

論文紹介

電子計算機를 利用한 回路網 設計例

李 太 遠*
(Lee, Tai Wuon)

“Computer-Aided Network Design” Kojima, Watanabe, Takahashi, Iwama, Fujitsu Scientific & Technical Journal, Vol. 7, No. 2, 1971

要 約

系統工學分野의 加速的인 發展에 따라 通信工學部門에서도 迅速正確한 設計를 위한 電子計算機의 活用度가 增加하고 있는 傾向을 보고 日本國富士通研究所의 小島 研究員組가 濾波器의 等化器回路設計를 目的으로 開發한 CAD (Computer-Aided Design) 方式를 紹介한다.

1. 序 論

濾波器와 等化器의 設計, 特히 周波數分割多重 搬送電話方式에서와 같이 그 特性이 高度의 正確性을 要求하는 回路網의 設計에서 다음의 手法을 使用한다.

1) 函數近似法

通過帶域과 減衰帶域에서의 Tchebyshev의 傳達函數를 近似的으로 求하는 手法이며 回路函數의 必要 degree 및 提示된 規格에 合當하는 減衰極을 決定하여 준다.

2) 回路網實現法

函數近似에 依해서 求해진 回路函數를 實際의 素子에 連關시켜주는 手法이다.

3) 回路網變換法

實現된 回路網의 漂遊容量이나 導線의 inductance 등의 寄生素子를 實際의 素子值로 變換한다.

4) 損失補償法

濾波器實現에서 가장 問題가 되는 素子の 損失을 補償하는 手法이다.

CAD에서는 parameter의 實際特性과 要求되는 特性間의 誤差를 反復修正으로써 最小限으로

縮小하는 反復近似法을 廣範圍하게 利用하고 있다.

2. 濾波器의 CAD 方式

표 1에 나타난 바와 같이 濾波器는 設計方法, 通過帶域特性, 回路網構成에 따라 分類된다.

표 1 濾波器의 分類

(A) 設計方法에 依한 分類

① 影像 parameter 濾波器	現在까지 理解하기가 容易하고 計算이 簡單하며 널리 利用되어은 方法이지만 通過帶域特性을 決定할 수 없는 缺點이 있다.
② 動作 parameter 濾波器	實際狀態下의 回路를 實現하는 方式이지만 回路網 degree가 增加하면 計算이 困難하다는 短點이 있으나 電子計算機의 開發에 依하여 이 短點이 解消되고 있다.

(B) 通過帶域特性에 依한 分類

① 平坦振幅 函數 濾波器	Butterworth 濾波器 Thomson 濾波器
② Ripple 函數 濾波器	通過帶域 Tchebyshev 濾波器 聯立 Tebyshev 濾波器

(C) 回路構成에 依한 分類

① 梯子型濾波器	Universal LC 濾波器 Mechanical 濾波器
② 格子型濾波器	Crystal 濾波器

電子計算機에 依한 濾波器設計過程은 그림 1과 같은 4段階로 되며 그림 2에 그 Flow chart를 나타내었다.

2.1 濾波器函數의 決定

Reactance 濾波器의 回路網函數와 特作損失 b_s 사이에는 傳達常數 S와 特性函數 φ를 利用한다

* 中央大學校 理工大 教授

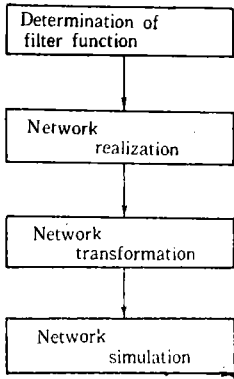


그림 1. CAD를 利用한 濾波器設計 順序

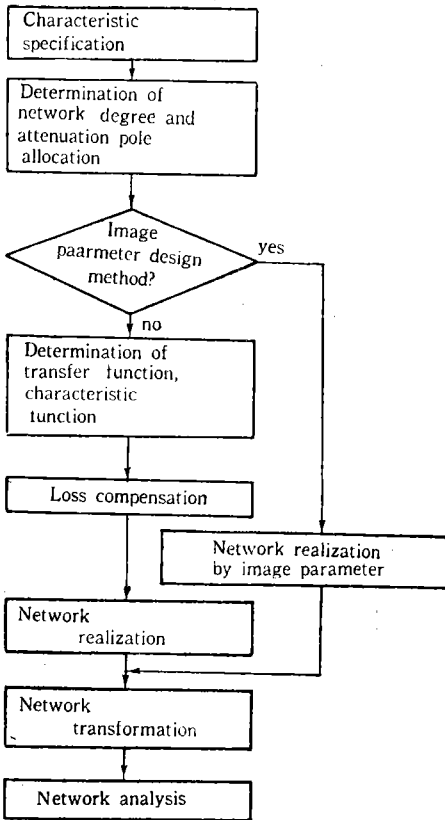


그림 2. 濾波器設計의 Flow Chart

음의 關係式이 있다.

