

배의 上下, 水平 및 비틀림 振動에 關하여(第 1 報)

—Box型 Barge 의 上下 振動에 對하여—

金 士 溍*

A Study on the Vertical, Horizontal and Torsional Vibration of Ship (1st Report)

—On the Vertical Vibration of Box Type Barge—

by Sa-soo Kim

Abstract

This paper describes, firstly, on analytical method of computing the eigenvalues of vertical vibration of ships, taking into account for the distribution of hull weight including added mass and the effect of shear deflection and rotary inertia.

The frequency equation is solved by Galerkins method into the form of numerical integration.

Applying the above described equation, model experiment of vertical vibration was carried out in order to varify the validity of the analytical method of vertical vibration.

The model, which was made of acrylite plate, was ship-shaped wall-sided vessel with bulk-heads, deck openings, and fore and after peak tank at both ends. The results of experiments carried out both in air and on water showed that the observed natural frequencies and the observed patterns of natural modes of vibration were in good agreement with analitically calculated values for 2, 3, and 4-node vertical vibration.

1. 序 論

船體振動으로는 上下, 水平, 비틀림, 前後 및 局部振動 등을 들 수 있다. 本論文에서는 이들 振動中 가장 代表的인 上下, 水平 및 비틀림 振動을 다루어 나가기로 하되 그 첫 段階로서 box 型 barge 에 對한 上下 振動에 對하여 研究하여 보기로 한다.

船體 上下 振動의 固有 振動數의 算法에 關하여는 從來 많은 論文이 發表되고, 있지만은 [2][9][10] 實際와는 잘 符合하지 않고 있다. 따라서 船體의 特徵을 可能한 限 考慮에 넣어 [5], [6] 實用上 充分한 正確度를 갖는 計算法을 求하고자 하는데 그 目的을 두어 船體 振動에 影響을 미치는 要素 即 附加 質量을 包含하는 船體 重量의 分布 形狀과 剪斷과 回轉 慣性의 影響 附加 質量의 크기 등을 適當한 꼴로서 考慮에 넣어 振動에 關한 解析을 檢討하고 同時에 그 解析을 模型 實驗을 通하여 實驗的 檢證을 하여 보았다.

2. 模型 및 材料

2-1 材 料

模型을 製作하는 材料로서는 acrylite plate 를 使用하였다. 그 理由로서는 引張 또는 굽힘을 받는 경우의

* 接受日字 1971年 11月 3日
正會員, 釜山大學校 工大學科

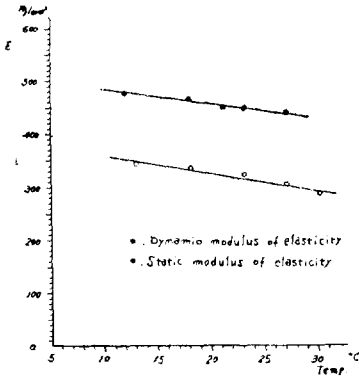


Fig. 1 Relations between modulus of elasticity temperature of acrylite plate

stress 와 strain 이 어느 應力值까지는 거의 完全히 比例하고 鋼의 경우와 같이 $E = \sigma / \epsilon = \text{const}$ 가 되는 彈性係數를 가지고 또 E 의 값이 鋼 其他의 金屬에 比하여 極히 적어서 (靜的 彈性係數 約 300 kg/mm² 前後) 模型의 固有振動數를 적게 할수 있고 또 重量이 比較的 가벼워서 (比重=1.2) 取扱하기에 便利하고 chloroform 을 溶劑로 하여 接着을 完全하게 할수가 있어서 模型製作이 容易하기 때문이다.

한편 缺點으로서는 溫度에 따라서 彈性係數 E 의 값이 多少變化하고 creep 現象이 있으므로 負荷直後의 E 와 負荷後 一定時間뒤의 E 의 값이 다르다. 그러므로 前者를 動的 彈性係數, 後者를 靜的 彈性係數로 區別하지 않으면 안 된다.

또 poisson 比 ν 는 靜的 試驗의 結果 溫度에 거의 關係없이 $\nu=0.37$ 인 값을 얻게 됨으로서 振動時에 對하여는 이의 값을 使用하기로 하였다.

acrylite plate의 動的 및 靜的 彈性係數에 對한 E 와 溫度와의 關係는 Fig. 1 과 [6] 같다.

2-2. 模型

模型은 Fig. 2 과 같이 길이 1253 mm 두께 2.9 mm

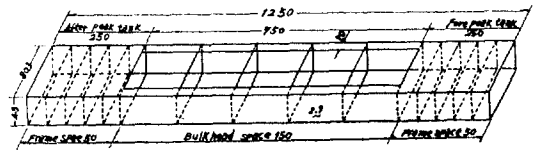


Fig. 2 Model ship (unit: mm)

의 acrylite plate 製 wall-sided vessel 이며 船首尾部에 길이 250 mm의 船首尾탱크를 두고 그사이에 길이 150 mm의 等間隔으로 두께 2.9 mm의 隔壁을 두고 幅이 넓은 긴 艙底를 가지는 다섯 區劃을 만들었다. 그 主要치수는 Table 1 과 같다.

Table 1 Dimensions of model ship

Length L (mm)	1253	Height of neutral axis from baseline (x) (mm)	17.826
Breadth B (mm)	80.3	Effective cross sectional area for shear (mm^2)	249.4
Depth D (mm)	43	(Radius of gyration of cross section) ² (mm^2) r^2	274.405
Cross sectional area (x) A (mm ²)	561.73	Hull weight (g)	1070
Moment of inertia (x) I_0 (mm ⁴)	154141.711		

3. 實驗裝置와 實驗方法

3-1 實驗裝置

(1) 起振器

起振器로서는 dynamic speaker (出力 12 w)의 moving coil 에 지름 3 mm ϕ 의 piano 線을 붙여서 起振用 rod 로 하고 起振은 이 起振用 rod 에 의하여 起振시키도록 하였다.

