技 術 解 說
18—6—1

씨 스 템 의 식 별 방 식

Methods of System Identification

姜 麟 求*
(In Ku Kang)

Ⅰ. 서 론

적응성 혹은 비선형 계통의 제어가 발달됨에 따라 평상시 작동상태에서 그 계통의 특성을 아는 것이 중요시 된다. 이 특성은 계통의 입력과 출력에서 얻게 되는데 이런 과정을 식별(Identification)이라고 하며 이 중 특히 이미 그 계통의 "토포로지"는 알려지고 파라미터(特性定數)만을 구하는 문제에 대해서 사용코저 제시된 여러가지 방식을 종합하고 검토해보았다. 방식의 구분은 다소 임의적이나 便宜上 使用키로 한다.

Ⅱ. 본 론

(1) 수학적 관계의 이용

고전적수학에 근거한 방법인데 계통의 출력은 잡음에 의해서 오염안되었다고 가정한다.

가. 주파수 응답 [7, 12, 13, 34, 49]

작동신호보다 훨씬 주파수가 높은 작은 시험신호를 겹들여 계통을 통과시킨후 그 출력과 시험신호를 그림 1과 같이 서로곱하면 시험주파수에 있어서의 變換函數에 대한 정보를 얻게 된다. 즉 주어진 신호 $i_p=k\sin\eta t$에 대해서 출력은 $m(t)=m_1(t)+jm_2(t)=kH(j\eta)$

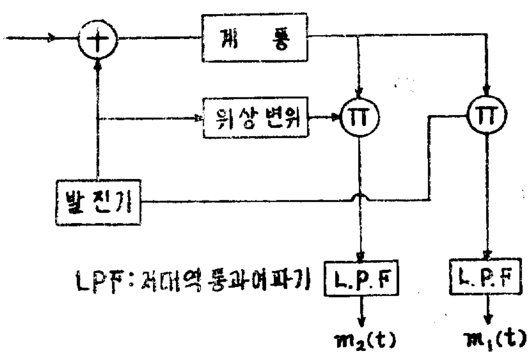

그림 1. 주파수 응답

* 正會員：海軍士官學校 副教授

推定하려는 패러미터가 하나이상이면 그림 1의 회로를 그數만큼 쓰되 서로 相關안하는 주파수를 선택해야 할 것이다. 이 방법은 時變하는 계통에서도 쓰인다[34].

나. 回旋積分의 反轉

한 계통의 출력은

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(t)h(t-\tau)d\tau$$

그래서 임펄스 응답인 $h(t)$는 적어도 이론적으로는 $y(t)$와 $x(t)$에서 얻을 수 있다. 한 방법은 [12] 그림 2에서와 같이 相關여파기를 사용하면 되는데 결정론적이어야 하는 입력 $x(t)$를 잘 선택하면 쉽게 $h(t)$를 구할 수 있다. 그림에서 ϕ_{xx}는 $x(t)$의 自己相關이다.

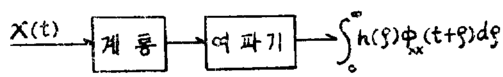

그림 2. 상관여파기 이용

標本 자료를 이용하는 법도 있는데 [23] 즉

$$y(\Delta k)=\sum_{n=1}^{k}x(\Delta n)h(\Delta k-\Delta n)$$

따라서 $y(\Delta k)$와 $x(\Delta n)$에 대한 충분한 자료만 있으면 $h(\Delta k)$를 구할 수 있다.

다. 微分方程式, 差分方程式

출력과 입력간의 관계를 나타내는 미분 또는 차분 방정식이 그 계통의 특성을 표시하며 그 방정식의 係數중 모르는 것을 推定함에 있어 예를 들어

$$y+a\ddot{y}+c\dot{y}-dy=\alpha\dot{x}+\beta x$$

라면, $\ddot{y}, \dot{y}, y, \dot{x}$ 및 x를 여러번 측정해서 모르는 계수를 구할 수 있을 것 같으나 오차가 심하며 양측을 적분하면 약간 감소시킬 수 있지만 역시 만족스럽지 못하다 [12, 13], 差分方程式에서도 같은 문제가 있다[29]. 이런 결점을 피하는 한가지 방법은 변조함수법[33]인데

$$\frac{d\phi_m}{dt}(0)=\phi_m(T)=\phi_m(0)=\phi_m(T)=0$$

가 되는 변조함수 ϕ_m의 셋트를 적절히 선택해서 이것을 양측에 곱한후 0에 T까지 적분함으로서 모르는 係數를 구할 수 있다.

