水文記錄 分析을 爲한 推計學的方法의 應用에 關한 考察

——A Review on the Application of Stochastic Methods in the Analysis of Hydrologic Records——

尹　龍　男
Yoon, Yong Nam
(陸軍士官學校土木科助教授・工博)

ABSTRACT

Hydrologic data serve as an input to the water resources system. An adequate analysis of hydrologic data is one of the most important steps in the planning of the water resources .development program. The natural hydrologic processes, which produce the hydrologic data, are truely 'stochastic' in the sense that natural hydrologic phenomena change with time in accordance with the law of probability as well as with sequential relationship between their occurrences. Therefore, the stochastic approach to the analysis of hydrologic data has become more popular in recent years than the conventional deterministic or probabilistic approach.

This paper reviews the mathematical models which can adequately simulate the stochastic behavior of the hydrologic characteristics of a hydrologic system. The actual application of these models in the analysis of hydrologic records(precipipitation and runoff records in particular) is also presented.

1. 序　論

자연계에 있어서의 물의 순환과정은 결국 水文資料를 만들어 내는 것이며 이러한 水文現象은 그의 발생에 있어서 어떤 順序的 相關關係(sequential relationship)를 가지고 있을 뿐아니라 某種의 確率法則(law of probability)에 의거 항상 시간에 따라 변화하는 것이다. 이와같이 어떤 現象이 시간에 따라 계속적인 변화를 하며 그 변화방법이 어떠한 確率法則을 따를 때 이 現象이 겪는 과정을 推計學的 過程(stochastic process)이라 한다. 전통적으로 決定的(deterministic) 혹은 確率的(probabilistic)方法이 여러가지 水文現象을 간단하게 解析하기 위하여 많이 쓰여 왔지만 ,이러한 方法은 복잡한 自然現象을 너무 單純視하기 때문에 아주 거친 近似値밖에 얻을 수 없는 弱點이 있다. 現實에 보다 더 정확하게 접근하기 위해서 推計學的 過程에 관한 理論이 近來에 와서 水文學과 水資源開發計劃에 소개되었던 것이다. 推計學的 方法은 統計物理學, 生物學, 制御理論(control theory), 通信理論(communication theory), 經營學 및 水文學 등의 여러 분야에 걸쳐 광범위하게 사용되고 있으며 水文學자체내에서는 水文記錄의 分析, 水文資料의 擴充, 貯水問題의 硏究, 排水地域系(watershed system)의 硏究, 河川形態學(stream morphology), 水資源의 綜合開發을 위한 分析 등에 널리 응용되고 있다. 本稿에서는 이와같은 여러가지 응용중에서 水文記錄分析에 있어서의 推計學的 方法의 응용만을 고찰하기로 한다.

水文記錄이란 一定期間 동안에 있었던 水文事象(hydrologic event)에 대한 一聯의 觀測이라고 定義할 수 있으며 이러한 水文記錄을 分析하는데는 여러가지 방법이 있다. 어떤 水文記錄을 이루고 있는 要素들을 그의 發生順序에 의해 分析할 수도 있고 또는 그의 크기에 의해 分析할 수도 있는 것이다. 만약 크기만이

考慮된다면 發生順序는 무시해 버린다. 이를 근거로 한 頻度分析方法(methods of frequency analysis)은 確率的方法(probabilistic method)으로 간주되며 그 例로 서는 流況曲線(flow duration curve), 頻度曲線(frequency curve), 再現期間의 硏究 등을 들 수 있다.

이와 반대로 水文記錄중 어떤 要素가 發生했던 順序가 重要視된다면 이는 과거의 事象이 현재의 事象의 값어치에 영향을 미치기 때문이라 보겠다. 다시 말하면 어떤 水文記錄의 連續的인 要素들 간에는 某種의 從屬性(dependence)이 있는 것이며 이를 무시해서는 안되는 경우를 말한다. 예를 들면 어떤 特定한 날의 河川流量은 그 前日의 河川流量과 관련이 있음이 실제로 관측되었다. 바꾸어 말하면 高河川流量(high streamflow)이건 低河川流量(low streamflow)이건 어느 기간 동안은 그 量을 그대로 유지하려는 경향이 있는데 이는 연속적인 어떤 水文要素들이 서로 연관되어 있음을 말해주며 또한 非無作爲系列(non-pure random sequence)을 형성하고 있음을 말한다. 앞에서도 말한바 있듯이 어떤 水文事象의 發生順序를 반드시 考慮해야 한다는 것이 推計學的 方法에 있어서 가장 중요하다는 사실을 재강조해 둔다.