實驗時에는 amplifier(電源電壓 110 v AC, 出力 12 w)를 通하여 speaker moving coil 에 任意의 周波數의 交流를 보내어 周波數의 起振力이 起振用 rod 에 의하여 模型에 加해지게 하였다.

amplifier(電源電壓 110 v AC, 出力 12 w)와 amplifier 붙어 digital oscillator (10 HZ—1 MHZ)의 發振周波數의 calibration 은 길이 151 cm, 內徑 44.07 mm ϕ , 外徑 48.61 mm ϕ 와 무게 3.9 kg의 steel pipe를 calibration 用試片으로 擇하여 兩端自由 均一斷面보의 振動을 시켜 그 固有振動數와 mode를 計測한 實驗値와 理論値를 比較하여 修正使用하기로 한 것이다.

그 固有振動數및 mode 는各 Fig. 3 및 Fig. 4 와 같다.

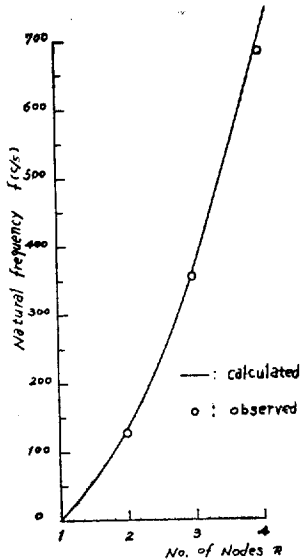


Fig. 3 Comparison between calculated and observed natural frequencies

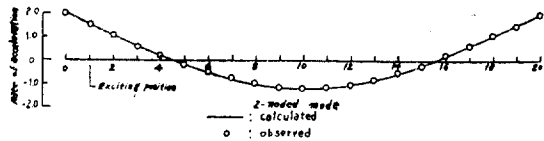


Fig. 4 Natural mode pattern of steel pipe in mode

이 그림에서 알수 있는 바와 같이 그 精度는 誤差가 2% 内外인 거의 正確한 程度이므로 이를 實驗에 信賴하여 使用한 것이다.

(2) 受振器

受振器는 crystal pick up를 使用하고 이에 常用 바늘을 붙여서 그 바늘 끝을 計測點에 대어 受振하고 그 結果 생기는 壓電氣의 變化를 眞空管電壓計(10 HZ—4 MHZ)와 oscilloscope를 通하여 振幅의 크기와 그波 形을 同時에 보고 計測할 수 있게 하였다. 이로써 振動의 mode 形狀, 共振曲線 및 共振振動數를 얻을 수 가 있게 된다.

3-2 實驗方法

實驗室內에 가로, 세로 및 높이가 885 mm \times 1810 mm \times 790 mm의 concrete 水槽를 만들고 그 위로 模型를 다 는 높이 1.9 m의 木製 frame를 設置하였으며 또 pick up을 適宜한 높이인 模型위로 容易하게 水平으로 움직이도록 판자 위에 rail를 設置하고 pick up에는 pick up 臺를 붙여 그 臺 밑에 roller를 네개 달아 rail위로 移動할 수 있게 하였다.

(1) 空中에서의 振動實驗

模型을 2節振動의 節位置에 가는 nylon 줄로 木製 frame에 水平하게 달고 船尾로부터 50 mm 앞쪽 位置에 起振用 rod를 船幅가운데 오도록 하였다 한편 起振用 rod가 언제나 模型과 같이 接觸하여 움직이도록

dynamic speaker 와 模型을 適當한 彈力을 주어 고무줄로 묶었다.

計測은 共振曲線을 求할 때에는 pick up 를 起振側과 反對側끝에 넣고, 振動 mode 를 計測하는 경우는 模型의 길이 方向으로 移動하여 各計測點에서 振幅을 計測한다.

(2) 水上에서의 振動實驗

水上에서의 振動實驗方法도 위의 空中에서의 것과 같은方法인데 다른點은 模型을 水槽의 물에 뜨게 하는 것 뿐이다.

4. 理 論

基本方程式을 重量分布와 有效굽힘剛性的의 分布形狀의 두가지 要素를 考慮에 넣어서 固有值를 求하고 그 固有值에 對하여 後述하는 剪斷 및 回轉慣性的의 影響[1], [3], [4]을 考慮한 修正을 하였다.

船體의 一端에 原點을 잡고 배길이 方向으로 x 軸, 垂直下方으로 y 軸을 잡는다. 後述의 方法에 依하여 重量分布 m_x 및 斷面의 有效慣性 moment 의 分布 I_x 가 주어 겠다고 하여 船體의 처짐을 $y(x,t)$ 라하면 運動方程式은

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI_x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \frac{m_x}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

이 되고, $y(x,t) = y(x) \sin \omega t$ 라 놓으면 $y(x)$ 에 關하여

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(I_x \frac{d^2 y}{dx^2} \right) - \frac{m_x \omega^2}{Eg} y = 0 \quad (2)$$

이 된다. 배의 全長이름 L 라 하고, 船體中央斷面에서의 I_x 및 m_x 의 값을 I_0, m_0 로 하여

$$\xi = x/L, \quad \eta = y/L, \quad g_\xi = m_x/m_0, \quad i_\xi = I_x/I_0 \quad (3)$$

라 놓으면 (2)는

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \left(i_\xi \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right) - \Omega^2 g_\xi \eta = 0 \quad (4)$$

여기서

$$\Omega^2 = \frac{m_0 L^4 \omega^2}{EI_0 g} \quad (5)$$

端末條件은 $x=0$ 및 $x=L$ 에서는 $Q(x,t) = M(x,t) = 0$ 이 된다. Q 와 M 는 各各 船體斷面에 作用하는 剪斷力과 굽힘 moment 이다.

$$M(x,t) = -EI_x \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{EI_0}{L} i_\xi \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \sin \omega t \quad (6)$$

$$Q(x,t) = \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} = -\frac{EI_0}{L^2} \left(i_\xi \frac{d^3 \eta}{d\xi^3} + \frac{di_\xi}{d\xi} \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right) \sin \omega t \quad (7)$$

이 되므로 端末條件은 다음 式이 된다.