(2) 統計學的 方法

항용 잡음이 출력에는 介在하므로 統計學的 方法이 많이 力說되고 있다.

가. 相關技法[1, 4, 12, 13, 28, 32, 41, 50]

입력에 백색잡음을 겹치고 그 출력과 백색잡음과의 相互相關시키면 계통의 임펄스 應答函數를얻는다[28] 즉

$$\phi_{ny}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}n(t)y(t-\tau)dt=N^2h(-\tau)$$

여기서 $\phi_{ny}(\tau)=N^2\delta(\tau)$ 즉 백색잡음이다. 실제회로는 [41]에 소개된 바있으며 시간간격은 균일한 것보다 指數的인 것이 좋다[1]. 실제로 無限大의 時間(T)에 걸친 積分은 곤란한데 有限으로 하면 誤差가 생긴다. 이런 誤差를 피하는 재미 있는 방법은 周期性2進 雜音을 쓰는 것이다. 즉 周期性 때문에 相互相關은

$$\phi_{ny}(\tau)=\frac{1}{T}\int_0^T n(t-\tau)y(t)dt$$

실제회로는 [1]에 설명되어 있고 1차 계통에의 응용은 [50]에서 볼 수 있다. 전력스펙트럼을 이용해서 입력 출력 및 전달함수의 모멘트간의 代數的 關係에서 전달함수를 구하는 방법이 있으며 [12, 13, 41] 정확도와 시간 사이의 관계도 토론된 바 있다[32]. 즉

$$\phi_{xy}(\omega)=H(\omega)\phi_{xx}(\omega)$$

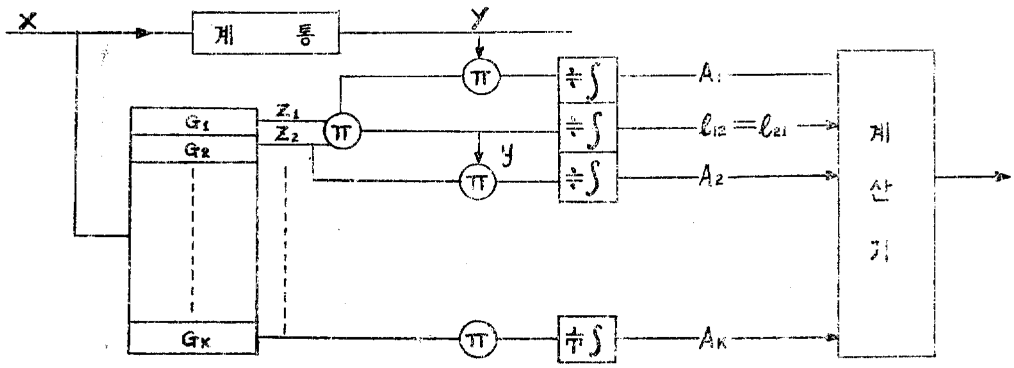

그림 3. 다중 회기 회로

나. 多重回歸[11, 12, 13, 20, 31, 43, 45]

특성이 $G_i(s)$인 一連의 여파기를 통과한 출력 $Z_i(t)$의 합과 계통출력$y(t)$간의 誤差를 係數 b_i의 선택으로 極化하는 방법인데 즉 오차는

$$\bar{e}^2(T)=\frac{1}{T}\int_0^T[y(t)-\sum_{j=1}^{k}b_jz_j]dt$$

이며 원하는 $\{b_j\}$는 다음 행렬방정식으로 구한다.

$$b=L^{-1}A$$

여기서 $L=\{l_{ij}=\frac{1}{T}\int_0^T z_iz_jdt\}$

$$b=\{b_1,\cdots\cdots b_k\}^T$$

$$A=\overline{z_1y},\ \overline{z_2y},\cdots\cdots\overline{z_ky}\}^T$$

$\overline{z_jy}=\frac{1}{T}\int_0^T z_j(t)y(t)dt$이고 $z_i(s)=G_i(s)X(s)$

입력의 전력스펙트럼 $\Phi_{XX}(\omega)$를 아는 경우에는

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{G_n(\omega)}G_m(\omega)\Phi_{XX}(\omega)d\omega=\delta_{nm}$$

되도록 $\{G_i\}$를 선택하면 L는 미리 정해지고 對角行列이 되므로 간단해진다. 이와 비슷한 수법이 Z-변환 전달함수$H(z)$를 구하는 데 쓰인다[20, 31, 45]. [44]에서는 이 방법을 시험으로 비교했다.

