6}	0.4275	$\omega_m(t) = A \cdot x_1(t)$
0.02	205×10^{-6}	51.25	$A = \frac{K_i}{L_a J_m}$
0.03	147.26×10^{-6}	36.81	$= 0.25 \times 10^6$
0.04	103.85×10^{-6}	25.96	$T = 0.02(\text{sec})$
0.05	74.93×10^{-6}	18.73	$\tau = 0.01(\text{sec})$
0.06	51.86×10^{-6}	12.96	
0.07	38.26×10^{-6}	9.56	
0.08	27.00×10^{-6}	6.75	
0.09	20.75×10^{-6}	5.19	
0.10	14.66×10^{-6}	3.66	
0.11	12.05×10^{-6}	3.01	
0.12	8.52×10^{-6}	2.13	
0.13	7.71×10^{-6}	1.93	
0.14	5.56×10^{-6}	1.39	
0.15	5.63×10^{-6}	1.41	
0.16	13.46×10^{-6}	3.36	
0.17	10.25×10^{-6}	2.56	
0.18	7.25×10^{-6}	1.81	
0.19	6.82×10^{-6}	1.70	
0.20	4.79×10^{-6}	1.09	

(B) 안정도

sampling 주기 $T=0.02$ (sec)를 일정하게 하고 Sampling duration τ 를 0.005(sec), 0.01(sec), 0.015(sec)의 세가지로 변화시킨 경우의 상대적안정성을 Z-평면에 서 특성방정식의 근의 위치의 변화로 고찰하여 보자.

우선 τ 의 변화에 대한 $\Phi_0(\tau)$ 를 (24)식에서 구한다.

a) $\tau=0.05(\text{sec})$ 인 경우

$$\Phi_0(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.94 \times 10^{-6} & 0.845 & 1.7 \times 10^{-4} \\ 1.7 \times 10^{-4} & -2.938 \times 10^{-3} & -5.95 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

b) $\tau=0.01(\text{sec})$ 인 경우

$$\Phi_0(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1.71 \times 10^{-6} & 0.71 & 1.43 \times 10^{-4} \\ 1.43 \times 10^{-4} & -2.47 \times 10^{-3} & -5 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

c) $\tau=0.015(\text{sec})$ 인 경우

$$\Phi_0(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2.68 \times 10^{-6} & 0.541 & 1.09 \times 10^{-4} \\ 1.09 \times 10^{-4} & -1.88 \times 10^{-3} & -3.82 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$\Phi_0(\tau)$ 가 정해지면 각경우에 대한 $\beta(\tau)$ 가 정해지니까 이것으로부터 특성방정식 $\det[I - Z^{-1}\beta(\tau)] = 0$ 를 구할수 있다. 즉

a)경우의 특성방정식($\tau=0.005\text{sec}$)

$$\det \begin{pmatrix} \frac{Z-0.845}{Z} & -\frac{1.7 \times 10^{-4}}{Z} \\ \frac{29.38}{Z} & \frac{Z+5.95 \times 10^{-3}}{Z} \end{pmatrix} = 0$$

b) 경우의 특성방정식($\tau=0.01 \text{ sec}$)

$$\det \begin{pmatrix} \frac{Z-0.71}{Z} & -\frac{1.43 \times 10^{-4}}{Z} \\ \frac{24.7}{Z} & \frac{Z+5 \times 10^{-3}}{Z} \end{pmatrix} = 0$$

c) 경우의 특성방정식($\tau=0.015 \text{ sec}$)

$$\det \begin{pmatrix} \frac{Z-0.541}{Z} & -\frac{1.09 \times 10^{-4}}{Z} \\ \frac{18.8}{Z} & \frac{Z+3.82 \times 10^{-3}}{Z} \end{pmatrix} = 0$$

위의 특성방정식에서 특성근을 구하면

a)의 경우 $Z = -0.05$ $Z = 0.889$

b)의 경우 $Z = 0$ $Z = 0.705$

c)의 경우 $Z = 0$ $Z = 0.537$

이들 특정방정식의 근을 Z평면에 표시하면 그림 10와 같다. 그림 10에서 sampling duration τ 를 적게 할수록 특성근이 단위원경계선에 접근하여 상대적안정도가 저하함을 알 수 있다.