$\xi=0$ 및 $\xi=1$ 에서

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} = 0, \quad \frac{d^3 \eta}{d\xi^3} = 0 \quad (8)$$

微分方程式 (4)는 近似解法에 依하며 풀면 그 解는

$$\eta = C_0 \eta_0 + C_1 \partial_1 + C_2 \eta_2 + C_3 \eta_3 + \dots + C_n \eta_n = \sum_{i=0}^n C_i \eta_i \quad (9)$$

이 되고 各項의 函數는

$$\left. \begin{aligned} \eta_0 &= 1, \quad \eta_1 = \xi - \frac{1}{2} \\ \eta_i &= \alpha_i (\sin S_i \xi + \sinh S_i \xi) + \cos S_i \xi + \cosh S_i \xi \\ \text{여기서 } \alpha_i &= \frac{\sin S_i + \sinh S_i}{\cos S_i - \cosh S_i} = \frac{\cos S_i - \cosh S_i}{\sinh S_i - \sin S_i} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

($i=2, 3, \dots, n$)

이 된다. η_i 는 剪斷의 영향을 無視한 경우의 兩端自由 均一斷面의 normal function 이므로서 η 는 端未條件 (8)를 完全히 滿足한다. 또 S_i 는 $\cos S_i \cosh S_i = 1$ ($i=2, 3, \dots, n$)의 根이 되는 값이다.

한편 η 의 各項의 係數 C_i 를 決定하기 爲하여 Galerkin 法을 쓰면 다음과 같은 $n+1$ 個의 條件式을 얻을 수가 있다.

$$\int_0^1 \left[\frac{d^2}{d\xi^2} \left(i_\xi \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right) - \Omega^2 q_i \eta \right] \eta_i d\xi = 0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

그리고 (9)로부터

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} = \sum_{j=2}^n C_j S_j \zeta_j \quad (12)$$

여기서

$$\zeta_j = \alpha_j (-\sin S_j \xi + \sinh S_j \xi) - \cos S_j \xi + \cosh S_j \xi \quad (13)$$

이 되고 ζ_j 는 normal function 이므로 (11)중의 $i_\xi \frac{d^2 \eta}{d\xi^2}$ 은 다음式과 같이 展開된다.

$$i_\xi \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} = \sum_{j=2}^n C_j S_j^2 i_\xi \zeta_j = \sum_{j=2}^n K_j \zeta_j \quad (14)$$

여기서 K_j 는 다음과 같이 定해지는 定數이다 卽

$$\int_0^1 \eta_i^2 d\xi = \int_0^1 \zeta_j^2 d\xi = 1, \quad \int_0^1 \eta_i \eta_m d\xi = \int_0^1 \zeta_j \zeta_m d\xi = 0 \quad (j \neq m) \quad (15)$$

이 된다. 이를 利用하면 K_j 는 다음과 같이 된다.

$$K_j = \frac{1}{\int_0^1 \zeta_j^2 d\xi} = \frac{1}{\sum_{m=2}^n C_m S_m^2} \int_0^1 i_\xi \zeta_j \zeta_m d\xi = \sum_{m=2}^n C_m S_m^2 \alpha_{jm} \quad (j = 2, 3, \dots, n) \quad (16)$$

$$\text{단 여기서 } \alpha_{jm} = \alpha_{mj} = \int_0^1 i_\xi \zeta_j \zeta_m d\xi \quad (j, m = 2, 3, \dots, n) \quad (17)$$

따라서 (16)을 (14)에 代入하면

$$i_\xi \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} = \sum_{j=2}^n \sum_{m=2}^n C_m S_m^2 \alpha_{jm} \zeta_j \quad (18)$$

$$\therefore \frac{d^2}{d\xi^2} \left(i_\xi \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right) = \sum_{j=2}^n \sum_{m=2}^n C_m S_m^2 S_j^2 \alpha_{jm} \eta_j \quad (19)$$

이 얻어진다. 여기서 η_i 는 (10)에 依하여 주어진 것이다. 한편 (9)와 (19)를 (11)에 代入 하면

$$\int_0^1 \left[\sum_{j=2}^n \sum_{m=2}^n C_m S_m^2 S_j^2 \alpha_{jm} \eta_j - \Omega^2 q_i \left\{ C_0 + C_1 \eta_1 + \sum_{m=2}^n C_m \eta_m \right\} \right] \eta_i d\xi = 0 \quad (20)$$

($i = 0, 1, 2, \dots, n$)

여기서 지금 (20)에서의 定積分이 項을 各各

$$\int_0^1 q_{\xi} \gamma_i \eta_n d\xi = R_{im}, \quad \int_0^1 q_{\xi} \gamma_i d\xi = S_i, \quad \int_0^1 q_{\xi} \gamma_i \eta_1 d\xi = T_i \quad \left(\begin{array}{l} i=0, 1, 2, \dots, n \\ m=2, 3, \dots, n \end{array} \right) \quad (21)$$

라 놓고 (15)의 關係를 考慮에 넣으면 (20)은 結局 다음식의 꼴로 된다.

$$\left. \begin{array}{l} i=0, 1 \text{ 인 때 } \sum_{m=2}^n C_m R_{im} + C_0 S_i + C_0 S_i + C_1 T_i = 0 \\ 2 \leq i \leq n \text{ 인 때 } \sum_{m=2}^n C_m (S_m^2 S_i^2 \alpha_{im} - \Omega^2 R_{im}) - \Omega^2 C_0 S_i - \Omega^2 C_1 T_i = 0 \end{array} \right\} \quad (22)$$

이것이 振動數方程式이다. 이것으로부터 2, 3, ..., n 節振動의 固有值 Ω 가 求해지고 各各의 Ω 에 對하여에 (9)에 包含되는 各項의 係數 C_i 사이의 關係가 定해져서 各節振動의 mode의 꼴이 求해진다.