다. 통계적 결심론의 응용[36, 51]

계통의 패러미터중 몇개가 未知인 경우 이 값의 推定이 주어진 위험함수를 최소로 하도록 하는 통계적 결심론을 이용한 방법이 있으며[36] 이것을 量子化해서 未知패러미터의 셋트에 대한 後驗확율을 구하도록 本著者가 改善 發表한 바 있다[51].

(3) 模型의 利用[2, 10, 12, 13, 16, 44]

적응성 계통에서 쓰이는 模型은 두가지가 있는데 하나는 模型을 設定하고 工程이 이에 맞도록 강요하는 방법[10]에 쓰이고 또 하나는 模型이 工程을 가능한 한 그대로 본따도록 模型의 패러미터를 변경하는 것이다. 模型은 보통 1차 전달함수의 복록을 병렬 또는 직렬로 연결한 것이고 흔히 直交性인 것을 선택한다[12, 13, 44]. 전달함수의 極點만 모르는 경우에는 출력과 입력을 똑같은 두개의 여파기를 통과시켜 이 두 여파기의 출력에서 極點을 구할 수도 있다[2].

대부분의 계통은 誤差自乘기준을 쓰는데 오차의 종류에 따라 구조가 다르다. 어떤 것은 未知의 패러미터$b(t)$와 모델의 패러미터$\beta(t)$와의 오차를 써서

$$E=e^2(T)=\int_t^{t+T}[b(t)-\beta(t)]^2dt$$

이런 경우 β의 변화율은

$$\frac{d\beta}{dt}=-A\frac{\partial E}{\partial \beta}$$

또는 계통 출력과 模型 출력간의 誤差를 쓰는데 이때는 그 오차를

$$e(t)=y-z, \quad E=\int_t^{t+T} e^2(t)dt$$

라면 $\frac{\partial e}{\partial \beta}=-\frac{\partial z}{\partial \beta}$

따라서 $\frac{\partial E}{\partial \beta}=2\int_t^{t+T} e(t)\frac{\partial e}{\partial \beta}dt$

이 값에 따라 β를 변경시켜 그 값이 영이 되도록 한다.

오차의 기준대신에 β의 조정으로 통계적 위험함수를 極小化하는 방법도 있다[37, 38].

模型의 利用은 비선형 系統에서도 적합하다.

4. 狀態變數 方式

여기서는 상태 변환 행렬을 식별하는 문제를 설명하겠는데 어느 계통이나 다음과 같은 백터 미분 방정식으로 설명할 수 있다.

$$\overset{\circ}{\vec{y}}=g(\vec{y}, \vec{\alpha}, t)$$

여기서 $\vec{\alpha}$는 未知 패러미터의 백터이고 $g(\vec{y}, \vec{\alpha}, t)$는 $\vec{\alpha}$만 제외하고는 이미 아는 함수이다. 이제

$$\overset{\circ}{\vec{\alpha}}=\begin{cases}0 & \text{定置(Stationary)}\\ g_1(y, \alpha, t) & \text{非定置}\end{cases}$$

라 하면 다음과 같은 새로운 미분 방정식을 정의할 수 있다. 즉

$$\overset{\circ}{\vec{x}}=f(\vec{x}, t)$$

이고 $\vec{x}=\begin{bmatrix} y \\ \alpha \end{bmatrix}$

그리고 계통에 대한 측정은

$$\vec{Z}(t)=h(\vec{x}, t)$$

가. 逐次 線型 필터링[14, 15, 17, 18, 19, 25, 7]

계통이 잡음에 의해서 汚染된 경우 계통방정식과 측정백터는 아래와 같다.

$$X(t+1)=\Phi\times(t)+dw_1(t)$$

$$Z_1(t)=h^T\times(t)+V_1(t)$$

여기서 Φ, d, h는 상수이나 未知의 행렬이며, w_1과 V_1 백터는 독립된 백색 잡음이다.

