可變周波數에 있어서 誘導電動機特性의 圖試算定法에 關한 硏究

(第2報)

論 文
13~4~3

A Study of the Current-Diagram Method for Calculating Induction Motor Characteristics with Adjustable Frequency

朴 旻 鎬*
(Min Ho Park)

〔ABSTRACT〕

The development of the frequency convertors using semiconductors devices makes it possible to control the speed of A.C. motors easily. It is now economically feasible to provide them with power at adjustble frequency using silicon-controlled rectifier (or thyristor) inverters.[1] In such a case, in order to operate an induction motor efficiently over a wide speed range, it must be supplied from a variable frecuency source of which frequency is adjustable over the speep range of the motor. It is desired to observe the changes in characteristics as primary current, torque-speed of induction moter etc. at any optional frequncy. Although the charactheristics can be obtained by means of the conventional methods, they require very complicated precedures of calcuations.[2] The Current Diagram Method in this paper suggests a new approach to simpler calcuations of thc eharacteristics, using the motor constants at reference frequency. The conclusions of this study are summarized as follows:

(1) The equations of stator current at adjusted frequency were derived to construct graphical chart and the current circle required for the Current Diagrm Method.

(2) The radius, center of the current circle and the vector locus, the basis for calculating the characteristics, at any desired frequency could be easily determined with the aid of both the derived graphical chart and current circle at reference frequency.

(3) The method was shown to be applicable to the various types of 3-phase induction motors and also dealt with its application to the split-phase, condenser motors.

Ⅰ. 緖 論

本論文은 3相誘導電動機의 特性算定法[3]에 잇따라 單相誘導電動機의 경우의 特性算定法을 論하고자 한다.

위서 3相電動機의 경우 記述한 可變周波數에서의 電流線圖의 理論을 基礎로 하여 電流 Vector의 圖表를 作成하고, 이 圖表에 單相誘導電動機의 圓線圖를 適用시키고 可變周波數에 따르는 特性算定과 實驗値를 비교검토한다.

Ⅱ. 電流比의 Vector 圖 表

第(24)[3]式에서 표시된 電流係數의 一般型은 $(r_a+r_b/s)+j(x_a+x_b)/-\frac{1}{\lambda}-(r_a+r_b/s)+j(x_a+x_b)$이고, 다음과 같이 表示하면

$$\frac{K_{1s}e^{j\theta 1}}{K_{\lambda s}e^{j\theta\lambda}}=\frac{1+j[(x_a+x_b)/(r_a+r_b/s)]}{1/\lambda-[(x_a+x_b)/(r_a+r_b/s)]} \tag{1}$$

이 되고, 여기서 $r_a+r_b/s\fallingdotseq 0$

$$\left.\begin{aligned} K_{1s}&=\sqrt{1+\left(\frac{x_a+x_b}{r_a+r_b/s}\right)^2},\quad \theta_1=\tan^{-1}(x_a+x_b)/(r_a/s)\\ K_{\lambda s}&=\sqrt{\frac{1}{\lambda}+\left(\frac{x_a+x_b}{r_a+r_b/s}\right)^2},\quad \theta_\lambda=\tan^{-1}\lambda(x_a+x_b)/(r_a+r_b/s)\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

이다.

一般的으로 $1/(\sigma c+d)$의 벡터 軌跡은 圓이고, 이 圓의

$$\left.\begin{aligned} &\text{中心}:-\frac{c_k}{c_kd-cd_k}\\ &\text{半徑}:\left|\frac{c}{c_kd-cd_k}\right|\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

이 表示되고, 여기서 c_k, d_k는 c,d 벡터의 共軛(conju-

*正會員 : 서울大學校 工科大學 電氣工學科 敎授

gation)이다. 第(1)式의 $1/(K_{\lambda s}e^{j\theta\lambda})$는 $c=c_k=1$,

$\sigma=-\frac{1}{\lambda}$, $d=j(x_a+x_b)/(r_a+r_b/s)$, $d_k=-j(x_a+x_b)/(r_a+r_b/s)$이므로, 이것은

中心 : $-j\frac{1}{2}\left(\frac{r_a+r_b/s}{x_a+x_b}\right)$

半徑 : $=\frac{1}{2}\left(\frac{r_a+r_b/s}{x_a+x_b}\right)$

인 圓이 된다. s의 變化에 따라 第(1)圖에 表示한 바와 같이 y軸上에 中心을 가지는 圓群을 構成하고, 各圓은 一定 슬립値를 表示한다.

