論 文

論文 69—11—3—2

Slotted Line의 Signal Flow Graph解析
(Analysis on Signal Flow Graph of slotted Line)

朴 麒 洙*
(Park, Kee Soo)

要 約

Slotted Line을 使用하여 反射係數 또는 定在波比(VSWR)를 測定함에 있어서 일어나는 測定誤差에 對한 考察은 精密測定에 있어서 極히 重要한 要素가 된다. 本論文에서는 上記한 測定誤差를 Signal Flow Graph方法에 依해서 解析하였다.

Abstract

In the precision measurement of the voltage standing wave ratio (VSWR) or reflection coefficient by means of the slotted line technique, one of the important factors is the maximum error due to the discontinuities and multi-reflection in the slotted line. Particularly, this error becomes a critical factor when the VSWR or the reflection coefficient to be measured is very small.

In this paper, the exact expression of this error is obtained by means of the Signal flow graph method.

1. 序 論

Microwave에서의 定在波比 또는 反射係數測定은 Microwave回路, 材料의 性質을 窮明함에 있어서 基本的인 要素가 되기 때문에 定在波比 또는 反射係數의 測定方法에 關해서는 오래전부터 現在에 이르기까지 繼續的인 硏究가 行해지고 있다. 近來 Reflectormeter에 依한 方法 Time Domain技術, Swept-Frequency技術等 이와 關聯한 여러가지 方法들이 開拓되어 왔다. 그러나 最初로 開發된 Slotted Line을 使用하는 方法은 簡便法이라든가 其自體構造가 簡單하고 높은 精密度를 갖고 있기 때문에 아직도 가장 有用한 精密測定方法으로서 適合한 것이다. 따라서 모든 方法의 精密度를 論하는데 있어서 Slotted Line을 使用한 方法에서 일어나는 誤差에 對한 明白한 知識을 要하게 된다. Swept-Frequency 方法의 精密度를 Slotted Line方法에 依한 것과 比較한 한 論文[1]에 提示된 解析結果를 修正하여 여기에 正確한 結果를 提示코저 한다.

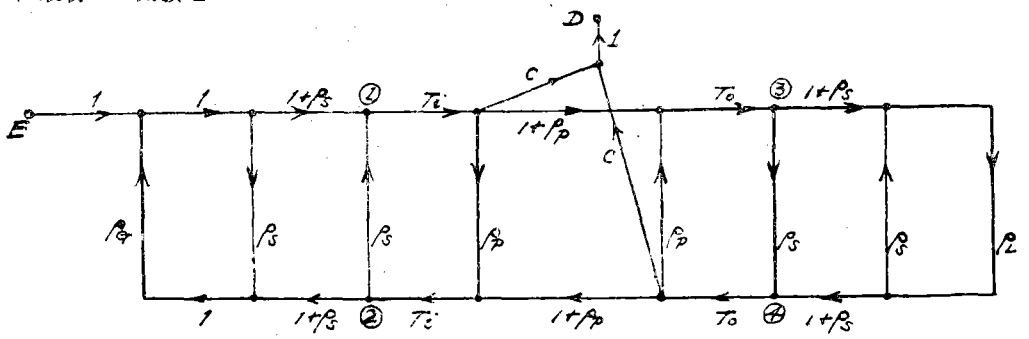


Fig 1. Slotted Line의 Signal Flow Graph

2. 解 析

Slotted line의 Signal Flow Graph는 그림1과 같이 表示된다.