以上의 式을 實用的으로 배에 適用시키기 爲하여 簡單化시켜 보기로 한다.

box型 barge는 q_{ξ} 와 i_{ξ} 의 꼴은 船體 中央에 關해서 前後部로 對稱인 꼴이므로 그對稱分布로 修正된 重量分布 및 有效慣性 moment의 分布形狀을 q_{ξ} 및 i_{ξ} 라고 하면 前述의 α_{im} , R_{im} , S_i , 및 T_i 는

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{im} = 2 \int_0^{1/2} i_{\xi} \zeta_i \zeta_m d\xi \quad (i, m=2, 3, \dots, n), \quad R_{im} = 2 \int_0^{1/2} q_{\xi} \gamma_i \eta_m d\xi \quad \left(\begin{array}{l} i=0, 1, 2, \dots, n \\ n=2, 3, \dots, n \end{array} \right) \\ S_i = 2 \int_0^{1/2} q_{\xi} \gamma_i d\xi, \quad T_i = 2 \int_0^{1/2} q_{\xi} \gamma_i \eta_1 d\xi \quad (i=0, 1, 2, \dots, n) \end{array} \right\} \quad (23)$$

이 된다. 또 對稱性으로 부터

$$S_i = 0 \quad (i=1, 3, 5, \dots), \quad T_i = 0 \quad (i=0, 2, 4, 6, \dots),$$

$$\alpha_{im} = R_{im} = 0 \quad (i+m \text{가 奇數인 때}) \text{이 되므로 振動數方程式} \quad (22)$$

의 C_0 및 C_1 를 消去한 式은

$$\left. \begin{array}{l} i=2, 4, 6, \dots \text{인 때 } \sum_{m=2, 4, 6, \dots}^n C_m \left[S_m^2 S_i^2 d_{im} - \Omega^2 \left(R_{im} - \frac{S_i R_{0m}}{S_0} \right) \right] = 0 \\ i=3, 5, 7, \dots \text{인 때 } \sum_{m=3, 5, 7, \dots}^n C_m \left[S_m^2 S_i^2 \alpha_{im} - \Omega^2 \left(R_{im} - \frac{T_i R_{im}}{T_0} \right) \right] = 0 \end{array} \right\} \quad (24)$$

(24)의 첫째式은 偶數節振動, 둘째式은 奇數節振動에 對한 것이다.

이것으로부터 C_i 가 同時에 0이 아닌 根을 가지기 爲한 條件으로서 係數行列式을 0이라 놓은式을 Ω^2 에 關하여 풀면 固有值가 얻어진다. 4節振動程度까지의 固有值를 求하자면 η 는 7項 即 $n=6$ 까지 取하면 精度는 充分하다.

다음에 윗式에서 얻어진 固有值에 剪斷과 回轉慣性의 影響을 考慮에 넣어 修正하여 보기로 한다.

均一斷面보의 경우에 剪斷의 影響을 考慮하면 [3], [4] 基礎方程式 (4)에 相當하는 式은

$$\frac{d^4 \eta}{d\xi^4} + \beta \Omega^2 \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} - \Omega^2 \eta = 0 \quad (25)$$

$$\text{여기서 } \beta = \frac{EI_0}{A_0 GL^2}, \quad \Omega^2 = \frac{m_0 L^4 \omega^2}{EI_0 g} \quad (26)$$

이 된다. A_0 는 剪斷에 對한 有效斷面積, β 는 剪斷의 影響을 나타 내는 parameter, Ω 는 固有值로서 兩端自由인 경우의 振動數方程式은 다음과 같이 주어진다.

$$\beta \Omega \sin p \sinh q + 2(\cos p \cosh q - 1) = 0 \quad (27)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 p &= \sqrt{\frac{\beta\Omega^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\beta\Omega^2}{2}\right)^2 + \Omega^2}} \\
 q &= \sqrt{-\frac{\beta\Omega^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\beta\Omega^2}{2}\right)^2 + \Omega^2}}
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

다음에 剪斷과 回轉慣性의 影響을 同時에 考慮하는 때의 基礎方程式은 다음과 같이 주어 진다.

$$\frac{d^4\eta}{p\xi^4} + \left\{ \beta + \left(\frac{r}{L}\right)^2 \right\} \Omega^2 \frac{d^2\eta}{d\xi^2} - \Omega^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r}{L}\right)^2 \beta \Omega^2 \right\} \eta = 0
 \tag{29}$$

여기서 r 는 回轉半徑이다 (29)의 左邊 第3項의 $\left\{ \right\}$ 內의 $\left(\frac{r}{L}\right)^2 \beta \Omega^2$ 은 β 와 $\frac{r}{L}$ 이 아주 작은 값이므로 이項을 無視하면 (29)는

$$\frac{d^4\eta}{d\xi^4} + \beta_1 \Omega^2 \frac{d^2\eta}{d\xi^2} - \Omega^2 \eta = 0
 \tag{30}$$

$$\text{단 } \beta_1 = \beta + \left(\frac{r}{L}\right)^2
 \tag{31}$$

이 되어 (25)와 같은 꼴의 方程式이 된다.