$$b_s = \frac{1}{2} \ln SS^* = \frac{1}{2} \ln(1 + \varphi\varphi^*) \dots \dots \dots (1)$$

여기서 $S(s) = g(s)/f(s)$, $\varphi(s) = h(s)/f(s)$

通過帶域 Tchebyshev 濾波器的 경우에는 Ca- uer, Darlington 에 依하면 $\varphi(s)$ 는 通過帶域에서의

Ripple 振幅 α_p 를 써서 다음 式으로 나타 낼수 있다.

$$\varphi(s) = \sqrt{e^{-2\alpha_p} - 1} \frac{\cosh}{\sinh} \textcircled{H} \dots \dots \dots (2)$$

여기서 \textcircled{H} 는 Reactance 影像濾波器的 傳達常數이다. 特性規格을 滿足시키는 回路網函數를 求하기 위해서는 回路網函數의 degree 와 損失規格에 맞는 減衰極點을 決定할 必要가 있다.

2.1.1 最適回路網 degree의 決定

提示된 損失特性으로부터 直接的으로 回路網 degree 나 減衰極點을 決定하기는 困難함으로 反復修正에 依한 最適值選定方式을 쓰며 그 Flow chart가 그림 3에 나타나 있다.

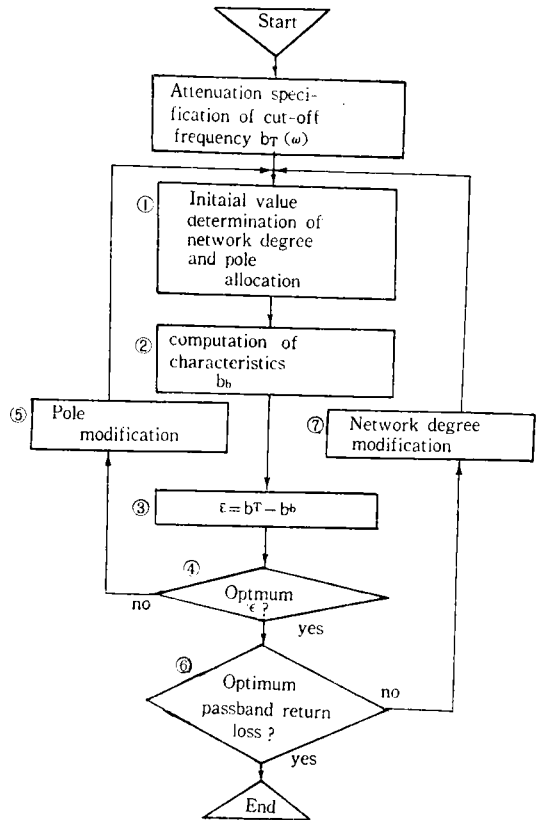


그림 3. 回路의 degree 와 極點의 決定

2.1.2 傳達函數 및 特性函數의 決定

回路網 degree 와 減衰極點이 決定되면 Ripple 振幅濾波器 (Tchebyshev)에서의 $h(s)$ 와 $f(s)$, 平均振幅濾波器 (Butterworth, Thomson)에서의 $g(s)$ 와 $f(s)$ 가 定해질 수 있다. 回路網函數 $g(s)$,

$h(s), f(s)$ 를 算出하려면 세개의 函數中에서 두個만 決定되어 있으면 다음 式을 쓰면 可能하다.

$$g(s) g^*(s) = f(s) f^*(s) + h(s) h^*(s) \dots \dots \dots (3)$$

遮斷周波數 $S_1 = j\omega_1$ 이나 $S_2 = j\omega_2$ 에 根이 接近해 있고 degree가 높은 方程式의 解를 求하는 것이 容易하지 않음으로 變數變換을 하면

$$S^2 = \frac{a+bT^2}{c+dT^2}, \quad T = \frac{1}{2} \left(Z - \frac{1}{Z} \right),$$