水文記錄은 통상 發生順序대로 나열한 一聯의 觀測値인 時系列(time series)이라고 볼 수 있다. 시간 t에 얻은 觀測値를 $X(t)$라 하면 한쌍의 觀測値$[X(t), t\epsilon T]$를 한개의 時系列이라 부른다.(희랍 文字 ϵ은 '屬한다,를 의미함) T는 관측이 이루어진 時間點들의 群을 표시하는데 등간격의 不連續(discrete)時區間群이 될 경우도 있고 또는 連續的(continuous) 時區間群이 될 수도 있다. 例로서 水文曲線(hydrograph)은 連續的인 時系列이며 이로부터 얻어진 一聯의 平均一日流出量(mean daily flow)은 不連續的인 時系列에 속한다.

時系列의 分析을 위한 統計理論의 基本原理는 어떤 하나의 時系列을 一群의 無作爲變數(random variable) $[X(t), t\epsilon T]$의 實現으로 간주하는데 있다. 바꾸어 말하면 어떤 時點 $t(t\epsilon T)$에 있어서의 觀測値 $X(t)$는 어떤 無作爲變數가 실제 自然現象의 한 형태로서 나타난 값인 것이다. 이러한 無作爲變數는 어떤 特定한 確率分布에 의하여 特定지워지며 이 確率分布가 시간에 따라 변하지 않을때 時系列은 '停滯的(stationary)'이라고 말하고 시간에 따라 변할 경우엔 '非停滯的(non-stationary)'이라 한다.

物理的인 面에서 본다면 어떤 水文現象을 發生케하는 원인이 시간에 따라 변하지 않을 경우엔 그 水文現象의 記錄의 停滯性이 가정되는 것이다. 한 例로서 어떤 河川流域의 特性 및 大氣條件이 一定期間 동안 변화하지 않을 경우 이 기간 동안의 流出量記錄은 停滯的 時系例로 간주할 수 있으나 이러한 停滯性이 유지되지 않을 경우엔 그 水文記錄은 非停滯的 時系列을 형성하는 것이다.

※ 參考文獻의 著者名 및 發表年度를 表示함.

2. 水文記錄分析을 위한 數學的 模型

非無作爲 時系列의 從屬特性 및 持續(persistence)特性에 따라서 여러가지 水文記錄을 理想的으로 표현하기 위하여 몇가지 數學的 模型이 사용되어 왔는데 水文記錄의 分析에 가장 많이 응용되는 Autoregressive 模型과 Markov Chain 確率模型에 관하여 아래에 略述하겠다.

2-1 Autoregressive 模型

이 模型에는 두개의 模型形態가 있는데 그중 하나는 高次模型(high order autoregressive model)이고 다른 하나는 一次模型(first order autoregressive model)이다. 高次 Autoregressive 模型에 있어서는 어떤 한개의 觀測値가 몇개의 過去觀測値에 直線的으로 관련되어 있다고 가정한다. 실제문제에 있어서 觀測間의 시간간격(time lag)이 증가함에 따라 前觀測이 그 다음 觀測에 주는 영향은 감소하는 것이다. 이러한 模型에 대한 數學的 表現은 Prasad*(1968)가 그의 學位論文에서 다음과 같이 제의하고 있다.

$$X_t=\sum_{k=1}^{m}\gamma_k X_{t-k}+\epsilon_t \qquad (1)$$

여기서 X_t; 시간 t에 있어서의 考慮中인 水文事象의 크기

- m : 前後水文事象間의 相互從屬性이 重要視 되는 限界
- X_{t-k} : 시간 $(t-k)$에 있어서의 水文事象의 크기
- k : 시간 t를 기준으로 한 t以前의 時間單位
- γ_k : X_t의 X_{t-k}에 대한 從屬性을 표시하는 相關係數(correlation coefficient)
- ϵ_t : 獨立無作爲變數(independent random variable)

一次 Autoregressive 模型에 있어서는 方程式 (1)이 표시하고 있는 것과는 달리 任意時間 t에 있어서의 어떤 水文値는 오로지 그의 바로 以前의 水文値에만 의존해서 결정된다고 본다. 따라서 이 경우엔 式 (1)의

m은 1이 되고 方程式 (2)가 아래와 같이 얻어진다.

$$X_t=\gamma_1 X_{t-1}+\epsilon_t \qquad (2)$$

여기서 γ_1 : 一次相關係數(first order correlation coefficient)

X_{t-1} : 시간 t 바로 以前의 어떤 水文事象의 크기

이 模型은 一次線形 Markov 模型(first order linear Markov model)으로 알려져 있으며 水文研究에 대단히 유용하게 쓰여져왔다. 그러나 이 模型이 결코 自然界의 水文現象을 사실 그대로 표현하는 것은 아니며 경우에 따라서는 連續되는 水文資料間의 從屬性을 程度以上 概略的으로 표현하는 수도 있음을 알아두어야겠다.