한편 船體振動에 對한 剪斷 및 回轉慣性의 影響에 對하여는 다음과 같은 考察에 依하여 그의 影響을 計算해 보기로 한다. box型 barge인 경우에 剪斷에 對한 有效斷面積은 배 길이 方向으로 一定하다고 생각 할수 있

다. 即 均一斷面 보로 取扱할 수 있다. 이 β_1 에 對한 固有值 Ω_i 와 剪斷과 回轉慣性을 無視한 경우 ($\beta_1=0$)의 固有值 $\bar{\Omega}_i$ 와의 比 $C_i = \Omega_i / \bar{\Omega}_i$ ($i=2, 3, 4$)를 求하여 이 C_i 를 船體振動의 固有值에 對한 修正值로 한다. 이의 關係를 β_1 과 C_i 로서 나타 낸 것이 Fig. 5[6]이다.

다음으로 附加質量을 包含하는 船體重量의 分布 形狀 q_i 를 求한다. 위선 2次元運動이라고 생각한 附加質量 A' 와 그의 分布를 求하면 된다. Lewis에 依한 2次運動인 경우의 船體單位길이 當의 附加質量[7] ω 는

$$\omega = \frac{1}{2} C \pi b^2 \rho
 \tag{32}$$

에 依하여 주어진다. 여기서 b 는 배의 半幅, ρ 는

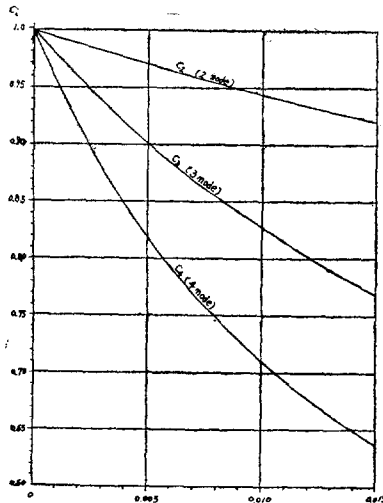


Fig. 5 Correction factor of calculated eigenvalues C_i ($i=2, 3, 4$)

流體의 比重, C 는 水面下의 船體橫斷面의 形狀에 따라 定하여지는 附加質量係數(section inertia coefficient)이다.

以上の 2次運動이라 생각한 附加質量의 A' 에 3次元運動인 경우의 附加質量으로 修正하여야 되기 때문에 이를 Taylor에 依한 修正係數[8] J 를 適用하였다.

5. 數值計算値와 實驗値와의 比較

5-1 空中에서의 模型振動에 對한 理論計算値와 實驗値와의 比較

模型의 船體重量分布를 計算하면 Table 2와 같이 되고 이것을 fair하게 고치면 Fig. 6(a)와 같은 q_i 가

Table 2 Distribution of hull weight v (cm^3/cm)

Station No.	v	ξ	q_ξ
0	9.154	0	1.493
1	9.050	0.025	1.476
2	8.450	0.050	1.378
3	8.356	0.075	1.362
4	8.6	0.100	1.362
5	8.6	0.125	1.362
6	8.356	0.150	1.362
7	8.050	0.175	1.313
8	7.300	0.200	1.190
9	6.450	0.225	1.052
10	6.133	0.250	1.000
11	6.133	0.275	1.000
12	6.133	0.300	1.000
13	6.133	0.325	1.000
14	6.133	0.350	1.000
15	6.133	0.375	1.000
16	6.133	0.400	1.000
17	6.133	0.425	1.000
18	6.133	0.450	1.000
19	6.133	0.475	1.000
20	6.133	0.500	1.000

Table 3 Distribution q_ξ of hull weight (dimensionless)

Table 4 Distribution of moment of inertia I (cm^4)

Station No.	I	ξ	i_ξ
0	21.234	0	1.378
1	21.234	0.025	1.378
2	21.234	0.050	1.378
3	21.234	0.075	1.378
4	21.234	0.100	1.378
5	21.234	0.125	1.378
6	20.800	0.150	1.350
7	19.750	0.175	1.282
8	18.000	0.200	1.168
9	16.500	0.225	1.071
10	15.700	0.250	1.019
11	15.410	0.275	1.000
12	15.410	0.300	1.000
13	14.410	0.325	1.000
14	15.410	0.350	1.000
15	15.410	0.375	1.000
16	15.410	0.400	1.000
17	15.410	0.425	1.000
18	15.410	0.450	1.000
19	15.410	0.475	1.000
20	15.410	0.500	1.000

Table 5 Distribution of moment of inertia i_ξ (dimensionless)

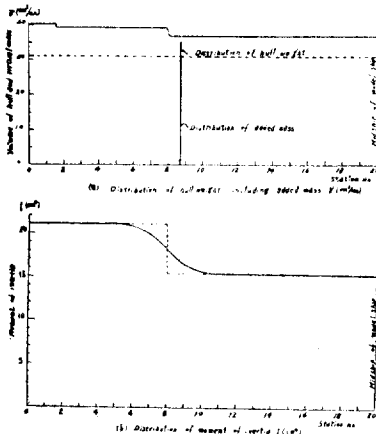


Fig. 6

얻어진다. $\xi = 0 \sim 0.5$ 사이를 20 등분한 각 분점에서 q_ξ 의 값은 Table 3과 같이 된다. 다음으로 斷面慣性 moment 을 計算하면 Table 4와 같고 이것을 fair 하게 고치면 Fig. 6(b)와 같은 i_ξ 가 얻어진다. $\xi = 0 \sim 0.5$ 사이를 20 등분한 각 분점에서의 i_ξ 의 값은 Table 5와 같이 된다. Table 3과 Table 5를 사용하여 前述한 理論에 依하면 係數 α_{im} , R_{im} , S_i , 및 T_i 가 計算되고 이들 값을 사용하여 振動數方程式을 만들면 다음과 같은 式을 얻는다.