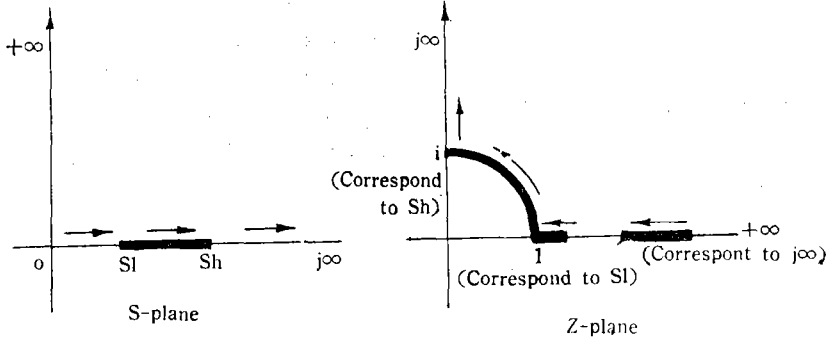


그림 4. 變數 變換

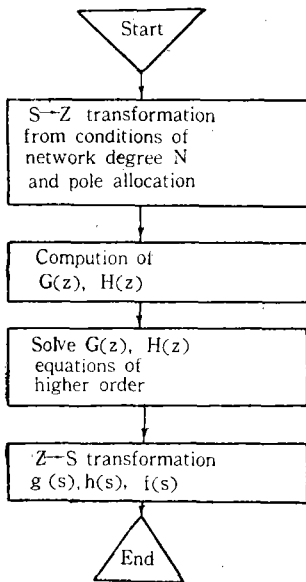


그림 5. 傳達函數와 特性函數의 決定

$$S^2_1 = \frac{a}{c}, \quad S^2_2 = \frac{c-b}{c-d} \dots \dots \dots (4)$$

에 依하여 그림 4와 같이 S 平面의 通過帶域이 Z 平面의 單位圓으로 變換되어 높은 degree의 方程式의 解가 容易하게 求하여진다. 이 過程의 Flow chart는 그림 5와 같다.

2.2 損失補償

回路網의 degree N이 높아지면 通過帶域에서 回路素子損失 Q의 影響에 依한 損失의 變動이 實際回路에서는 無視할 수 없게 됨으로 Q의 影響을 考慮하여 傳達函數와 特性函數를 補償하여 주어야 한다.

(1) 狹通過帶域濾波器

各素子の 損失 factor $d=1/Q$ 가 周波數에 關係없이 常數로 取扱할 수 있음으로 $g(s)$ 를 $g(s-d)$ 로 하는 補償이 可能하다.

(2) 廣通過帶域濾波器

이 경우에는 損失 factor를 常數로 볼 수 없으므로 그림 6에 나타낸 反復近似法을 써서 $g(s)$ 를 修正함으로써 損失을 補償할 수 있으나 다음의 條件이 滿足되어야 한다.

$$g(s)/f(s) \rightarrow g'[s+d(s)]/f(s) = \text{const.}$$

$$|g'(s)/f(s)| \geq 1 \dots \dots \dots (5)$$

2.3 回路網實現

回路網函數로부터 實際의 回路를 實現하는 方法은 許多하나 Piloty의 方法을 써서 다음의 開放 또는 短絡 immittance를 根據로 하여 2雙端子回路網으로 展開하기로 한다.

$$Z \text{ or } Y = \frac{G[g(s)] + G[h(s)]}{U[g(s)] + U[h(s)]} \dots \dots \dots (6)$$

여기서

$G[]$ 는 $[]$ 函數의 偶函數部

$U[]$ 는 $[]$ 函數의 奇函數部

이 方法에 依하면 그림 7의 過程을 따라 표 2의 8個의 形態의 組合을 만들어서 梯子型回路網을 實現할 수 있다.