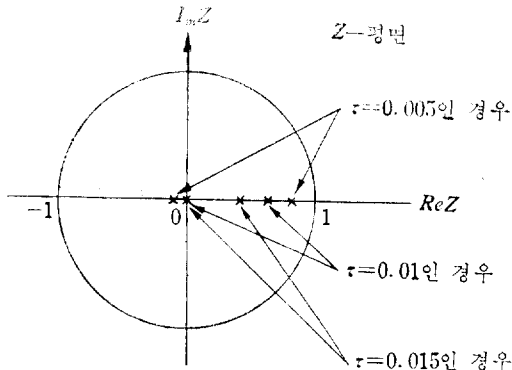


그림 10. 예제의 특성방정식근의 위치(z-평면)
 Fig. 10. Characteristic roots location of the example in the Z-plane.

3. 결 론

Thyristor D.C chopper 맥동전압으로 구동되는 직류 타여자식전동기의 전기자제어방식에 대한 과도특성을 고찰한 결과 다음 결론을 얻었다.

(1) 이 방식에 대한 과도해석법중 상태변수에 의한 상태방정식해법과 state transition signal flow graph에 의한 해법은 계산이 번잡하다. state transition analysis의 하나인 nonconventional sampling system 중의 finite-width sampled-data system으로 취급할 때 행렬계산이 반복되는 결점은 있으나 아주 간결한 결과를 얻을 수 있고 또 이방법은 임의폭을 가진 구형파제어신호에 대하여서도 擴張적용할 수 있다.

(2) Thyristor 맥동전압을 입력으로 전동기축에서의 회전각속도를 출력으로 하였을때 이방식에 대한 전달함수 $G_D(s)$ 는 2차소자이나 전동기 전기자인덕턴스를 무시하면 1차소자로 취급된다. chopper의 맥동전압의 미소변동에 의한 회전각속도의 변동은 sampling duration만의 미소변동에 있어 그 과도전달함수는 G_D 에 대하여 이득정수는 V 배가 되고 시정수에는 변동이 없다. 또 전원전압의 진폭만의 미소변동에 대하여 그 과도전달함수는 $G_D(s)$ 에 대하여 이득정수, 시정수에 모두 변동이 없다. 그러나 과도전달함수는 어느경우나 KT 또는 $(KT+P)$ 의 transportation lag이 생긴다.

(3) Thyristor 맥동전압을 입력으로, 회전력을 출력으로 하였을때의 전달함수 $G_T(s)$ 는 2차소자와 1차소자의 결합체이나 전동기 전기자인덕턴스를 무시하면 1차

소자만의 결합체로 볼 수 있다.

맥동전원전압의 미소변동에 대한 회전력의 변동은 sampling duration만의 미소변동에 대하여 그 과도전달함수는 $G_T(s)$ 에 대하여 이득정수는 $B_m V$ 배가 되나 시정수에는 변동이 없고 맥동전원전압진폭만의 미소변동에 대해서는 이득정수, 시정수 모두 변화가 없다. 그러나 어느 경우든 과도전달함수는 지연소자의 결합으로 KT 또는 $(KT+P)$ 의 Transportation lag가 생긴다.

(4), (2), (3)의 사실로부터 chopper 전원전압의 미소변동에 의한 회전각속도 및 회전력변동의 과도특성에 미치는 영향은 초기치가 다르기 때문에 과도치 자체의 크기에 있어서는 chopper 전원전압변동중 sampling duration 변동쪽이 chopper 전원전압 진폭변동보다 크다. 그러나 그 과도치의 감쇠율은 어느변동의 경우나 같다.

(5) 이방식에 대한 안정도를 Z-평면에서 고찰할때 특성방정식근이 단위원 영역내에 있으므로 안정하다. 그러나 sampling duration($\tau=P$)를 변화시킬때 상대적안정도는 sampling duration을 적게 할수록 특성방정식의 근의 위치가 단위원 경계선에 가까워져 안정성이 저하한다.

참 고 문 헌

- [1] J. T. Tou: Modern Control Theory, McGRAW-HILL (1964).
- [2] Benjamin, C, KUO: Automatic Control Systems, PRENTICE HALL (1967).
- [3] John, E. Gibson Franz, B. Tuteur: Control System Components, McGRAW-HILL (1968).
- [4] Melsa and Schulty: Linear Control Systems, Mc GRAW-HILL (1969).
- [5] Benjamin, C. Kuo: Analysis and Synthesis of Sampled-data Control Systems, PRENTICE HALL (1963).
- [6] Benjamin C, Kuo: Linear Networks and System, McGRAW-HILL (1967).
- [7] 築地謙次, 相川 浩: SCR 과 그 응용, 日刊工業新聞社(1968).
- [8] 일본전기학회잡지, Vol. 90 No. 8 (1970) p. 1577 ~p. 1584.
- [9] 일본전기학회잡지 Vol. 89-11 No. 974(1969) p. 2133~p. 2140.