2-2. Markov Chain 確率模型

이 模型에도 一次模型과 高次模型의 두가지가 있다. 一次模型의 基本原理는 소련 數學者 A.A. Markov에 의해 처음으로 소개되었는데 그는 어떤 實驗의 결과가 그 바로 以前의 實驗結果에만 의존하여 결정됨을 확인하였다. 水文學的인 응용면에서 본다면 이 模型은 任意時間에 特定値를 가지는 水文事象이 生起할 確率은 순전히 그 事象이 그 바로 以前의 時間에 가졌던 값에만 의해서 결정됨을 의미하는 것이다. 다시 말하면 어떤 시간에 일어나는 水文現象의 發生過程이 바로 그 다음에 일어날 水文現象의 發生過程을 완전히 결정하는 것임을 뜻한다. Pattison(1965)과 Prasad (1968)에 의하면 一次 Markov Chain을 지배하는 確率法則은 아래와 같다.

$$P(X_t=x_t|X_{t-1}=x_{t-1},\cdots\cdots,\ X_2=x_2,\ X_1=x_1)$$
$$=P(X_t=x_t|X_{t-1}=x_{t-1}) \qquad (3)$$

여기서 $x_1,\ x_2,\cdots\cdots,\ x_{t-1},\ x_t$는 어떤 水文事象이 시간 $1,\ 2,\cdots\cdots,\ t-1,\ t$에 各各 취하는 값들이며 式(3)은 어떤 水文事象 X가 시간 t에 x_t의 값을 가질 確率은 그 事象이 시간$(t-1)$에 가진 값 (x_{t-1})에만 의존하여 결정됨을 의미한다.

高次 Markov 模型은 어떤 시간에 있어서의 水文現象의 상태가 몇 단계의 先行時間에 있어서의 상태에 의해서 결정될 경우에 적용된다. k次 Markov 確率模型은 아래의 確率法則에 의하여 지배된다.(Pattison, 1965; Prasad, 1968)

$$P(X_t=x_t|X_{t-1}=x_{t-1},\cdots\cdots,\ X_1=x_1)$$
$$=P(X_t=x_t|X_{t-1}=x_{t-1},\cdots\cdots X_{t-k}$$
$$=x_{t-k}) \qquad (4)$$

式(4)가 의미하는 뜻은 式(3)과 유사한 것으로서 X가 시간 t에 x_t의 값을 가질 確率은 X가 시간 t로부터 k단위 以前의 시간들에 가졌던 값들에 의해서만 결정됨을 말하며 X가 시간$(t\text{-}k)$ 이전에 가졌던 값들에는 無關함을 뜻한다.

3. 降水記錄 研究에 있어서의 應用

위에서 紹介한 몇가지 形態의 模型들이 降水記錄의 研究에 사용되어 왔는데 대부분의 경우 관측된 降水資料를 降水期間과 無降水期間(wet days and dry days)으로 區分한 후 이러한 期間의 生起順序(sequence of occurrence)를 分析 연구해 왔던 것이다. 이러한 降水期間과 無降水期間은 어떤날에 내린 降水量의 크기를 어떤 限界値에 비교하여 결정되는 것이며 이러한 區分에 의해서 持續期間(duration)이 다른 降水 및 無降水期間의 時系列이 얻어지는 것이며 이렇게 얻어진 時系列은 水文記錄 分析의 根源이 되는 것이다.

3-1. 一次線形 Autoregressive 模型의 應用

Chow와 Ramaseshan(1965)은 美 North Carolina 洲에 있는 French Broad江 流域内에 있는 몇개의 觀測地點에서 관측된 年豪雨의 時雨量의 生起樣相을 서술하기 위해 一次線形 Autoregressive 模型을 사용하였다. 採用한 資料에 형태가 各各 다른 5개의 模型을 적용검사한 결과 式(2)에 표시한 형태의 模型이 가장 적당함을 발견했는데 式(2)에 있는 無作爲成分 ϵ_t가 항상 陽의 값을 가지도록 ϵ_t의 값을 修正하기 위하여 降雨資料로부터 계산된 ϵ_t의 값에 修正係數 k를 더함으로서 陽의 無作爲成分 ϵ_t'을 아래와 같이 얻었다

$$\epsilon_t'=\epsilon_t+k$$

修正係數 k는 ϵ_t'이 항상 陽의 값이 되도록 결정되었으며 이 研究의 부수적인 産物로 ϵ_t'는 log-normal 確率分布로 표시할 수 있음이 밝혀졌다.