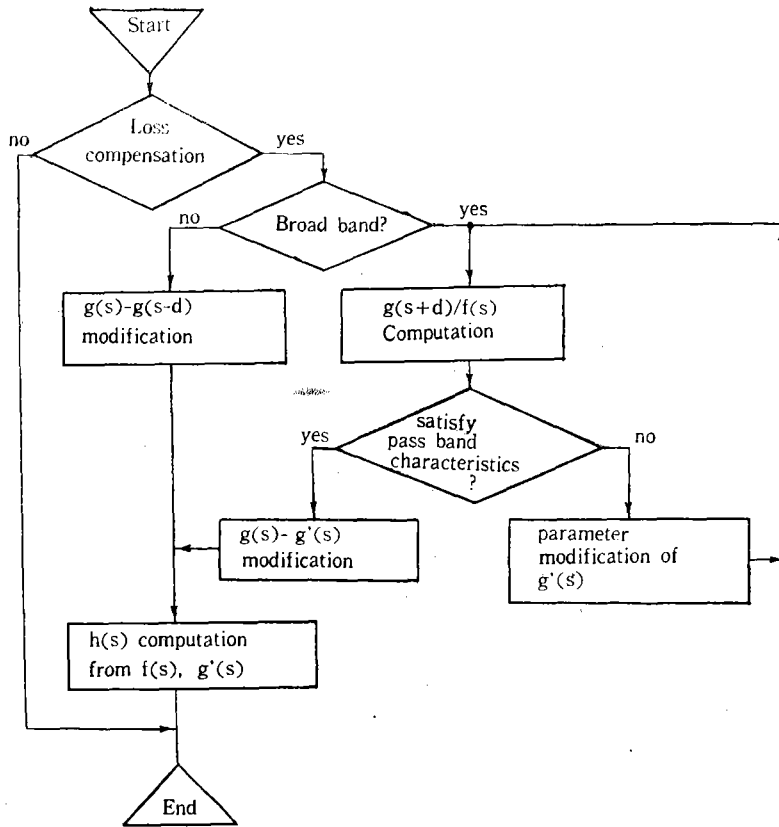


그림 6. 損失補償 Flow Chart

2.4 回路網變換

2.3의 回路는 實際素子를 써서 實現하여 보면 實際素子が 寄生素子(inductance의 漂遊 capacitance나 capacitance의 導線 inductance等)를 內包하고 있음으로 다음의 두個의 program로써 回路網을 變換하여 주어야 한다.

(1) 梯子型回路網의 Norton 變換比를 求하는 Program

(2) 먼저 求한 回路形態와 素子值를 Norton 變換法이나 極點交換을 利用해서 提示된 回路形態로 바꾸기 위한 program

3. 最適回路網選定方式

回路合成에서 近似法을 쓸때는 理論이나 數學的인 面以外에도 다음의 세가지 基本的인 事項을 考慮하여야 한다.

(1) 近似法으로 求한 函數나 回路가 可能한 範圍에서 簡潔하고 經濟的이라야 한다.

(2) Brune 이나 Bott-Duffin 回路 같은 複雜한 回路를 쓰지 말것.

(3) 單位回路가 많이나 그것이 쓰이는 System의 觀點에서 最適條件이 滿足되어야 한다.

이러한 點을 參酌하여 本文의 回路網近似法은 그림 8의 4個의 反復近似法으로 構成하였으며 回路의 素子值, 回路網函數의 極點이나 零點을 近似法으로 求한다. 이 방식의 Flow Chart는 그림 9이다. 그림의 ①과 ②의 段階에서 要求되는 應答과 始初 parameter를 주면 ③에서 修正된 回路가 simulate 되고 ④에서 實際應答과 要求되는 應答사이의 誤差가 計算된다. 誤差를 縮少시키려면 ⑤에서 parameter의 修正 vector 方向을 그리고

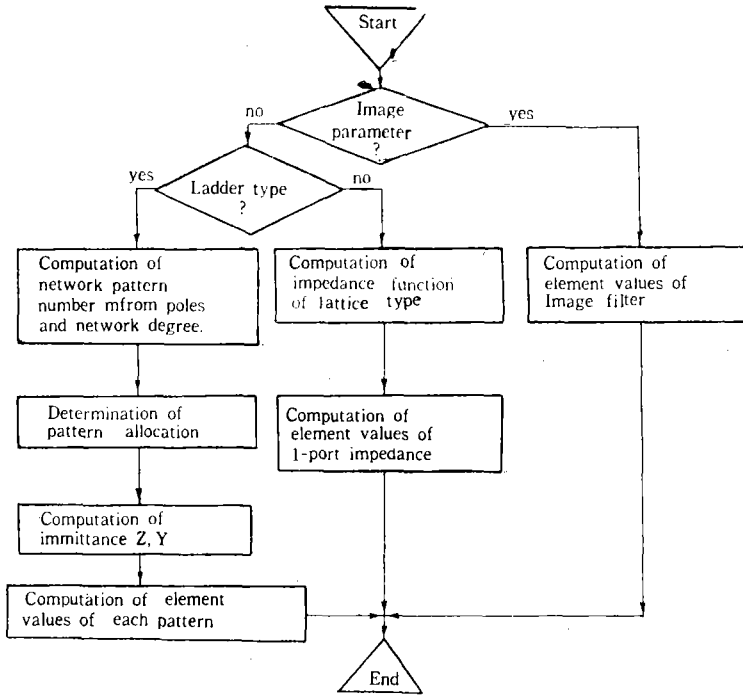


그림 7. 回路網 實現의 Flow Chart

pattern name	1	2	3	4	5	6	7	8
correspond. Pole	$S_{\infty i} = j\omega$	$S_{\infty i} = j\omega$	$S_{\infty i} = 0$	$S_{\infty i} = 0$	$Sh(S_{\infty i} < j\omega)$	$Sh(S_{\infty i} < j\omega)$	$0 < S_{\infty i} < \sigma$	$0 < S_{\infty i} < \sigma$
Network pattern								

표 2 回路網 實現의 形態

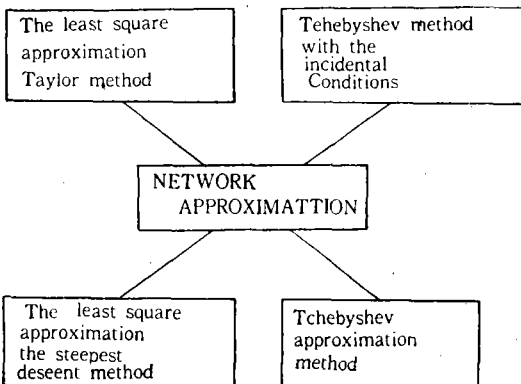


그림 8. 回路網 近似法方式

⑥에서 그 vector의 크기를 결정한다. 滿足할수 있는 結果가 나올때까지 이 過程을 反復하여야 한다.