단일 계통이 관측가능하다면 즉

$$\mathrm{Det}[h, \Phi^T h, \cdots\cdots \Phi^{n-1T}h]\neq 0$$

이면 위의 방정식은 다음과 같이 다시 쓴다.

$$S(t+1)=\Phi^* S(t)+d^* w_1(t)$$

$$Z_1(t)=h^{*T}S(t)+V_1(t)$$

여기서

$$\Phi^*=\begin{pmatrix} & 1 & & \\ 0 & 1 & 0 & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \\ & & & \quad 1 \\ \phi_1 & \cdots\cdots & & \phi_n \end{pmatrix}, \quad h^*=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d^*=\begin{pmatrix} d_1^* \\ \vdots \\ d_n^* \end{pmatrix}$$

그러면 $\vec{\phi}$는 다음 계산법으로 추정할 수 있다.

$$\vec{\phi}(t+1)=\vec{\phi}(t)+\frac{1}{t}Z(t)\Big[Z_1(t+1)-\vec{\phi}(t)^T Z(\vec{t})\Big]$$

여기서

$$Z(t)=\begin{pmatrix} Z_1(t-n+1) \\ \vdots \\ Z_1(t) \end{pmatrix}$$

이 방법의 수렴도 증명된 바있다[19].

나. 類似線型化[5, 26]

아래와 같은 한계조건이 주어졌다고 하자. 즉

$$<C(ti), X(ti)>=b_i \qquad i=1, 2\cdots\cdots n$$

여기서 C와 X는 n—벡터이고 C는 측정치이다.

$[t_0 t_T]$ 사이의 $\vec{x}$의 최초 추정치를 $[\vec{x_0}(t)]$라고 하면 $(k+1)$번째 近似値는 k번째에서 아래식의 反復解로 얻게 된다.

$$\overset{\circ}{\vec{x}}_{k+1}=f(\vec{x}, t)+J(f(\vec{x}_k, t)(\vec{x}_{k+1}-\vec{x}_k)$$

과 $\vec{x}_{k+1}$가 한계조건을 만족하도록 한다. 여기서 J는 "자코비안" 행렬이다.

$\Phi_k(t)$를 아래식의 기본解행렬이라 하고

$$\dot{\Phi}_{k+1}=J(f(\vec{x}_{k,t})\Phi_{k+1}, \quad \Phi_{k+1}(0)=I$$

$P_{k+1}(t)$를 아래식의 특수 解백터라면

$$\overset{\circ}{\vec{P}}_{k+1}=J(f(\vec{x}_{k,t}))P_{k+1}+f(x_{k,t})-J(f(r_{k,t})x_k$$

$$P_{k+1}(0)=0$$

完全解는 아래와 같은 형식이다.

$$\vec{X}_{k+1}=\Phi_{k+1}\vec{P}_{k+1}+\vec{P}_{k+1}$$

여기서 k_{k+1}은

$$<C(t_i), (\Phi_{k+1}k_{k+1}+P_{k+1}(t_i)>=b_i$$

에서 결정된 상수백터이다.

이 방법으로 未知의 패러미터를 얻게 되는데 이 경우에는 선형뿐 아니라 非선형의 식별도 가능하나 상당한 계산시간이 걸리는 것이 흠이다.

(5) 數値的反轉[3, 6, 24]

이 방법은 "라프라스"變換에 근거를 둔것으로 선형계통에만 적용된다.

계통의 출력 $X(t)$의 라프라스 變換은

$$X(s)=\int_0^\infty e^{-st}X(t)dt$$

그런데 $e^{-t}=r$로 놓으면

$$X(s)=\int_0^1 r^{s-1}X(-\log r)dr$$

이다. 그리고 이것을 近似的으로

$$X(s)\cong\sum_{i=1}^N w_i x(t_i)r_i^{s-1}$$

여기서 $\{r_i\}$는 轉位한 "레젠드리"多項式의 根이고 $\{w_i\}$는 상응하는 "크리스토폴" 荷重函數이고 $t_i=-\log r_i$이다.

한편 입력$f(t)$에 의한 계통의 출력 $x(t)$의 라프라스 變換은

$$X(s)=W(s)F(s)$$

따라서 變換된 전달함수 $W(s)$는 $X(t)$와 $f(t)$를 측정한 후에 그 라프라스變換 近似式을 求한 다음 $W(s)$의 未知패러미터는 誤差自乘의 極小化하는 방식으로 계산하면 된다.