模型의 振動數方程式(空中)

偶數節 :

$$\left. \begin{aligned} i = 2; & C_2(507.805 - 1.216\Omega^2) + C_4(111.173 - 0.1107\Omega^2) + C_6(245.146 - 0.0372\Omega^2) = 0 \\ i = 4; & C_2(111.173 - 0.1107\Omega^2) + C_4(16419.8875 - 1.1731\Omega^2) + C_6(4494 - 0.1474\Omega^2) = 0 \\ i = 6; & C_2(245.146 - 0.0372\Omega^2) + C_4(4494 - 0.1474\Omega^2) + C_6(103307.913 - 1.175\Omega^2) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

奇數節 :

$$\left. \begin{aligned} i = 3; C_3(4039.347 - 1.1612\Omega^2) + C_5(1155.621 - 0.1291\Omega^2) = 0 \\ i = 5; C_3(1155.621 - 0.1291\Omega^2) + C_5(44885.285 - 1.1866\Omega^2) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

(33)과 (34)에 對한 係數行列式을 0이라 놓고 式을 만들면

$$\left. \begin{aligned} \text{偶數節: } -1.63492\Omega^6 + 168614.8261\Omega^4 - 2106173981.129\Omega^2 + 849117012437.005 = 0 \\ \text{奇數節: } 1.3612\Omega^4 - 56615.501\Omega^2 + 179971781.413 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

이것을 풀어서 Ω^2 을 求하면 2~5 節振動에 對한 Ω 가 다음과 같이 얻어진다.

$$\Omega_2 = 20.425, \quad \Omega_3 = 58.889, \quad \Omega_4 = 118.512, \quad \Omega_5 = 195.256$$

다음에 위固有値에 對한 剪斷과 回轉慣性의 影響이지만 Table 1의 數值를 써서 $\beta, \left(\frac{r}{L}\right)^2, \beta_1$ 등의 값을 計算하고 Fig. 5를 利用하여 固有値修正係數 $C_i (i=2, 3, 4)$ 를 求하면 2~4 節振動의 修正固有値 $C_i\Omega_i (i=2, 3, 4)$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$C_2\Omega_2 = 20.282, \quad C_3\Omega_3 = 57.240, \quad C_4\Omega_4 = 118.875$$

다음에 中央斷面에서의 單位길이當의 船體重量 m_0 는

$$m_0 = \frac{A}{S_0 L}$$

에 依하여

$$m_0 = 0.000738$$

이 되고 따라서 固有振動數 는 다음式에 依하여 計算된다.

$$N_i = \frac{C_i\Omega_i}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI_0 g}{m_0}} \quad (i=2, 3, 4, \dots, n) \quad (36)$$

實驗時의 氣溫 18°C에 對하여 實測된 動的彈性係數 E 의 값은

Table 6 Comparison between calculated and observed natural frequencies (in air)

No. of modes n	2	3	4
Calculated	63.118	178.131	348.155
Observed	60.3	172.6	320.7

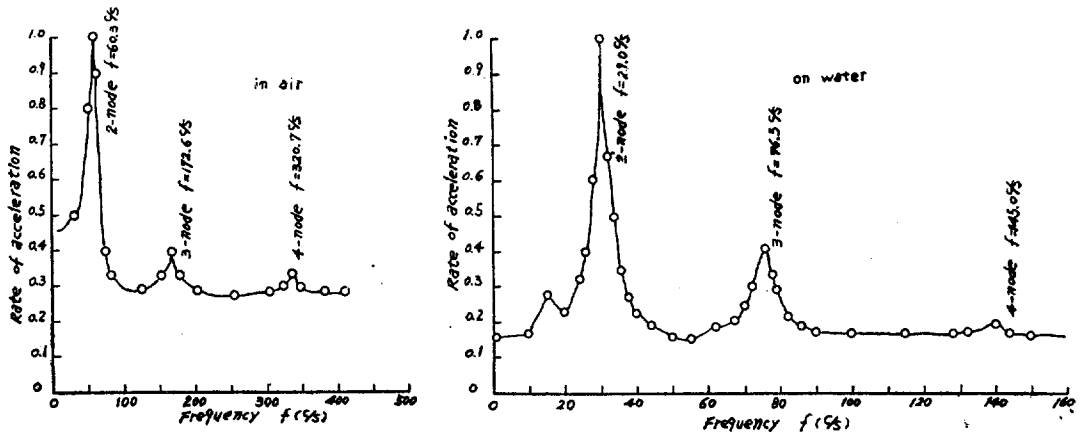


Fig. 7 Resonance curve of model ships

$$E=460 \text{ kg/mm}^2$$

이므로 以上の 값을 써서 (36)에 依하면 Table 6 과 같은 固有振動數값이 얻어진다. 以上の 結果를 그림으로 나타 낸 것이 Fig. 7 와 Fig. 8 과 같은 것으로 計算値와 實測値는 2~4 節振動의 範圍에서 2% 内外의 誤差로 滿足할만한 程度로 잘 一致되고 있다. 最後로 振動의 mode 形狀인데 이것은 剪斷과 回轉慣性이 mode 에 미치는 影響은 2~4 節의 範圍에서는 極히 적은 것이므로 이를 無視한 固有值를 (33)과 (34)에 代入하여 各節振動의 Ω 에 對한 係數 C 의 比를 求하므로써 다음과 같은 振動의 mode 式을 얻게 된다.