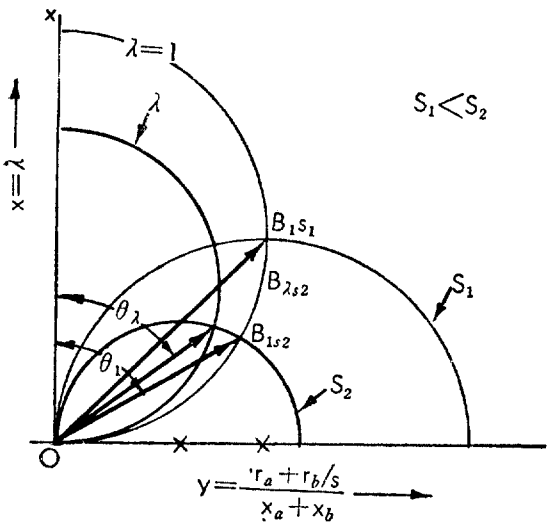


Fig. 1. The circle of constant λ and s of which are to be superposed of $1/K_{\lambda s}e^{j\theta\tau}$ on the coordinate.

다음 이 圓周上의 λ値는

$$\lambda c=j\frac{x_a+x_b}{r_a+r_b/s},$$

$$\lambda c_k=-j\frac{x_a+x_b}{r_a+r_b/s},$$

$$d=d_k=-\frac{1}{\lambda}$$

를 第(3)式에 代入하면

中心 : $\frac{\lambda}{2}$

半徑 : $=\frac{\lambda}{2}$

이 되고, 第(1)圖의 x軸上에 中心을 가지는 圓群이 되고, 各圓은 一定 λ이 된다.

이 λ와 s가 $1/(K_{\lambda s}e^{j\theta\lambda})$를 滿足하는 點은 B_{1s1}, B_{1s2}, $B_{\lambda s1}$……, 이고, 이것을 第(1)圖에 表示하였다.

第(1)式은 이 그림의 座標를 $K_{1s}e^{j\theta1}$로 乘하면 OB_{1s}, OB_{1s2}, $OB_{\lambda s1}$……의 벡터는 $(K_{1s}/K^{\lambda}_{s})e^{j(\theta1-\theta\lambda)}$이 되고, B_{1s}, B_{1s2}……B_{1s1}點은 $\lambda=1$인 경우이고 이 값은 1이 된다. 이것들은 同一 슬립에서 $\lambda\neq1$ 인 모든 點의 벡터에 對한 基漸 벡터가 된다.

이 關係는 3相, 單相, 分相型의 어떠한 誘導電動機에도 適用될 수 있으므로, 이 그림을 一般化하여 第(2)圖와 같이 圖表로 表示하였다. 여기서 슬립 s대신 $(r_a+r_b/s)/(x_a+x_b)$値로 表示하고, s와의 換算値는

$$y=\frac{r_a+r_b/s}{x_a+x_b} \tag{4}$$

이고, $s=1$, $s=\infty$의 슬립線値는 第(4)式에서

$$y_{s=\infty}=\frac{r_a}{x_a+x_b} \tag{5}$$

$$y_{s=1}=\frac{r_a+r_b}{x_a+x_b} \tag{6}$$

이 된다.