3-2. 一次 markov 確率模型의 應用

이스라엘의 Tel Aviv市에서의 冬期間의 日降雨의 續發(sequence)을 연구한 결과 Gabriel과 Neumann (1962)은 一次 markov 確率模型이 雨量觀測으로부터 얻어진 頻度解析(frequency analysis)에 대단히 적합하다는 것을 발견했다. 그들은 'two state model'을 다루었는데 어떤 날자에 비가 내릴 確率은 단순히 그 전날에 비가 왔거나 오지 않은 것에 달렸다고 가정했던 것이다. 이 確率模型의 變量(parameters)들은 다음의 두 條件確率(conditional probability)이다. 즉

P_1 : 前日에 降雨가 있었을 경우 當日에 또 降雨가 있을 確率

P_0 : 前日에 降雨가 없었을 경우 當日에 降雨가 있을 確率

이러한 두 變量에 의거하여 Weiss(1964)는 條件確率群을 아래와 같이 표시하였다.

$$P_1=P\{W\diagdown W\} \tag{6}$$

$$P_0=P\{W\diagdown D\} \tag{7}$$

$$1\text{-}P_1=P\{D\diagdown W\} \tag{8}$$

$$1\text{-}P_0=P\{D\diagdown D\} \tag{9}$$

여기서 W는 降雨의 生起를 뜻하며 D는 無降雨를 뜻하는데 $P\{D\diagdown W\}$는 前日에 降雨가 있었을 경우 當日에 降雨가 없을 確率을 뜻하며 $P\{D\diagdown D\}$는 連續되는 二日間에 降雨가 없을 確率을 뜻한다.

上記한 Gabriel과 Neumann의 연구에서는 期間前의 함수로서의 降雨生起確率에 관하여 자세한 分析이 없었지만 Topil(1963)이 美國 Colorado주 Denver市에서의 降水確率의 分析硏究에서 이 問題를 다루었다. 그는 10年間의 降水記錄으로부터 期間前이 1分으로부터 15日 사이인 降水의 確率을 觀測値로부터 직접 얻었으며 이 결과는 Caskey(1963)에 의해서 분석되었는데 一次 Markov 確率模型으로 槪算할 수 있음이 판명되었다.

Caskey는 n日 期間동안에 한번 降雨가 생길 確率 P_n을 계산하는 公式을 아래와 같이 유도하였다. 만약 P_{n-1}을 (n−1)日期間 동안에 한번 降水가 생길 確率이라 하고 ρ_{n-1}을 (n−1)無降水日期間後에 한번 降水가 생길 條件確率이라 한다면

$$1-P_n=(1-P_{n-1})(1-\rho_{n-1}) \tag{10}$$

式 (10)을 정리하면

$$P_n=(1-\rho_{n-1})P_{n-1}+\rho_{n-1} \tag{11}$$

그러나 一次 markov 模型에 있어서는 어떤 水文事象이 일어날 確率은 그의 바로 前事象의 生起에만 의존하는 것이므로 P_{n-1}은 $n>1$일 때는 ρ_1과 같으며 ρ_1은 無降雨日 直後에 降雨日을 가질 條件確率을 나타내는 것이다. 式 (11)에 있는 ρ_{n-1}을 ρ_1으로 대치하면

$$P_n=(1-\rho_1)P_{n-1}+\rho_1 \tag{12}$$

一聯의 整數 $n=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$에 대하여 式 (12)를 계속 적용시키면 아래의 一般的인 方程式을 얻을 수 있다.

$$P_n=1-(1-P_1{}^*)(1-\rho_1)^{n-1} \tag{13}$$

여기서 $P_1{}^*$은 어떤 任意의 날자에 降雨가 生起할 確率을 나타내며 이 경우에 $P_1{}^*$와 ρ_1은 可用水文記錄으로부터 槪算하여야 한다.

式 (13)을 사용하여 얻은 Caskey의 결과는 實觀測資料로부터 얻은 Topil의 Denver市에 있어서의 결과와 잘 일치하였다.

方程式 (6)∼(9)로부터 Weiss(1964)는 無降雨 또는 降雨日의 길이가 n日 계속될 確率을 표시하기 위해 아래의 式을 발표하였다.

$$P_w=(1-P_1)P_1{}^{n-1} \tag{14}$$

$$P_d=P_o(1-P_0)^{n-1} \tag{15}$$

여기서 P_w는 降雨日이 n日 계속될 確率이며 P_d는 無降雨日이 n日 계속될 確率이다.

Weiss(1964)는 또한 連續降雨日의 길이가 n日보다 클 確率 P_{cw}와 連續無降雨日의 길이가 n日보다 클 確率 P_{cd}는 각각 아래와 같이 표시할 수 있다고 提議하였다.

$$P_{cw}=P_1{}^n \tag{16}$$

$$P_{cd}=(1-P_o)^n \tag{17}$$

連續降雨日의 길이가 n日보다 크게 되는 경우와 連續無降雨日의 길이가 n日보다 크게될 경우의 그 再現期間 T_w와 T_d를 年으로 표시하는 式은 各各 아래와 같이 표시되었다.

$$T_w=\frac{1-P_1-P_0}{SP_0(1-P_1)P_1{}^n} \tag{18}$$

$$T_d=\frac{1-P_1-P_0}{SP_0(1-P_1)(1-P_0)^n} \tag{19}$$

여기서 S는 連續降雨 또는 無降雨日을 센 期間에 포함된 날자수를 나타낸다. 例를 들면 5月에 관한 上記硏究라면 S는 31日이며 任意의 一年 동안에 관한 것이라면 S의 값은 365이다.