3.1 parameter의 修正

反復近似過程에서 가장 重要한 것은 設計 parameter의 修正方法인데 本例에서는 最小自乘法과 Tchebyshev 近似法을 썼다.

3.2 最小自乘法에 依한 parameter 修正

最小自乘法의 目的은 自乘誤差의 和가 最小인 때의 Parameter를 求하는데 있으며 다음 的 方程式에서 $Q(w, x)$ 를 最小로 되게 하는 方式이다.

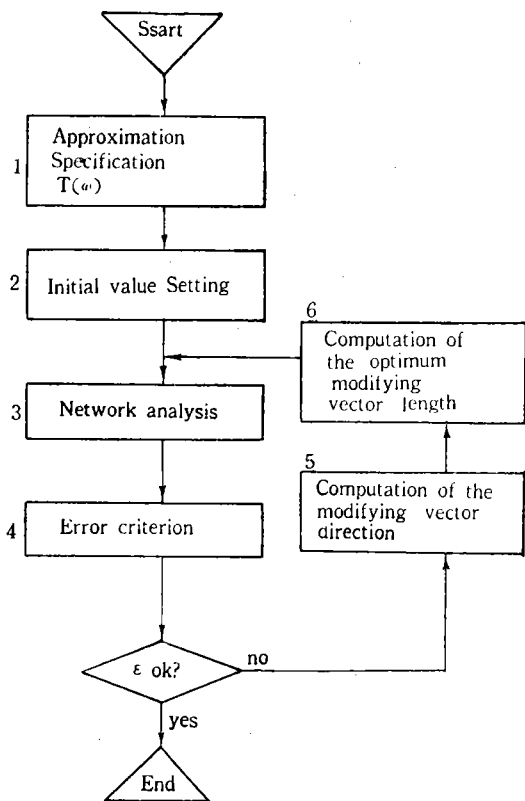


그림 9. 回路網近似法의 Flow Chart

$$Q(w, x) = \sum_{k=1}^N [F(wk) - T(wk)]^2 [W(wk)]^2 \quad (7)$$

3.2.1 Taylor 數列法

이 方法은 $F(w)$ 의 直線性으로 因한 影響을 받음으로 結果가 반드시 正確하다고 할수 없다. 따라서 이 方法을 非直線性과 正確度面에서 改善하고자 極小點 X 에서의 平均自乘誤差를 展開하면

$$Q = Q_0 + \langle g | \Delta X \rangle + \langle \Delta X | G | \Delta X \rangle + D(\Delta X^3) \dots \dots \dots (8)$$

여기서

$$Q = Q(|X\rangle), \quad Q_0 = Q(|X_0\rangle),$$

$$|X\rangle = |X_0\rangle + |\Delta X\rangle,$$

$$\langle g | = \left(\frac{\partial Q_0}{\partial x_1}, \frac{\partial Q_0}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial Q_0}{\partial x_m} \right),$$

$$|X\rangle = (x_1, x_2, \dots, x_m),$$

$$G = [G_{ij}], \quad G_{ij} = \frac{\partial^2 Q_0}{\partial x_i \partial x_j}, \quad G_{ij} = G_{ji}$$

$D(|\Delta X\rangle)$: 高次項

(8) 式에서 點 $|X\rangle$ 를 極小點이라 하고 $|\Delta x\rangle$ 의 3次 以上の 項을 無視하여 $D(|\Delta x\rangle) = 0$ 이 된

다면 點 $|X\rangle$ 에서의 gradient $|g\rangle$ 는 다음 式으로 나타난다.

$$|g\rangle = |a\rangle + G|\Delta X\rangle \dots \dots \dots (a)$$

또한 $|X\rangle$ 를 極小點이라 한다면

$$|g\rangle = 0$$

$$\text{即 } \frac{\partial Q}{\partial x_i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots \dots \dots (10)$$

이 成立하여야 한다. (9)式을 matrix 形態로 表現하면

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial Q}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q}{\partial x_m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_0}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q_0}{\partial x_m} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 Q_0}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 Q_0}{\partial x_1 \partial x_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 Q_0}{\partial x_m \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 Q_0}{\partial x_m^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \vdots \\ \Delta x_m \end{pmatrix} \dots \dots \dots (11)$$