第(24)[3]式의 第一項의 無負荷電流의 係數値를 第(2)圖의 圖表上에서 求하려면, $r_a=r_1$, $r_b=r_m$, $x_a=x_1$, $x_b=x_m$, 그리고 $s=1$로 하고 第(4)式에 代入하여, y値를決定하고, y를 直徑으로 그린 圓周上의 λ點이 이때의 係數値이다. 第2項의 回轉子 電流 係數도 이와같은 方法으로 求할수 있다. 이 圖表의 λ와 s圓群과의 交點은 $(1/K_{\lambda s})e^{-j\theta\lambda}$로도 表示되고, $\lambda=1$의 경우는$(1/K_{1s})e^{-j\theta1}$이 된다. 그러므로 $\lambda=1$의 圓周上의 모든 點은 基漸周波數일때의 슬립의 軌跡이므로, 圖表上에서 $s=\infty$, $s=1$과 $\lambda=1$의 圓과의 交點 E, F를 x軸上의 $\lambda=1$의 點 J에 連結하고, 一般圓線圖와 같이[4][5] $\lambda=1$의 圓에 對한 슬립線 HG를 作圖하고 G를 零, H를 100%로 눈금을 記入하고, 이 슬립値를 J에 連結한 直線과, $\lambda=1$의 圓과의 交點을 通過하는 圓이 一定 슬립線의 값이 된다.

Ⅲ. 可變周波數에서의 圓線圖와 特性 算定方法

Ⅲ—1. 電流係數 圖表와 基準周波數 時의 圓線圖와의 關係

第(4)圖의 精密 等價回路에서 $\lambda=1$의 電流 圓線圖는 無負荷試驗, 拘束試驗에서 第(7)式, 第(8)式이 연어 진다.

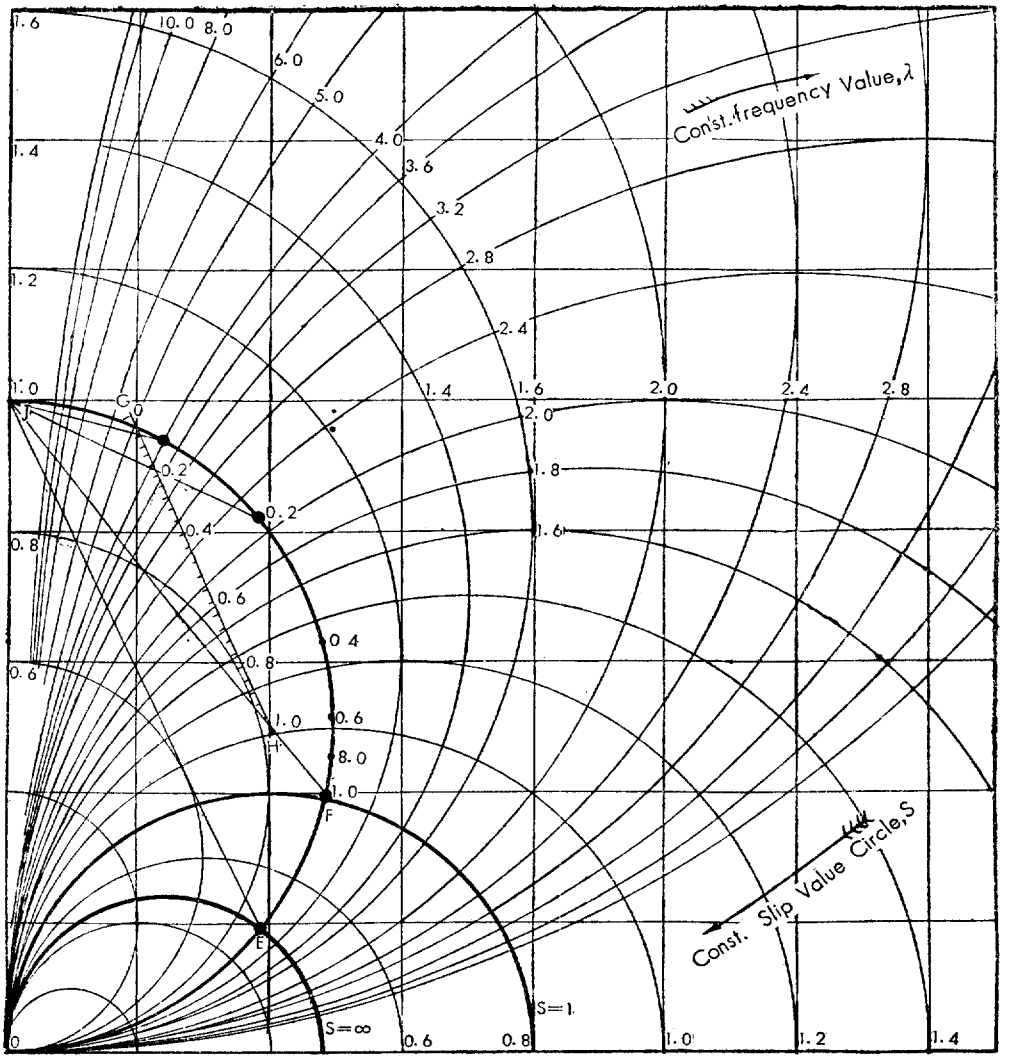
$$\vec{0_1}0=(I_{11})_{s=0}=\frac{A_1}{C_1}V_{11}$$