3-3. 高次 Markov 確率模型의 應用

一次 Markov 確率模型과는 달리 水文事象의 持續性(Persistence) 効果를 1日以上 고려하는 高次 Markov 模型이 Green(1965)에 의하여 소개되었다. 이 模型에 의하면 여러가지 持續길이를 가진 連續降雨 및 無降雨日의 生起確率은 연속되는 雨期 및 乾期가 계속적인 時領域에서 서로 잇따르는 因果過程을 형성하며 이러한 연속기간은 指數分布(exponential distribution)를 가진다는 가정하에서 얻어진다.

이 模型을 Gabriel과 Neumann(1962)이 응용한 一次 Markov 模型과 비교한 결과 두 模型 共히 連續降雨期間의 實觀測値에 잘 들어맞았으며 一次 Markov 模型에 있어서처럼 두개의 變量(雨期와 乾期에 對한)이 필요함은 분명하다.

Pattison(1965)은 그의 時降雨記錄의 연구에서 連續

降雨期間內의 아주 짧은 時間 동안에 비가 내리지 않는 경우가 많음을 발견하였다. 長時間의 連續降雨期間內의 아주 짧은 無降雨期間은 다른 하나의 새로운 連續無降雨期間의 始作을 뜻하므로 一次 Markov 模型에 있어서는 한쌍의 連續降雨 및 無降雨時間間의 轉換을 적절히 표현하기 힘든 것이다. 이와 같은 一次 Markov 模型의 단점을 補完하기 위하여 Pattison 은 6次 Markov 模型을 사용했으며 이 模型의 變量들은 時降雨記錄으로부터 概算되었다.

3-4. 降水量의 豫測

지금까지 살펴본 降水記錄의 分析硏究는 가까운 장래에 있을만한 降水量을 豫測하기 위한 목적으로 이루어지는 경우도 많은데 이는 水文學者뿐만 아니라 氣象學者들의 觀心事이기도 하다. 水文學者들은 통상 降水過程의 構造를 연구하기 위하여 降水量의 地域的 및 時間的 分布에 관심을 가지는 것이다. Kotz 와 Neumann(1963)은 降水의 初期分布가 어떤 일정한 確率分布를 따를 때 降水生起를 豫報할 수 있는 가능성에 관하여 연구하였다. 그들은 이 硏究에서 만약 어떤 初期時區間에 있어서의 降水量의 分布가 대략적으로 Gamma 分布를 가질 경우 다음의 두 條件만 성립한다면 初期 時區間보다 짧거나 긴 期間에 對한 降雨分布의 豫測이 가능하다는 것을 밝혔다.

1) 觀測値들間의 從屬度가 비교적 낮을 경우 즉 降水記錄이 無作爲系列을 나타낼 때
2) 降水의 發生原因이 時間的으로 變하지 않을 경우 즉 降水記錄이 停滯的 時系列로 간주될 경우

Kotz 와 Neumann 이 유도한 方程式들은 15～90 日期間 동안의 降水分布를 豫測하기 爲하여 日降水記錄에 적용되었는데 그 결과는 이러한 長期間 동안에 실제로 관측된 降水分布와 잘 一致하였다.

최근 Caffey(1965)의 연구에서 水資源開發에 있어서의 水文資料의 豫測能力의 重要性이 강조된바 있다. 그러나 많은 경우에 있어서 그러한 水文豫測의 근거가 되는 水文記錄이 희소하거나 求하기 어렵거나 또는 觀測期間이 너무 짧은 경우가 허다하다. 따라서 짧은 기간 동안의 水文記錄을 확장하거나 記錄測定이 전혀 없는 곳에 있어서는 補揷 내지 外揷法에 의하여 水文記錄을 획득해야 할 때가 많다. 이러한 경우에 水文變數(hydrologic variables)의 概算은 통상 相關關係解析에 依存하며 이를 위한 統計學的인 槪念의 응용은 대단한 중요성을 가지게 되는 것이다. Caffey 는 그의 相關關係 硏究에서 同時에 측정된 두 變數(두개의 各各 다른 觀測地點에서 얻어진 降水量)間의 觀測地點間 相關係數로서 두 地點사이의 相關關係를 측정하였으며 이렇게 얻어진 높은 相關係數로부터 그는 비교적 제한된 지역에 있어서의 水文資料에는 高度의 線形相關(linear association)이 있음을 밝혔다. 이러한 觀測地點間의 相關係數를 이용하여 降水와 流出(runoff)現象의 연구를 위한 均質地域(homogeneous region)의 결정이 가능하게 되었다.