$$\left. \begin{aligned} 2\text{節} : \gamma_2 &= C_2 (-0.15648 + \gamma_2 - 0.003947\gamma_4 - 0.001117\gamma_6) \\ 3\text{節} : \gamma_3 &= C_3 (0.13353\gamma_1 + \gamma_3 - 0.017523\gamma_5) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

(37)에서 얻은 振動 mode 의 理論値와 實驗에 依한 計測値와를 比較한 것이 Fig. 9 이다. 兩者는 crest 部分을

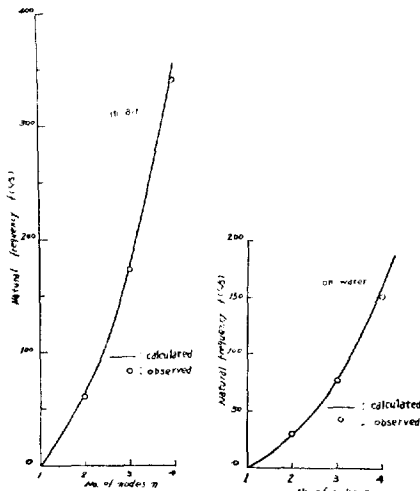


Fig. 8 Comparison between calculated and observed natural frequencies

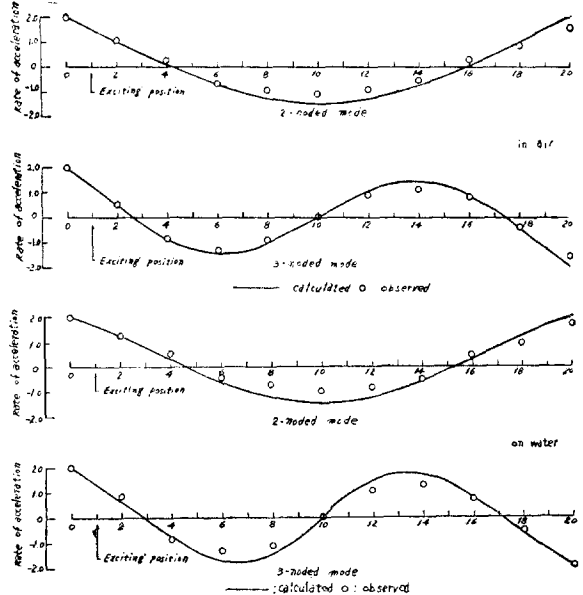


Fig. 9 Natural mode pattern of model ship

除外하고는 滿足할 만큼 잘 一致되고 있다.

5-2 水上에서의 模型振動에 對한 理論計算과 實驗値와의 比較

附加質量을 包含한 船殼重量의 分布形狀을 求한다. 이는 排水量에 相當하는 船殼重量과 그의 分布는 앞에서 求해졌고 여기서는 2次元運動에서의 附加質量과 그의 分布를 求하여 이를 船殼重量分布에 加算하면 된다.

2次元附加質量의 分布는 Lewis의 矩形斷面의 附加質量係數 $C[7]$ 를 利用하면 (32)로써 求해진다. 이의 附加質量과 船殼重量과의 分布가 加算된 것이 Fig. 6 와 같다. 따라서 $\xi=0\sim 0.5$ 사이를 20 等分한 各分點에서의 q_{ξ} 의 값은 Table 6 과 같이 된다. 그結果 船殼重量 d 와 2次元 附加質量 d' 의 값은 各各

$$d=1.07 \text{ kg}, \quad d'=4.921 \text{ kg}, \quad d=11 \text{ mm}$$

이 얻어진다. 여기서 물의 運動은 3次元이므로 위에서 求한 2次元附加質量를 3次元附加質量으로 修正하여야한다. 이의 修正係數 J 를 考慮하면 3次元附加質量 (d_1); ($i=2, 3, 4, \dots, n$)는

$$(d_1)_i = J_i d' \text{ 로 부터}$$

$$2\text{節振動인때}; (d_1)_2 = 0.912 \times d' = 4.488$$

3 節振動인때; $(A_1)_3 = 0.875 \times D' = 4306$

4 節振動인때; $(A_1)_4 = 0.837 \times D' = 4.119$

이 된다. 다음 斷面慣性 moment 의 分布形狀 i_i 는 앞에서 求한 값을 그대로 쓸수 있으므로 Table 5 를 使用하면된다. 以上에서 求한 q_i 와 i_i 의 數値를 가지고 前述한 理論에 依하여 振動數方程式를 만드는데 必要한 係數 α_{im} , R_{im} , S_i 및 T_i 를 計算하여 振動數方程式를 만들면 다음과 같다.

模型의 振動數方程式(水上)

偶數節 :

$$\left. \begin{aligned} i=2; C_2(507.805 - 1.0452\Omega^2) + C_4(111.173 - 0.0216\Omega^2) + C_6(245.146 - 0.00623\Omega^2) &= 0 \\ i=4; C_2(111.173 - 0.0216\Omega^2) + C_4(16419.87 - 1.03314\Omega^2) + C_6(4494 - 0.0280\Omega^2) &= 0 \\ i=6; C_2(245.146 - 0.00623\Omega^2) + C_4(4494 - 0.0280\Omega^2) + C_6(1103307.913 - 1.03352 - \Omega^2) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

奇數節 :

$$\left. \begin{aligned} i=3; C_3(4039.347 - 1.0312\Omega^2) + C_5(1155.621 - 0.0247\Omega^2) &= 0 \\ i=5; C_3(1155.621 - 0.0247\Omega^2) + C_5(44885.285 - 1.0356\Omega^2) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