Ⅲ. 결 론

구할 수 있는 가능한 자료를 망라해서 "시스템"의 식별 특히 패러미터 추정에 대한 여러가지 방식을 종합하여 소개했다. 본 저자가 알지못하는 문헌도 있으리라 믿어 다른 同學의 助言을 甘受하겠다. 末尾의 보충참고문헌은 아직 보지는 못했으나 문헌의 소재만 발견한 것을 수록하였다. 後學의 도움이 되면 다행이라 생각한다.

참 고 문 헌

1. Anderson, G.W. et al "Use of Crosscorrelation in an Adaptive Control Systems" Proc. Nat. Elec. Conf. Rec Vol. 15 p.34, 1959
2. Aronson, E.A., "A Method of Process Identification of Certain Linear Control Systems" SCR-742, Sandia Co. Albug. N. Mex USA Dec. 1963
3. Bellman, R. et al "Identification of Linear Systems via Numerical Inversion of Laplace Transform." IEEE AC-10 p.111--112, Jan 1965
4. Bellman, R et al "Invariant Imbedding and Time-Dependent Transport Processes," American Elsevior N.Y., 1964
5. ______ "Quasilinearization, System Identification and Prediction" Report RM-382-PR, Rand Corp., Calif, May 1963
6. Bhattacharya, B.P. "An Approach to Identification of Piece wise Linear Control Systems" IEEE AC-11 p.131--132, Jan 1966
7. Chang, S.S.L., "Synthesis of Optimum Control Systems" McGraw-Hill, N.Y., 1961
8. Chen, C.F. et al "Accurate Determination of Complex Root Transfer Functions From Frequency Response Data" IEEE AC-10, p.356—358, July 1965
9. Cox, H., "On the Estimation of State Variable and Parameters for Noisy Dynamic Systems" IEEE AC-9 p.5—12, Jan 1964
10. Donalson, DD, Leondes, C.T. "A Model Referenced Parameter Tracking Technique for Adaptive Control Systems" IEEE Trans Appl & Ind. No. 68 p. 241—261, Sep 1963
11. Elkind, J.e., etal "Application of Multiple Regressiony-Analysis to Identification of Time Varing Linear Dynamic Systems" IRE AC-8 p.163—166, April 1963
12. Eykboff, p., "Process Parameter Identification" Progress in Control Engineering vol. 2, Academic Press N.Y., 1964

*1962년 이전의 참고문헌 목록이 상당이 많이 수록되어 있다.

13. ______ "Some Fundamental Aspects of Process Parameter Estimation" IEEE AC-8 p.347 —357, Oct 1963
14. Farison, J.B., "Parameter Identification for a Class of Linear Discrete Systems" IEEE AC-12 p. 109, Feb 1967
15. ______ "Identification and Control of Linear Discrete Systems" IEEE AC-12, p.438—441 Aug 1967
16. Groupe, D & Cassir, G.R., "Adaptive Control by Predictive Identification and Optimization" IEEE AC-12 p.191—194, April 1967
17. Ho, Y.C., et al "An Approach to the Identification and Control of Linear Dynamic Systems with Unknown Parameters" IEEE AC-8, p. 255—256, July 1963
18. ______& Lee, R.C.K., "A Baysian Approach to Problems in Stochastic Estimation and Control" IEEE AC-9, p.333--338, Oct 1964
19. ______&______"Identification of Linear Dynamic Systems" IEEE 3rd Symp on Adaptive Processes, Sept 1964
20. Hoppe, S.G., "A Least Squares Technique for the Identification of a Linear Time Variant Plant in a Sampled Data System" IEEE AC-10, p.490—91 Oct 1965
21. Hsia, T.C., "On an Identification Method for Linear Discrete Systems" Proc IEEE vol. 57, p. 229—230, Feb 1969
22. Joseph, p., et al "Plant Identification in the Presence of Disturbances and Application to Digital Adaptive Systems" AIEE Appl & Ind vol. 80, p. 18—24 March 1961
23. Kerr, R.B. et al "Prediction of Impulse Identification Based On Short Normal Operating Records"

IRE AC-6 p.173—182, May 1961

24. Klinger, A, "Identification from Aperiodic Discrete Time Data and Estimation of Exponential Parameters" IEEE AC-11, p.763, Oct 1966

25. Kopp, R & Oxford, R "Linear Regression Applied to System Identification for Adaptive Control Systems" AIAA J vol. I p.2300—2306, Oct 1963