4. 流出記錄 硏究에 있어서의 應用

水資源開發事業의 計劃에 있어서 가장 중요한 문제점중의 하나는 可用한 물의 特性(量, 質等)을 평가 결정하는 것이므로 流出記錄(runoff records)의 연구는 여러 關係者들의 耳目을 끌고 있다. 可用水의 量을 概算하는데 있어서 流出記錄은 雨量記錄 보다 더 有用하며 또 그 신빙도도 더 크다. 첫째로 流出記錄은 물의 可用性의 직접적인 척도가 되며 두째로 어떤 지역으로부터의 流出量은 그 지역에서 보다 정확하게 측정될 수 있고 셋째로는 流出現象은 降雨現象보다는 可用水의 概算에 영향을 끼칠만한 水文現象의 어떤 中間過程의 變化에 덜 민감하다. 可用水의 最適利水와 治水를 위해서는 流出量의 時間的 生起順序와 그 分布에 관한 지식이 각별히 요구되는 것이다.

4-1. 一次 Autoregressive 模型의 應用

流出記錄의 構造를 조사하기 위하여 Quimpo 와 Yeudjevich(1967) 그리고 Quimpo(1968)는 一聯의 日河川流量系列의 分析에 推計學的인 模型을 사용하였다. 그들은 美國內에 全體的으로 分布되어 있고 최소 34年以上의 記錄을 가진 17 個의 流量觀測所의 記錄을 分析하였는데 이는 日流量系列을 서술할 수 있는 數學的 模型을 얻기 위한 것이었다. 이 分析에서 결국 사용된 模型은 아래와 같이 표시할 수 있다.

$$X_t = P_t + \epsilon_t \tag{20}$$

이 式에서 보는 바와 같이 시간 t 에 있어서의 觀測値 X_t 는 하나의 周期成分(periodic or cyclic component) P_t 와 推計成分(stochastic component) ϵ_t 로 구성되어 있다고 가정하였다.

流量時系列의 周期成分의 검출은 流量記錄의 分散스펙트럼(variance spectrum)을 概算하고 또한 主要極値(peaks)의 스펙트럼을 관찰함으로서 이루어졌다. 이 模型에서는 水文事象의 傾向成分(trendcomponent)이 없다고 가정했지만 만약 水文記錄이 傾向性을 나타낼

경우엔 이를 여러가지 方法(Dawdy 와 Matalas, 1964)에 의해서 그 時系列로부터 제거해 버릴 수 있다. 流出記錄에 傾向性이 존재할 경우는 許多하며 이 傾向性이 존재하게 되는 몇가지 要因들에 대해서는 McDonald 와 Langbein(1948)이 발표한바 있다.

Roesner 와 Yevdjevich(1966)는 月流出量系列(monthly runoff sequence)에 있어서의 推計成分間의 從屬性을 系列相關係數(serial correlation coefficient)의 分析에 의하여 연구하였다. 이 연구에서 그들은 系列相關係數가 상당히 큰 값을 가짐을 발견했는데 이는 어떤 달로부터 그 다음달로 상당한 流出量이 移越되기 때문이다라고 설명하였다. Yevdjevich(1964)의 年流出量系列(annual runoff sequence)의 分析에 있어서는 系列相關係數의 값이 月流出量系列에 있어서 보다 작음이 밝혀졌다. 이는 연속되는 流出量間의 相互從屬性은 그 系列의 時間單位가 짧아질수록 증가함을 의미하는 것이다.

流出過程을 서술하기 위해 Markov 模型을 응용한 例는 대단히 많다. Brittan(1961)은 Colorado 江流域에 있어서의 確率分析에서 어떤 시간의 流出量의 크기는 그 바로 前時間의 크기와 하나의 無作爲成分에 의해서만 결정된다고 가정하여 年流出量系列을 아래와 같이 표시하였다.

$$X_t = rX_{t-1} + \bar{X}(1-r) + \sigma_x(1-r^2)^{1/2}\epsilon_t \qquad (21)$$

여기서

Xt : t 年에 있어서의 流出量의 크기

Xt_{-1} : $(t-1)$年에 있어서의 流出量의 크기

$\bar{X}$: 全體流量記錄으로부터 계산된 年平均流出量

r : Markov Chain 係數

σ_x : 流出記錄으로부터 결정된 年流出量의 標準偏差(Standard deviation)

ϵ_t : 正規分布(normal distribution)를 가진 無作爲變數

위 方程式에서 알 수 있는 바와 같이 이 模型은 실제로 관측된 流出資料에 있어서의 持續性 效果를 고려에 넣기 위해 無作爲成分(혹은 推計成分)을 非無作爲項과 결합하고 있다.

Julian(1961)은 美 Colorado 江의 Lees Ferry 에서의 年流量時系列을 分析하기 위해 근본적으로 方程式(2)의 형태와 같은 一次 Autoregressive 模型을 사용하였다.

$$X_{t+1} = \rho X_t + \epsilon \qquad (22)$$

여기서

Xt_{+1} : $(t+1)$年에 있어서의 年流量

X_t : t 年에 있어서의 年流量

ϵ : 無作爲成分

ρ : 相關係數, Julian 은 常數 0.25 를 취했다.