(38)과 (39)에 對한 係數行列式을 0 이라 놓고 式을 만들면

$$\left. \begin{aligned} \text{偶數節} : -1.11466\Omega^6 + 129512.641\Omega^4 - 1813989894.72\Omega^2 + 849117012437.005 &= 0 \\ \text{奇數節} : 1.0673\Omega^4 - 50411.766\Omega^2 + 179971781.413 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

이것을 풀어서 Ω^2 을 求하면 2~5 節에 對한 Ω 가 다음과 같이 얻어진다.

$$\Omega_2 = 21.75, \quad \Omega_3 = 61.26, \quad \Omega_4 = 125, \quad \Omega_5 = 207.50$$

다음 위의 固有值에 對한 剪斷과 回轉慣性의 影響은 空中에서의 경우와 같으므로 이들 修正係數를 써서 2~4 節 振動의 固有值 $C_i\Omega_i$ ($i = 2, 3, 4$)를 計算하면 다음과 같은 값을 얻게 된다.

$$C_2\Omega_2 = 21.60, \quad C_3\Omega_3 = 59.54, \quad C_4\Omega_4 = 118.14$$

다음 中央斷面에서의 單位길이이當의 船殼重量과 3次元附加質量의 合 $(m_0)_i$ ($i = 2, 3, 4, \dots, n$)은

$$(m_0)_i = \frac{D + (A_1)_i}{S_0 L}$$

에 依하여

$$(m_0)_2 = 0.004307, \quad (m_0)_3 = 0.004166, \quad (m_0)_4 = 0.004021$$

이 되고 따라서 固有振動數 N_i 는 다음式에 依하여 計算된다.

$$N_i = \frac{C_i \Omega_i}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI_0 g}{(m_0)_i}} \quad (i = 2, 3, 4, \dots, n) \quad (41)$$

그 固有振動數 값은 Table 7 과 같이 얻어진다.

Table 7 Comparison between calculated and observed natural frequencies (on water)

No. of nodes n	2	3	4
Calculated	27.846	77.680	157.930
Observed	29.0	76.5	145.0

以上の 結果를 그림으로 나타 낸 것이 Fig. 9 와 Fig. 8 과 같은 것으로 計算值와 實測值는 2~4 節 振動의 範圍에서 2% 内外의 誤差로 滿足할 만한 程度로 잘 一致되고 있다. 最後로 振動의 mode 形狀인테 이것은

剪斷과 回轉慣性이 mode 形狀에 미치는 影響은 2~4 節의 範圍에서 極히 적은 것이므로 이를 無視한 固有值를 (38)과 (39)에 代入하여 各節振動의 Ω 에 對한 係數 C 의 比를 求하므로써 다음과 같은 振動의 mode 式을 얻게 된다.

$$\left. \begin{aligned} 2 \text{ 節} : \eta_2 &= C_2(-0.32166 + \eta_2 - 0.066174 - 0.02758\eta_6) \\ 3 \text{ 節} : \eta_3 &= C_3(0.094587\eta_1 + \eta_3 - 0.159439\eta_5) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

(42)에서 얻은 振動 mode의 理論値와 實驗에 의한 計測値와를 比較한 것이 Fig. 9이다. 兩者는 crest 部分을 除外하고는 滿足할 만큼 잘 一致되고 있다.

6. 結 論

1. 均一斷面인 box 型 barge의 剪斷과 回轉慣性의 影響을 考慮한 上下振動의 固有値의 修正値가 理論値와 實驗値를 잘 一致시키고 있음을 알 수 있다.
2. 剪斷과 回轉慣性을 無視한 振動方程式에서 얻은 振動 mode는 比較的 잘 一致되고 있으나 mode의 位置에서나 起振點에서 멀어져 갈수록 漸次的으로 사이가 多少 뜨게 되는 現狀을 볼수 있는 것은 內部摩擦에 의한 減衰에서 오는 것으로 볼 수 있다.
3. 以上の 結論으로 均一斷面으로 보아지는 배에 對하여는 本論文의 理論이 實驗의 檢證에서 2~4 節振動까지는 實用上 充分한 精度를 가진다 할수 있다.
4. 그以上の 高次振動에서나 可變斷面에 對한 것이 이번엔 다루지 못하였으나 이에 對한 檢討가 아직 남아 있다.

參 考 文 獻

- [1] 熊井豐二; “剪斷振動としての船體高次振動について”, 造船協會論文集 第99號, 1956年 7月
- [2] 廣渡智雪; “船體固有振動數の研究(第4報)”, 造船協會論文集 第102號, 1957年
- [3] 松浦義一; “剪斷의 影響을 考慮した 兩端自由梁의 屈曲振動”, 關西造船協會誌 第94號, 1958年 10月
- [4] 寺澤一雄; “Transverse Vibration of Higher Frequencies of Beam of Uniform Cross Section Testing into Account the Effect of Shear”, 大阪大學工學部報告 第8卷, 1958年 10月
- [5] 松浦義一; “貨物船垂直撓み振動의 解析”, 造船協會論文集第 108號, 1960年 11月
- [6] 松浦義一; “船體撓み振動의 模型實驗”, 造船協會論文集 第109號, 1961年 5月
- [7] F.M. Lewis; “The Inertia of the Water Surrounding a Vibrating Ship”, *Trans. S.N.A.M.E.*, Vol.37, 1929
- [8] J.L. Taylor; “Some Hydrodynamical Inertia Coefficients”, *phil. Mag.*, Vol. 9, 1930
- [9] J.L. Taylor; “Vibration of Ships”, *T.I.N.A.*, Vol. 72, 1930
- [10] J.E. Richards; “An Analysis of Ship Vibration Using Basic Functions”, *N.E.C.L.*, Vol.68, 1951-52