*서울工大電子工學科
Dept. of Electronic Eng, Engineering College, Seoul National University
接受日字 1969年 8月 6日

그림에서

E=電源側의 Slot端에서의 入射電壓波

ρ_G=電源側의 Slot端에서 電源側을 본 反射係數

$\rho_S\rho_P$=Slot 端 및 Probe의 反射係數

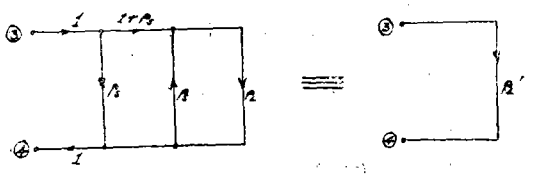
ρ_L=負荷側의 Slot端에서 負荷側을 본 反射係數

C=Probe의 結合係數

T_i, T_o=Probe와 電源사이 및 Probe와 負荷사이의 傳送係數

D=Detector에의 入射電壓波

지금 周知의 Signal Flow Graph에 對한 Mason의 公式을 利用하여 于先 端子 3—4에서 負荷側을 본 部分을 簡易化하면 아래와 같다. 即



$$\rho_L' = T_{34} = \frac{\rho_S(1-\rho_S\rho_L)+(1+\rho_S)^2\rho_L}{1-\rho_S\rho_L} = \frac{\rho_S+\rho_L+2\rho_S\rho_L}{1-\rho_S\rho_L} \quad \cdots\cdots(1)$$

$|\rho_S| \ll 1$이면

$$\rho_S' = \frac{\rho_S+\rho_L}{1-\rho_S\rho_L} \simeq \rho_S+\rho_L+\rho_L^2\rho_S \quad \cdots\cdots(2)$$

같은 方法으로 端子(1)—(2)에서 電源側을 본 部分을 簡易化하여 同價反射係數 ρ_G'를 求하면 아래와 같아진다. 即

$$\rho_G' = T_{21} = \frac{\rho_S(1-\rho_S\rho_G)+(1+\rho_S)^2\rho_G}{1-\rho_S\rho_G} = \frac{\rho_S+\rho_G+2\rho_G\rho_S}{1-\rho_S\rho_G} \quad \cdots\cdots(3)$$

$|\rho_S| \ll 1$이면 $\rho_G' \simeq \rho_S+\rho_G$

이며 一般的으로 $|\rho_S| \ll |\rho_G|$인 故로

$$\rho_G' \simeq \rho_G$$

가 된다. 따라서 一般的으로 成立되는 $|\rho_S| \ll 1$ 및 $|\rho_S| \ll |\rho_G|$인 條件下에서 그림 1의 Signal Flow Graph는 그림 2와 같아진다.

여기서 Mason의 公式에 依해서 電源으로부터

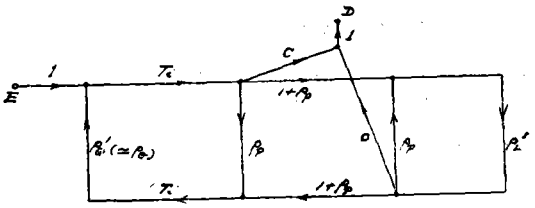


그림 2 Slotted Line의 Signal Flow Graph

Detector에 이르는 傳送係數 T_{ED}를 求하면

$$T_{ED} = \frac{CT_i(1-\rho_P\rho_L'T_o^2)+T_i(1+\rho_P)T_o^2\rho_L'C}{1-\{T_i^2\rho_G\rho_P+T_i^2T_o^2(1+\rho_P)^2\rho_G\rho_L'T_o^2\}+(\rho_GT_i^2\rho_P)(\rho_P\rho_L'T_o^2)}$$

$$= \frac{CT_i(1+T_o^2\rho_L')}{1-T_i^2T_o^2\rho_L'\rho_G(1+2\rho_P)-T_i^2\rho_P\rho_G-T_o^2\rho_L'\rho_P}$$

$$= \frac{CT_iK(1+T_o^2\rho_L')}{1-(T_i^2K\rho_P\rho_G+T_o^2K\rho_P\rho_L')} \quad \cdots\cdots(4)$$

여기서 $\rho_L' = \rho_S+\rho_L+\rho_S\rho_L^2$ ……(5)

$$K = \frac{1}{1+T_i^2T_o^2\rho_L'\rho_G(1+2\rho_P)} \quad \cdots\cdots(6)$$

$|K\rho_P| \ll 1$인 故로

$$T_{ED} \simeq CT_iK(1+T_o^2\rho_L')(1+T_i^2K\rho_P\rho_G+T_o^2\rho_P\rho_L') \cdots(7)$$