따라서 Q 가 極小로 되게 하는 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_m$ 은 (9)式과 (11)式的 右邊을 零으로 놓음으로서 되는 聯立方程式을 풀면 決定할 수 있다. 그러나 3次 以上の 高次項은 無視하였으므로 近似函數 $F(w)$ 가 2次 以上일때는 이 近似法을 反復하여야 한다. (7)式을 利用한 反復計算의 實際過程은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q_0}{\partial x_i} = 2 \sum_{k=1}^N (F_k - T_k) \frac{\partial F_k}{\partial x_i} \dots \dots \dots (12)$$

$$\frac{\partial^2 Q_0}{\partial x_i \partial x_j} = 2 \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{\partial F_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial F_k}{\partial x_j} + (F_k - T_k) \frac{\partial^2 F_k}{\partial x_i \partial x_j} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

Q_0 가 極小值에 가까우면 (13)式的 右邊 第2項은 無視되어

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x_i \partial x_j} \doteq 2 \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial F_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial F_k}{\partial x_j} \right) \dots \dots \dots (13)'$$

이것을 Aaron의 Taylor 數列法이라 한다.

parameter가 問題될 만큼 非直線性일 경우에는 (13)式을 反復計算함으로써 그 非直線性을 相當히 改善할 수 있다. 이 方法의 解가 반드시 極小值로 되지는 않음으로 이것을 直接利用 한다면 Q 의 값이 振動하는 수가 있다. 따라서 주어진

解는 減小 vector 를 나타내는데 不過함으로 (14)
 式의 α 를 求함으로써 極小點을 찾는 것이 좋다.
 $\varphi = \alpha |\Delta x\rangle \dots\dots\dots(14)$

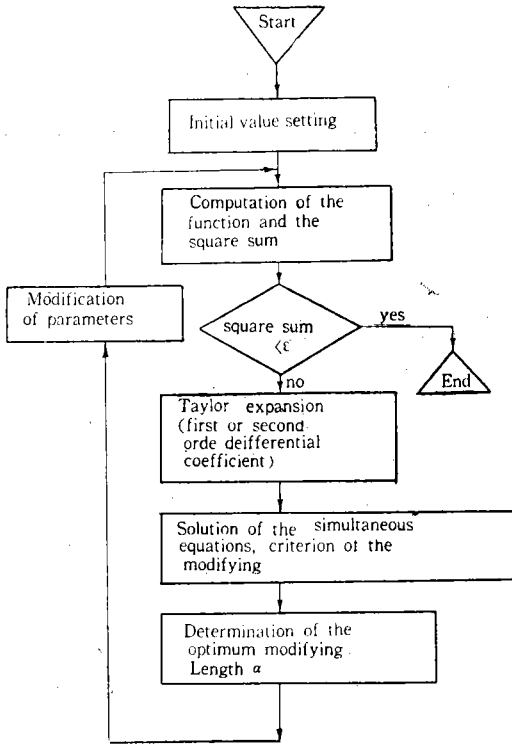


그림 10. Taylor 展開를 利用한 最小自乘 近似法의 Flow Chart

3.3 Tchebyshev 近似法에 依한 parameter 修正

誤差曲線의 Ripple 의 個數에 依해서 最適狀態를 判定하는 parameter 修正法이 있는데 最適狀態에서는 誤差曲線上的의 몇個의 點에서 誤差值가 크기는 같으면서 그 符號가 交番的으로 變化한다는 理論을 土臺로 한것이며 Tchebyshev 의 近似法이다.

3.3.1 線型 Programming 을 適用한 Tchebyshev 近似法

m 個의 parameter $X(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 에 依해서 定해지는 函數 $F(\omega; X)$ 로써 實變數 ω 의 領域 Ω 에서 規定되는 規格函數 $T(\omega)$ 를 近似法으로 求하기 위하여 (16), (17)式의 條件下에 (15)式을 攄다.

minimize $D_M(X)$ or maximize $D_M(X) \dots(15)$
 $D_M(X) - D(\omega_j; x) \geq 0 [j=1, 2, \dots, N] \dots(16)$
 여기서
 $D(\omega; X) = W(\omega) \cdot |F(\omega; X) - T(\omega)|$ 는 誤差
 $D_M = \max D(\omega; X)$ 는 最大誤差
 $W(\omega)$ 는 weighting function
 $G_j(X) \geq 0 [j=1, 2, \dots, N; N+1, \dots, N+l] \dots\dots\dots(17)$