$$=\left|\frac{V_{11}}{Z_{11}+Z_{m1}}\right|e^{j(\frac{\pi}{2}-\theta_{1+m})} \tag{7}$$

$$\vec{O_1}P_{11}=\frac{A_1+sB_1}{C_1+sD_1}V_{11}=\frac{A_1}{C_1}V_{11}+\frac{s(B_1C_1-A_1D_1)}{C_1(C_1+sD_1)}V_{11}$$

$$=\left|\frac{V_{11}}{Z_{11}+Z_{m1}}\right|e^{j(\frac{\pi}{2}-\theta_{1+m})}$$

$$+\frac{|V_{11}\{Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})\}^2|e^{j\{\frac{\pi}{2}+2(\theta_m-\theta_{1+m})\}}}{\{(1-s)/s\}r_2'+|Z_2'|e^{j\theta21}+|Z_{11}Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})|} \tag{8}$$



Fig, 2. The chart of constant λ and s of $\frac{K_{1s}e^{j\theta 1}}{K_{\lambda s}e^{j\theta\lambda}}$ which are to be superposed on the coordinate.

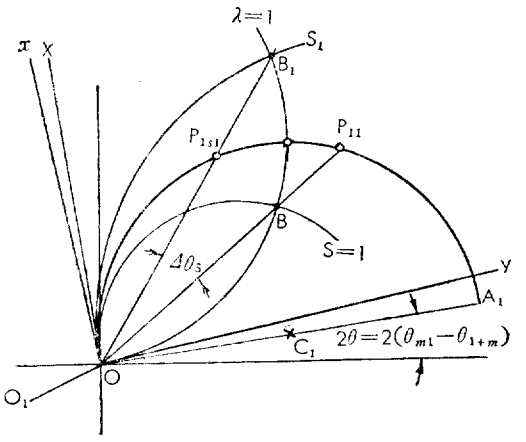


Fig. 3. Superposing the chart and reference circle diagram.

KS 畵法[6]에 따라 第(3)圖에 먼저 O와 P_{11}點을 求하고, 傾斜角 $2(\theta_{m1}-\theta_{1+m})$되는 OA_1線上에 OP_{11}의 垂直二等分線과의 交點 C_1을 中心으로 하고, OC_1을 半徑으로 하는 圓을 構成한다.

本文에 설명한 電流係數 圖表의 $\lambda=1$, $s=1$의 交點과 O點을 連結한 直線 OB를 第(3)圖와 같이 基準圓線圖의 OP_{11}과 一致시킨다. 그리고 任意의 슬립 s_1과 $\lambda=1$의 交點 B_1에 의한 直線 OB_1과 電流圖線과의 交點을 P_{1s1}, OB 사이의 角을 $\Delta\theta_s$이라 하고, OP, OB의 位相關係를 알기 위해 다음과 같은 過程을 생각 한다.