(1)式의 ρ_L'를 代入하여 二次無限少項을 無視하면

$$T_{ED} \simeq CT_iK[1+T_i^2K\rho_P\rho_G+T_o^2\rho_S+T_o^2\rho_L\{1+K\rho_P(1+T_i^2\rho_G)\}+\rho_L^2T_o^2(\rho_S+K\rho_PT_o^2)] \quad \cdots\cdots(8)$$

지금 定在波가 最大 및 最少가 되는 Probe의 位置에 對한 傳送係數를 各各 T_{ED_1} 및 T_{ED_2}라고 하면

$$T_{ED_1} \simeq C_1T_{i_1}K_1[1+T_{i_1}^2K_1\rho_P\rho_G+T_{o_1}^2\rho_S+\rho_LT_{o_1}^2\{1+K_1\rho_P(1+T_{i_1}^2\rho_G)\}+\rho_L^2T_{o_1}^2(\rho_S+K_1\rho_PT_{o_1}^2)] \quad \cdots\cdots(9)$$

$$T_{ED_2} \simeq C_2T_{i_2}K_2[1+T_{i_2}^2K_2\rho_P\rho_G+T_{o_2}^2\rho_S+\rho_LT_{o_2}^2\{1+K_2\rho_P(1+T_{i_2}^2\rho_G)\}+\rho_L^2T_{o_2}^2(\rho_S+K_2\rho_PT_{o_2})] \quad \cdots\cdots(10)$$

여기서 T_i와 T_o사이에는 아래와 같은 關係를 갖는다. 即

$$T_{i_2} \simeq -jT_{i_1}(1+\triangle T)$$

$$T_{o_2} = -jT_{o_1}(1-\triangle T) \quad \cdots\cdots(11)$$

여기서 $\triangle T$는 Slotted Line의 損失에 依한 要素

이다. Probe의 結合係數는 Probe의 位置에 따라서 變化하기 때문에 結合係數 C는

$$C=C_1(1+\triangle c) \quad \cdots\cdots(12)$$

로 表示할 수 있다.

Slotted Line이 無損失 無放射인 理想的인 경우에는

$$\triangle T=\triangle c=\rho_p=\rho_s=0$$

이 되고 $K_1=K_2=K_0$가 된다. 이 때 (6), (9), (10)式에서

$$K_0=\frac{1}{1-T_i^2T_0^2\rho_L\rho_G}$$

$$T_{ED_1}=C_1T_{i_1}K_0(1+\rho_LT_{o_1}^2)$$

$$T_{ED_2}=-jC_1T_{i_1}K_0(1-\rho_LT_{o_1}^2)$$

가 된다. 여기서

$$\rho_L=\frac{T_{ED_1}-jT_{ED_2}}{2C_1T_{i_1}T_{o_1}^2K_0} \quad \cdots\cdots(13)$$

인 結果를 얻는다.

만일 Slotted Line이 理想的이 아닌 경우에는 (9), (10), (11)式에서

$$\begin{aligned}T_{ED_1}=&C_1T_{i_1}K_1\{1+T_{i_1}^2K_1\rho_p\rho_G+T_{o_1}^2\rho_s\\&+\rho_LT_{o_1}^2\{1+K_1\rho_p(1+T_{i_1}^2\rho_G)\}\\&+\rho_L^2T_{o_1}^2(\rho_s+K_1\rho_pT_{o_1}^2)\}\\T_{ED_2}=&-jC_1T_{i_1}K_2(1+\triangle c)(1+\triangle T)\\&\{1-T_{i_1}^2(1+2\triangle T)K_2\rho_p\rho_G-T_{o_1}^2\\&(1-2\triangle c)\rho_s-\rho_LT_{o_1}^2(1-2\triangle T)\\&\{1+K_2\rho_p\{1-T_{i_1}^2(1+2\triangle T)\rho_G\}\}\\&-\rho_L^2T_{o_1}^2(1-2\triangle T)\{\rho_s-K_2\rho_p\cdot T_{o_1}^2\\&(1-2\triangle T)\}\} \quad \cdots\cdots(14)\end{aligned}$$