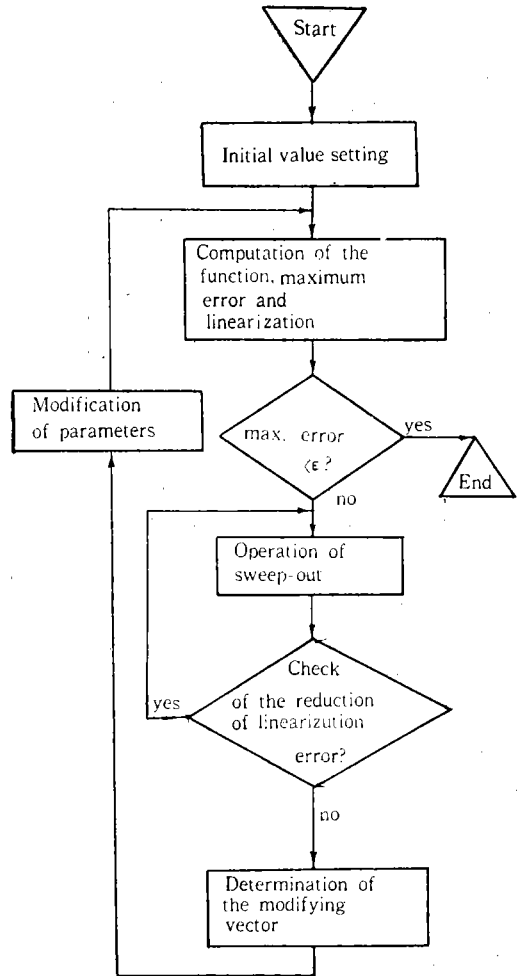


그림 11. 線型 Program 을 利用한 Tchebyshev 近似法의 Flow Chart

(15)~(17)式을 滿足하는 X_k 의 set 를 線形化한다는 것은 곧 $\Delta X = (\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_m)$ 에 關聯된 다음과 같은 線形 programming 問題를 푸는 일이 된다.

$$\text{maximize } \left\{ \sum_{i=1}^m \frac{\partial D_M(\omega_M; X)}{\partial x_i} \right\}_{X=X_k}$$

$$\cdot \Delta x_i + D_M(\omega_M; X_k) \} \dots\dots\dots(18)$$

여기서 ω_M : 最大誤差가 發生하는 sampling point

$$\sum_{i=1}^m \frac{\partial G_j(X)}{\partial x_i} \Big|_{x=x_k} \cdot \Delta x_i + G_j(X_k) \geq 0 \dots\dots(19)$$

[$j=1, 2, \dots, N, N+1, \dots, N+l$]

(18), (19)式의 解를 利用하여 (20)式을 滿足하는 常數 α 를 決定하고 parameter를 修正하면 誤差가 減小로 될수 있고 最大誤差를 最小로 하는 解를 求할수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \max_{\omega \in \Omega} D(\omega; X_k) > \max_{\omega \in \Omega} D(\omega; X_{k+1}) \\ X_{k+1} = X_k + \alpha \Delta X_k [0 \leq \alpha < 1] \end{aligned} \right\} \dots\dots(20)$$

parameter의 非直線性으로 因한 誤差問題는 線形 programming의 過程을 利用해서 解決할수 있다. 一般의으로 이 program의 反復過程에서 sweep-out 되는 實現可能解의 直線性은 反復回數가 增加함에 따라 低下된다. (21)式이 滿足되지 않을 때까지 sweep-out 過程을 繼續하고 ($r+1$) 次의 解를 얻을수 있으려면 ΔX 에 對한 誤差의 連續性으로 因하여 (22)式을 滿足하는 修正値는 $\Delta X^{(r)} \cdot \Delta X_k^{(r+1)}$ 인 vector 上에 存在하여야 한다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{S^{(r)}}{S} < L \\ S^r \geq S^{r-1} [S^0 = D(\omega_M; X_k)] \\ G_j \cdot (X_k + \Delta X^{(r)}) \geq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

여기서

$L > 1$: 直線性을 推定하는 factor

ΔX_k^r : r 次 sweep-out의 解

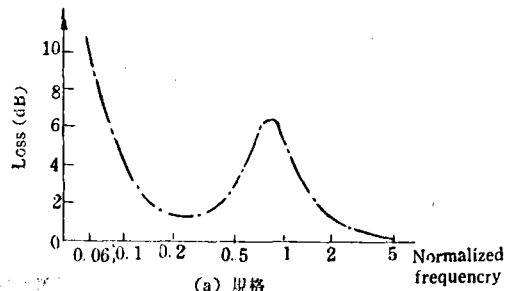
$S^{(r)} = \max_{\omega \in \Omega} D(\omega; X_k + \Delta X_k^{(r)})$: 最大誤差