方程式 (21)은 아래와 같이 바꾸어 표시할 수도 있다.

$$X_t = \bar{X} + r(X_{t-1} - \bar{X}) + \sigma_x(1-r^2)^{1/2}\epsilon_t \qquad (23)$$

Thomas 와 Fiering(1962)은 어떤 관측지점에서의 月流量의 構造硏究를 위한 模型으로서 式 (22)를 채택했는데 그들이 사용한 數學的 模型을 그대로 표시해보면 다음과 같다.

$$Q_{i+1} = Q_{j+1} + b_j(Q_i - Q_j) + \epsilon\sigma_{j+1}(1-r_j^2)^{1/2} \qquad (24)$$

여기서

Q_{i+1} : $(i+1)$月 동안의 관측지점에서의 月流量

Q_i : i 月(前月) 동안의 月流量

Q_{j+1} : 12 個月을 一周期로 보았을 때 可用流量記錄으로부터 계산된 $(j+1)$月의 平均流量

Q_j : 12 個月을 一周期로 보았을 때 可用流量記錄으로부터 계산된 j 月의 平均流量

b_j : j 月의 流量으로부터 $(j+1)$月의 流量을 槪算하기 위한 reqression coefficient

ϵ : 平均値가 零이고 分散(variance)이 1 인 正常分布를 가진 變量

σ_{j+1} : $(j+1)$月의 流量의 標準偏差

rj : j 月과 $(j+1)$月 流量의 相關係數

以上의 몇 연구에서는 流量이 正常分布를 가진다고 가정했다. 이러한 가정하에서는 어떤 流量系列의 平均流量, 流量의 標準偏差 및 系列相關係數 等의 세가지 變量만 알면 流量分布를 완전히 서술할 수 있는 것이다.

만일 流量이 log-normal 分布를 가진다면 두개의 연속되는 流量의 代數値(values of logarithm of the flow)間의 從屬性을 표현하기 위하여 一次 Markov 過程을 응용할 수 있다. 이와같은 模型은 Fiering 과 Harrington(1968)이 사용했으며 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$X_{i+1} = \mu_y + \rho_y(Y_i - \mu_y) + \sigma_y\epsilon_{i+1}(1-\rho_y^2)^{1/2} \qquad (25)$$

여기서

Y_i, Y_{i+1} : 시간 i 와 $(i+1)$에 있어서의 流量의 自然代數値

μ_y : 流量系列內의 各流量의 代數値의 平均

ρ_y : 流量의 代數値間의 系列相關係數

ϵ_{i+1} : 正常分布를 가지며 y_i 値에 無關한 無作爲

成分

方程式 (25)는 流量記錄의 個個流量의 自然代數値에 대한 模型이라는 點以外에는 式 (23)과 하나도 다를 것이 없다. 따라서 式 (25)를 流量의 項으로 나타내어 보면 流出過程의 構造를 묘사하는 Markov 過程은 다음 式으로 표현될 수 있다.

$$X_{i+1}=a+EXP[\mu_y(1-\rho_y)](X_i-a)\rho_y EXP(\epsilon_{i+1}) \qquad (26)$$

그러나 윗式에서 보는 바와 같이 流出量의 代數値에 대한 一次 Markov 過程에서 가정했던 것과는 달리 시간 $(i+1)$에 있어서의 流出量의 크기는 시간 i에 있어서의 流出量의 크기에 더 以上 線形(linearly)으로 연관되어 있지 않다.

4-2. 高次 Autoregressive 模型의 應用

一次 Markov 模型이 水文學的 持續性을 가지고 있는 流出量資料에 어느 정도 잘 맞는지 검토하기 위하여 Le Fenvre(1965)는 다음과 같이 표시되는 三段階移轉模型(triple event carryover Model)을 提議했다.

$$X_n=AX_{n-1}+BX_{n-2}+CX_{n-3}+RNN\times S_e \qquad (27)$$

여기서

X_n : 考慮中인 流量値

X_{n-1}, X_{n-2}, X_{n-3} : X_n 以前의 세 流量値

A,B,C : n 以前時間의 여러가지 條件들의 相對的 効果를 다루기 위한 Weighting factor

RNN : 推計學的 要素(element)

S_e : 持續的 要素에 연관시키는 weighting factor

위에 표시한 모형은 數學的으로 流量系列을 얻기 위하여 사용되었으며 一次 Markor 模型에 의해 얻어진 流量系列과 비교 검토한 결과 高次模型의 우수성이 판명되었다.