가 되며 (6)式에서

$$K=K_1=K_2=\frac{1}{1-T_{i_1}^2T_{o_1}^2\rho_G\rho_L'(1+2\rho_p)} \quad (15)$$

가 된다. 왜냐하면

$$T_{i_2}^2T_{o_2}^2=T_{i_1}^2T_{o_1}^2(1-\triangle T^2)^2\fallingdotseq T_{i_1}^2T_{o_1}^2$$

인 關係가 (11)式에 依해서 成立되기 때문이다.

따라서 高次項을 無視하면

$$\begin{aligned}T_{ED_1}-jT_{ED_2}=&C_1T_{i_1}K\{-(\triangle c+\triangle T)\\&+2T_{i_1}^2K\rho_p\rho_G+2T_{o_1}^2\rho_s+\rho_LT_{o_1}^2\\&\{(2+\triangle c-\triangle T)+2K\rho_p\}+2\rho_L^2\rho_sT_{o_1}^2\}\end{aligned}$$

가되고

$$\begin{aligned}\frac{T_{ED_1}-jT_{ED_2}}{2C_1T_{i_1}KT_{o_1}^2}\approx\rho_L+&\left\{-\frac{(\triangle c+\triangle T)}{2T_{o_1}^2}\right.\\&\left.+\frac{T_{i_1}^2}{T_{o_1}^2}K\rho_p\rho_G+\rho_s\right\}\\&+\rho_L\left\{\frac{\triangle c-\triangle T}{2}+K\rho_p\right\}+\rho_L^2\rho_s \quad \cdots(16)\end{aligned}$$

인 關係를 얻는다. (13)式과 (16)式은 比較해보면 (16)式은 理想的이 아닌 Slotted Line을 使用했을 때 測定値로서 얻는 反射係數의 式이 된다.

따라서 測定値의 誤差를 $\delta\rho_L$라고 하면

$$\begin{aligned}\delta\rho_L=&\left\{-\frac{(\triangle c+\triangle T)}{2T_{o_1}^2}+\frac{T_{i_1}^2}{T_{o_1}^2}K\rho_p\rho_G+\rho_s\right\}\\&+\rho_L\left\{\frac{\triangle c-\triangle T}{2}+K\rho_p\right\}+\rho_L^2\rho_s \quad \cdots\cdots(17)\end{aligned}$$

가 된다. 여기서 實際問題에 있어서 精密測定에서는 $|T_{i_1}|^2=|T_{o_1}|^2=1$라고 生覺할 수가 있다. 이 때 Probe의 最大 및 最少定在波位置는 1/4 波長 떨어져 있기 때문에 $\triangle c$및 $\triangle T$는 各各 1/4 波長길이 간격사이에서의 Probe의 結合係數 및 傳係送數의 變化率을 表示한다.

3. 數 値 例

(A) $|\rho_L|\ll 1$인 경우

이 때 (17)式에서 第 2 및 第 3項은 無視할수가 있으며 또한 K≃1이므로

$$\delta\rho_L\simeq-\frac{\triangle c+\triangle T}{2T_{o_1}^2}+\frac{T_{i_1}^2}{T_{o_1}^2}\rho_p\rho_G+\rho_s \quad \cdots\cdots(18)$$

實用되어 있는 定在波測定器를 例를 들어보면

(1) SWM 16/2(grad Ⅱ)(Sander Co)

製造者의 데이터에 의하여

$|\triangle T|=0.0005$ $|\triangle c|=0.0002$

$|\rho_p|=0.01$ $|\rho_s|0.002$

지금 $|\rho_G|\simeq 0.05$(S=1.105)의 경우를 취하여 (18)式에 의해서 計算하면 最大誤差値는

$|\delta\rho_L|max\simeq 0.0028$(即 S=1,006)

여기서 指摘할것은 (18)式에서 ρ_G를 包含하고 있는 項이 갖는 値는 他項에 比해서 極히 작으므로 電源側의 整合은 그렇게 重要하지는 않다.