第(2)圖와 第(1)式에서 ox軸에 대한 角度 θ_s는 $|OB|e^{-j\theta s}=1/Ke^{-j\theta s}$로 表示되고, 슬립에 의한 角變化는 다음과 같다.

$$\left|\frac{1}{OB}\right| s\, e^{j\theta s}=K_1e^{j\theta s}=1+j\frac{x_1+x_2'}{r_1+r_2'/s}$$

$$=\frac{1}{r_1+r_2'/s}\left[(r_1+jx_1)+\frac{1-s}{s}r_2'+(r_2'+jx_2')\right]$$

$$=\frac{1}{r_1+r_2'/s}[|Z_{11}|e^{j\theta_{11}}+|Z'|se^{j\theta_{2s}}]$$

여기서

$$|Z_{11}|e^{j\theta_{11}}=r_1+jx_1$$

$$|Z'|se^{j\theta_{2s}}=\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+(r_2'+jx_2')$$

$s=1$ 일때

$$\left|\frac{1}{OB}\right|_{s=1}e^{j\theta_1}=\frac{1}{r_1+r_2'}[|Z_{11}|e^{j\theta_{11}}+|Z'|_{s=1}e^{j\theta_{21}}]$$

$s=s_1$ 일때

$$\left|\frac{1}{OB}\right|_{s=s_1}e^{j\theta_{s1}}=\frac{1}{r_1+r_2'/s_1}[|Z_{11}|e^{j\theta_{11}}+|Z'|_{s=s_1}e^{j\theta_{2s1}}]$$

이고, 角度의 變化 $\Delta\theta_{s_1}$ 는

$$\left|\frac{1}{\Delta OB}\right|e^{j\Delta\theta_{s1}}=\left|\frac{1}{OB}\right|_{s=s_1}e^{j\beta_{s1}}-\left|\frac{1}{OB}\right|_{s=1}e^{j\theta_1}$$

$$=\frac{1}{r_1+r_2/s_1}|Z'|_{s=s_1}e^{j\theta_{2s1}}-\frac{1}{r_1+r_2}|Z'|_{s=1}e^{j\theta_{21}} \qquad (9)$$

로 表示할 수 있다.

또 C_1 圓의 直徑 OA_1 의 O 에서의 垂直線 OX 에 對한 電流의 位相은 第(7)式에서

$$\overrightarrow{OP_{1s}}=\frac{|V_{11}||Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})|^2e^{j\{\frac{\pi}{2}+2(\theta_{m1}-\theta_{1+m})\}}}{|Z'|_se^{j\theta_{2s}}+|Z_{11}Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})|e^{j(\theta_{11}-\theta_{m1}-\theta_{1+m})}}$$

이 되고

$s=1$ 일때

$$\left|\frac{1}{OP_{11}}\right|e^{-j\theta_1'}=\frac{e^{-j\left[\frac{\pi}{2}+2(\theta_{m1}-\theta_{1+m})\right]}}{|V_{11}||Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})|^2}$$

$$-\left\{|Z'|_{s=1}e^{j\theta_{21}}+\left|\frac{Z_{11}Z_{m1}}{Z_{11}+Z_{m1}}\right|e^{j(\theta_{11}+\theta_{m1}-\theta_{1+m})}\right\}$$

$s=x$ 일때

$$\left|\frac{1}{OP_{1x}}\right|_x e^{-j\theta_x'}=\frac{e^{-j\left(\frac{\pi}{2}+2(\theta_{m1}-\theta_{1+m})\right)}}{|V_{11}||Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})^2|}$$

$$\left\{|Z'|_xe^{j\theta_{2x}}+\left|\frac{Z_{11}Z_{m1}}{Z_{11}+Z_{m1}}\right|e^{j(\theta_{11}+\theta_{m1}-\theta_{1+m})}\right\}$$

이 되고, 따라서 角變化는 다음과 같다.