26. Kumar, K.S.P. et al "On the Identification of Control Systems by the Quasi-Linearization Method." IEEE AC-9 p. 151—153, Apr. 1964

27. "System Identification via Discrete Differential Approximation" Proc IEEE vol. 54 p. 64—65 Jan, 1966

28. Lee, Y.W., "Statistical Theory of Communication" John-Wiley N.Y., 1963 Ch. 13

29. Lendaris, G.C "The Identification of Linear Systems" Trans AIEE vol. 81 (App & Ind) p. 231—242, Sept 1962

30. Levadi, V.S. "Design of Input Signals for Parameter Estimation" IEEE AC-11, p. 205—211, April 1966

31. Levin, M.J., "Estimation of a System Pulse Transfer Functions in the Presence of Noise" IEEE AC-9 p. 229—235, July 1964

32. Linderlaub, J.C. & Cooper, G.R. "Noise Limitations of System Identification Techniques "IEEE AC-8 p. 43—48 Jan 1963.

33. Loeb, J.M. et al "More about Process Identification" IEEE AC-10 p. 359—361, July 1965

34. Lubbock, J.K. et al "A Solution of the Identification Problem" IEEE Trans. (Appl & Ind) No.72 p. 166—173, May 1964

35. Magill, D.T., "Optimal Adaptive Estimation of Sampled Stochastic Process" IEEE AC-10, p. 434—438, Oct 1965

36. Maslov, E.P., "Application of the Theory of Statistical Decisions to the Estimation of Object Parameters" Automation & Remote Control vol.24 p. 1214—1226 Oct 1963

37. ____________"A Statistical Self Organizing Medel I" vol. 25 p. 1297—1304, Oct 1964

38. 同以 同題 Model II" 同上誌 vol. 25 p. 1519—1531, Dec 1964

39. Mayne, D.Q., "Parameter Estimation" Automatica vol. 3 p. 245—255, Jan 1966

40. McBride, L.E. 참고문 31에 대한 토론, IEEE AC-10 p. 211—214, April 1965

41. Mishikin, E., et al "Adaptive Control Systems" McGraw-Hill, N.Y., 1961 Ch 9, 11

42. Nagumo, J.& Noda, A., "A Learning Method for System Identification" IEEE AC-12, p. 282—287, June 1967

43. Narendra, K.S.& Gall man, P.G. "An Iterative Method for the Identification of Nonlinear Systems Using a Hammerstein Model" IEEE AC-11, p. 546—550, July 1966

44. Perite, H.J., "The Minimization of Measurement Error in a General Pertubation Correlation Process Identification System" IEEE AC-9, p. 339—345, Oct 1964

45. Sakrison, D.J., "The Use of Stochastic Approximation to Solve the System Identification Problem" IEEE AC-12 p. 563—567, Oct 1967

46. Smith, F.W. & Hilton, W.B. "Monte Carlo Evalution of Methods for Pulse Transfer Function Estimation" IEEE AC-12, p. 568—576, Oct 1967

47. Steiglitz, K.,& McBride, L.E., "A Technique for the Identification of Linear Systems" IEEE AC-10 p. 461—464, Oct 1965

48. Truxal, J.G., "Control Systems Synthesis" Mc Graw-Hill, N.Y. 1958

49. Womack, B.F. et al "A Two-Parameter Adaptive System Using a Sinusoidal Test Signal" IEEE AC-10 p. 194-197 April 1965

50. 河注植, "遲延要素를 수반하는 一次系統이 패러미터 推定에 關한 硏究" 大韓電氣學會誌 Vol. 18, No. 1 p. 15—23, Jan 1969.

51. 姜麟求, "학습과정에 의한 시스템 특성추정에 관한 硏究" 大韓電氣學會 學術硏究發表會(2次)發表, 1969. 8

보 충 참 고 문 헌

1. Smith, F.W., "System Laplace Transform Estimation from Sampled Data" IEEE AC-13 No.1 Feb 1968

2. Schulz, E.R., "Estimation of Pulse Transfer Function Parameters by Quasilinearization" IEEE AC-13 No. 4 Aug 1968

3. Saridis, G.N.& Stein, G., "Stochastic Approximation Algorithms for Linear Discrete-Time System Identification" IEEE AC-13 No. 3 Oct 1968