(2) SWM16/1(grad Ⅰ)(Sander Co)

製造者의 데이터에 의하여

$|\triangle T|\simeq 0.00035$ $|\triangle c|<0.0001$

$|\rho_p|<0.01$ $|\rho_s|<0.001$

이 때 誤差의 最大値는

$$|\delta\rho_L|max\simeq(0.00017+0.00005+0.001+0.01|\rho_G|)$$

$|\rho_G|=0.05$ 때 $|\delta\rho_L|max\simeq0.00172$

$|\rho_G\rho_P|\simeq0.0005$

$|\rho_G|\simeq0.02$ 때 $|\delta\rho_L|max\simeq0.00142$

$|\rho_G\rho_P|\simeq0.0002$

가 되어 이때 ρ_G의 影響이 커지므로 精密測定을 爲해서는 電源側이 잘 整合되어야 한다. 以上例에서 後者의 경우 $|\rho_L|\simeq0.007$(S=1,014)의 測定은 約 20%의 最大誤差를 갖게 됨을 알 수 있다.

(B) $|\rho_L|\simeq1$인 경우

이 때

$$\delta\rho_L\simeq\left[-\frac{\triangle_c+\triangle_T}{2T_{o_1}^2}+\frac{T_{i_1}^2}{T_{o_1}^2}K\rho_p\rho_G+\rho_s\right]-\left(\frac{\triangle_c-\triangle_T}{2}+K\rho_p\right)+\rho_s$$

인 關係를 얻는다. 萬一 ρ_G가 적고 $K\simeq1$이면

$$\delta\rho_L\simeq\left[-\frac{\triangle_c+\triangle_T}{2T_{o_1}^2}+\frac{T_{i_1}^2}{T_{o_1}^2}\rho_p\rho_G+\rho_s\right]-\left(\frac{\triangle_c-\triangle_T}{2}+\rho_p\right)+\rho_s$$

$$=2\rho_s-\rho_p-\frac{\triangle_c}{2}\left(\frac{1}{T_{o_1}^2}+1\right)-\frac{\triangle_T}{2}\left(\frac{1}{T_{o_1}^2}-1\right)$$

지금 位相關係를 考慮하면 最大可能誤差는

$|\delta\rho_L|max\simeq2|\rho_s|+|\rho_p|+|\triangle_c|$

$|\triangle_c|>|\triangle_T|$인 경우

$|\delta\rho_L|max\simeq2|\rho_s|+|\rho_p|+|\triangle_T|$

$|\triangle_c|<|\triangle_T|$인 경우

前記 例로 들은 定在波器測定器의 데이터를 使用하면

SWM 16/2 때 $|\delta\rho_L|max\simeq0.0145$

SWM 16/1 때 $|\delta\rho_L|max\simeq0.0123$

이 된다. 이 數値例에서 이 경우 Probe의 結合係數가 誤差의 主要要素가 됨을 알 수 있다.

4. 結 言

本論에서 誘導한 結果式 (16)式은 Slotted Line을 使用하여 反射係數를 測定할때 일어날 수 있는 最大誤差를 表示하는 式이다. 이 式은 反射係數 또는 定在波比를 Slotted Line을 使用하여 測定하는 精密測定이나 다른 可能한 方法의 正確度를 比較檢討하는데 基本이 될것으로 生覺된다. 이 最大誤差를 求하는 式은 P.C.Ely에 依해서 發表된바 있으나 結果式이 不正確하였으므로 本論에서 修正된 結果를 誘導하고 아울러 數値例를 들어 解析結果를 檢討하였다.

參 考 文 獻

(1) P.C Ely "Swept Frequency Technique" Proc. I.E.E.E Vol 55 PP 991—1002, June 1967.