$$\left|\frac{1}{\Delta OP}\right|e^{-j\Delta\theta_{s1}}=\frac{e^{-j\left[\frac{\pi}{2}+2(\theta_{m1}-\theta_{1+m})\right]}}{|V_{11}||Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})|^2}$$

$$\left(|Z'|_xe^{j\theta_{2x}}-|Z'|_{s=1}e^{j\theta_{21}}\right) \qquad (10)$$

第(9)式, 第(10)式에서 $\Delta\theta_{s1}$(作圖에 의해)로 하였으므로 $\theta_{2x}=\theta_{2s1}$ 이 되어야 한다. 즉 OB_1 의 基準圓線圖와의 交點 P_{1s1} 는 圓周上에서 슬립 s_1 의 動作點이 된다. 따라서 圖表上의 $\lambda=1$ 과 모든 s 에 의해 決定된 直線의 圓線圖上의 交點은 基準周波數 일때의 슬립値가 되고, 回轉子電流의 벡터頂點이 된다. 또 위의 式들에서 電流係數圖表의 OB 直線의 y 軸에 대한 角度 $(\pi/2-\theta_1)$ 는 電流 圓線圖의 OP_{11} 의 OA_1 과의 角度보다 $\theta=\theta_{m1}-\theta_{1+m}$ 만큼 작다(第(6)式 參照). 따라서 y 軸은 OA_1 軸보다 θ 만큼 앞서게 된다. $\lambda\fallingdotseq1$ 에서의 모든 슬립에 의해 決定되는 圓周上의 슬립値는 第(2)圖에서 表示하는 $\varepsilon_{g\lambda}$ 誤差를 包含하게 된다.

이상과 같은 關係에서 다음 順序에 따라 圖式算定의 可變周波數 電流 圓線圖가 作成된다.

(1) 基準周波數에 대한 圓線圖를 第(7), (8)式에 의해 作成한다.

(2) 電流 係數圖表上에 求하고자 하는 周波數에 대한 λ 圓을 그린다.

(3) 一定 슬립線에서 $s\to1$, $s=\infty$ 의 圓을 第(5), (6)式에 의해 求하고, $\lambda=1$ 의 圓周上에 모든 一定 슬립線値를 求한다 (Fig. 2).

(4) $\lambda=1$ 의 圓에 있어 $s\to1$ 에 의한 交點과 原點 0 를 連結하는 直線을 (1)의 $s=1$ 일때의 回轉子電流 벡터와 $s=0$ 點을 中心으로 重疊시킨다.

(5) 圖表의 y 軸과 O_1 座標 사이의 角을 3θ 라고 하면 y 軸과 OA_1 사이의 角은 θ 가 된다.

(6) OP_{11} 의 垂直 2 等分線이 OA_1과의 交點을 C_1, OC_1 을 半徑으로 C_1 圓을 構成한다.

(7) 無負荷電流는 定數에 해당되는 y 値가 決定되면 第 3 象限에 圓이 構成되고, 이위에 λ 値에 해당되는 無負荷電流가 決定된다.

Ⅲ—2 回轉子側의 特性算定法

第(4)圖는 回轉子側의 線圖만을 表示하였다. C_1 圓은 基準周波數의 電流軌跡圓이다. O에서 一定 슬립 s_1圓과 $\lambda=1$, $\lambda=\lambda_1$ 과의 交點 B_1, B_λ 를 連結하는 直線이 C_1 圓에서의 交點을 P_{1s1}, $P_{\lambda s1}$이라고 하면

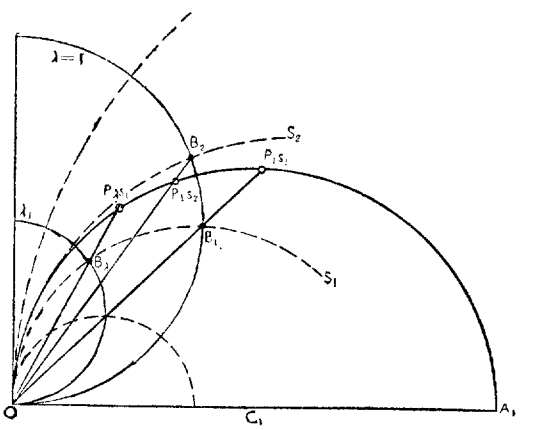


Fig. 4. Current diagram on the rotor side for calculation of characteristics

$$\frac{\overrightarrow{OP}_{\lambda s1}}{\overrightarrow{OP}_{1s1}}=\frac{\overrightarrow{OB}_{\lambda}}{\overrightarrow{OB}_{1}}=\frac{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)+j(x_1+x_2')}{\frac{\lambda}{r}\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)+j(x_1+x_2')}$$