$S^{(r)}$: 線型 program의 object function

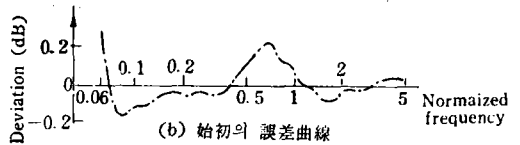
$$\left. \begin{aligned} \max_{\Omega \in \Omega} D(\omega; X_k) > \max_{\omega \in \Omega} D(\omega; X_{k+1}) \\ X_{k+1} = X_k + (1-\alpha)\Delta X^{(r)} + \alpha\Delta X^{r+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots(22) \quad (0 \leq \alpha < 1)$$

3.4 回路例

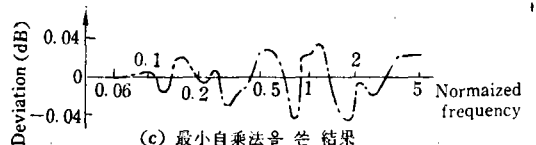
그림 13의 回路를 써서 그림 12(a)의 規格이 實現되도록 하는 問題를 들었다. 誤差曲線 始初의 parameter 值, 最小自乘法을 利用한 結果值, Tchebyshev의 近似法에 依한 結果值가 그림 12(b)~(d)와 표 3에 나타나 있다



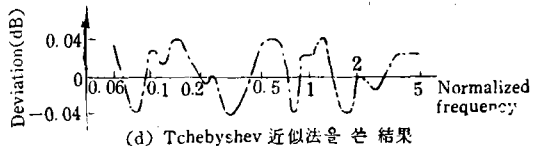
(a) 規格



(b) 始初의 誤差曲線



(c) 最小自乘法을 쓴 結果



(d) Tchebyshev 近似法을 쓴 結果

그림 12. 損失等化器의 近似의 例

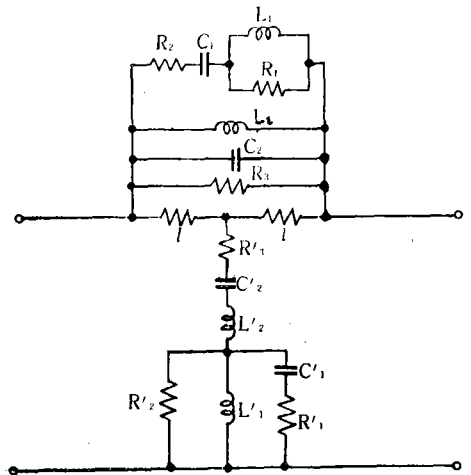


그림 13. 損失等化器 回路

표 3 그림 13의 回路의 paramete

parameter	始 初 值	結 果 值	
		最 小 自 乘 法	Tchebyshev 近 似 法
L_1	1.164	1.144	1.152
L_2	21.10	19.15	20.89
C_1	13.33	13.52	13.08
C_2	1.554	1.554	1.546
R_1	3.630	3.771	3.697
R_2	0.1290	0.1377	0.1364
R_3	2.650	2.414	2.455

参 考 文 献

- 1) W. Bode; "A General Theory of Electric Wave Filters", and "Ideal Wave Filters", BSTJ, Jan., 1935.
- 2) S. Darlington; "Synthesis of Reactance 4-pole which Produce Prescribed Insertion Loss Characteristics", Mathem. Phys., Sept., 1940.
- 3) Aizawa, Kojima and Tanaka; "The Function Computation of Passband Tchebyshev Filter", Symposium on Circuit Theory, IECE, Jan., 1965.
- 4) Kojima and Yanagi; "A Consideration about Loss Compensation and Stability of Channel Filter", 1968. Joint Convention Record, IECE,
- 5) J.G. Linvill; "The Approximation with Rational Functions of Prescribed Magnitude and Characteristics," Proc. IRE, p711-721, June, 1952.
- 6) M.R. Aaron; "The Use of Least Squares in System Design", IRE Trans. p224-231, Dec. 1965.
- 10) Shinozaki; "A Method of Complex Approximation", Symposium on Circuit Theory, IECE, Japan, Sept., 1961.
- 11) C.L. Semmelman; "Experience with a Steepest Descent Computer Program for Designing Delay Networks", IRE Conv. Vol. 2, p206-210, 1962.
- 12) Aizawa, Kojima; "About the Steepest Descent Approximation of Transfer Functions", 1965 Joint Conv. Record, IECE, Japan.
- 13) Aizawa, Kojima; "Some Considerations about Iterative Approximation of Transfer Functions," Symposium on Circuit Theory, IECE, Japan, July, 1965.
- 14) E.L. Stiefel; "Numerical Method of Tchebyshev Approximation" Univ. of Wisconsin Press, 1958.
- 15) Aizawa, Kojima; "An Application of Linear Programming to Nonlinear Function Approximation," 1967 Joint Convention Record, IECE.