5. 結　　論

序論에서도 言反한바 있지만 本稿는 水資源의 開發및 管理에 있어서 出發點이 되는 水文記錄의 보다 나은 分析을 위한 方法과 그의 應用實例를 考察한 것으로서 이 分野에 종사하는 研究者, 計劃者 및 技術者들의 實務遂行에 있어서 一種의 '길잡이'가 될 수 있기를 바란다. 水文記錄解析에 관한 연구를 하고저 하는 사람은 本稿에 검토된 內容과 參考文獻을 始作點으로 하여 보다 깊은 연구 내지는 우리나라의 實記錄을 分析評價해 볼 수 있을 것이며 水資源開發 計劃段階에 있는 사람은 計劃遂行의 初期段階에서 技術者들이 사용할水文記錄의 分析方法에 관한 助言을 할 수 있을 것이다. 本稿는 또한 實務에 從事하는 技術者들에게 水文記錄分析을 위한 一般的인 方法의 方向 및 그들이 사용하기로 결정한 어떤 方法에 관한 상세한 內容과 그 應用例를 發見할 수 있는 出處를 提示해 줄 수 있으리라 믿는다.

參 考 文 獻

Brittan, M. R., "Probability Analysis Applied to the Development of Synthetic Hydrology for the Colorado River," Bureau of Economic Research, University of Colorado, Boulder, Colo., Oct., 1961

Caffey, J., "Investigation of Correlation in Annual Precipitation and in Annual Effectpiive Precipitation," *Hydrology Paper* No. 6, Colorado State University, Ft. Collins, Colo., 1965

Caskey, J. E., Jr., "A Markov Chain Model for the Probability of Precipitation Occurrences in Intervals of Various Lengths," *Monthly Weather Review*, 91(6), pp. 298-301, June, 1963

Chow, V. T. and Ramaseshan, S., "Sequential Generation of Rainfall and Runoff Data, "*Journal of Hydraulics Division*, ASCE, 91(HY4), pp. 205-223, 1965

Dawdy, D. R. and Matalas, N. C., "Statistical and Probability Analysis of Hydrologic Data, Part III: Analysis of Covariance and Time Series, Section 8 of *Handbook of Applied Hydrology*, edited by V. T. Chow, pp. 8-90, Mc Graw Hill, New York, N.Y., 1964

Fiering, M. B. and Harrington, J., "*System Analysis in River Basin Planning*," Pan American Health Organization, Jan., 1968

Gabriel, K. B. and Neumann, J., "A Markov Chain Model for Daily Rainfall Occurrence at Tel Aviv," *Quarterly Journal of Royal Meteorological Society*, 88(375), pp. 90-95, 1962

Green, G. R., "Two Probability Models for Sequences of wet and Dry Days," *Monthly Weather Review*, 93(3), pp. 155-156, 1965

Julin, P*i* R., "A Study of the Statistica Predictability of Stream Runoff in the Upper Colorado River Basin. Part II. Past and Probable Future variations in the Colorado River," Bureau of Economic Research, University of Colorado, Boulder, Colo., 1961

Kotz, S. and Neumann, J., "On the Distribution of Precipitation Amounts for Periods of Increasing Lengths, *Journal of Geophysical Research*, 68, pp. 3655-3640, 1963

Le Feuvre, A. R., "An Investigation of the Effect of Multiple Event Carryover on Hydrologic Data Synthsis," paper presented at the ASCE Water Resources Conference, Mobile, Alabama, Mar., 1965

McDonald, J. E. and Langbein, W. B., "Trends in Runoff in the Pacific Northwest, *Transaction*, American Geophysical Union, 29(3), 1948

Pattison, A., "Synthesis of Hourly Rainfall Data," *Water Resources Research*, 1(4), pp. 489-498, 1965

Prasad, T., "Hydrologic Analysis of Watersheds as Stochastic Systems," Ph. D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, Ill., 1968

Quimpo, R. G., "Stochastic Analysis of Daily River Flow," *Journal of Hydraulics Civision*, ASCE, 94 (HY1), pp. 43-57, 1968

Quimpo, R. and Yevdjevich, V. M., "Stochastic Description of Daily River Flows," *Proceeding*, International Hydrology Symposium, 1, pp. 290-297, Ft. Collins, Colo., Sept., 1967

Roesner, L. A. and Yevdjevich, V. M., "Mathematical Models for Time Series of Monthly Precipitation and Monthly Runoff," *Hydrology Paper*, No. 15, Colorado State University, Ft. Collins, Colo., 1966

Thomas, H. A., Jr. and Fiering, M. B., "Mathematical Synthesis of Streamflow Sequences for the Analysis of River Basins by Simulation," Chapter 12 in *Design of Water Resources Systems*, edited by Arthur Maass, pp. 459-453, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1961

Topil, A. G., "Precipitation Probability at Denver Related to Length of Period," *Monthly Weather Review*, 91(6), pp. 293-297, 1963

Weiss, L. L., "Sequences of Wet and Dry Days Described by a Markov Chain Probability Model," *Monthly Weather Review*, 92(4), pp. 169-176 1964

Yevdjevich, V. M., "Fluctuations of Wet and Dry Years, Part II: Analysis by Serial Coorrelation," *Hydrology Paper*, No. 4, Colorado State University Ft. Collins, Colo., 1964