$$\overrightarrow{OP}_{\lambda s1}=\frac{r_1+\frac{r_2}{s}+j(x_1+x_2')}{\frac{1}{\lambda}\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)+j(x_1+x_2')}\times\overrightarrow{OP}_{1s1} \quad (11)$$

이 된다. 第(11)式에서 $\overrightarrow{OP}_{\lambda s1}=(I_{21})_{s1}\overrightarrow{OP}_{\lambda s1}$, $=(I_{2\lambda})_{s1}$, 이 된다. 이것은 슬립 s_1에서의 周波數可變에 따르는 電流를 電流軌跡圓上에 表示한 것이다. 또한 O에서 모든 交點을 連結한 直線의 圓 C_1과의 벡터는 λ, s를 滿足하는 實際의 電流가 된다. 즉 이 基準 圓線圖 上에 $(I_{2\lambda}')_s$의 값을 求할 수 있으므로, 從來의 圓線圖 使用과 同一方法으로 回轉子側 特性인 回轉子電流, 出力, 토오크, 銅損 및 速度等이 算定된다.

(1) 同一슬립일때의 特性 : 基準周波數와 可變周波要일때의 同一 슬립下에서의 回轉子 側의 特性을 比較하면 다음과 같다.

$\lambda=1$일때 토오크는

$$T_{1s}=\frac{1}{\omega_1}\left|I_{21}'\right|^2\frac{r_2}{s}(N\cdot m/\text{phase})$$

λ일때 토오크는

$$T_{\lambda s}=\frac{1}{\lambda\omega_1}\left|I_{2\lambda}'\right|^2\frac{r_2'}{s}(N\cdot m/\text{phase})$$

이고, 여기서 ω_1는 $\lambda=1$의 同期 角速度이다. 토오크比는

$$\left(\frac{T_\lambda}{T_1}\right)_s=\left(\left|\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right|^2\right)_s=\frac{1}{\lambda} \quad (12)$$

또 出力의 比는 같은 方法으로

$$\left(\frac{P_{k\lambda}}{P_{k1}}\right)_s=\left(\left|\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right|^2\right)_s \quad (13)$$

이고, 第(12), (13)式은 電流比 $(I_{2\lambda}'/I_{21}')$와 λ의 函數로 되어 있으므로, 圖表上에서 比較的 簡單히 求할 수 있다.

(2) 一定 및 最大 토오크 : 電動機 制御 應用에서 토오크 特性은 重要한 要素이므로 여기서 一定토오크와 最大 토오크를 表示하는 λ, s를 圖示하면 다음과 같다.

一定 토오크, 슬립 $s\to\infty$의 線과 電流 線圖의 OX軸方向 間의 距離 PH가 第(5)圖에서 토오크를 表示하고

$$T=\frac{m_1V_{12}}{\lambda\omega_1}\times\overline{PH}=\frac{m_1V_{11}}{\omega_1}\times\overline{PH}(N\cdot m) \quad (14)$$

의 값은 PH에 의해 決定된다. PH가 一定이 되는 H의 軌跡은 C_1의 垂直線 上에 $PH=C_1C_T$의 C_T를 中心으로 OC_1을 半徑으로 하는 圓點線 $\widehat{GHI}$이고, O와 $s=\infty$圓과 그리고 이 圓線圖에 의해 一定토오크를 나타내는 λ, s를 求할수 있다.

最大 토오크, λ_i일때의 最大 토오크는, 第(5)圖에서 C_1에 있어 $OP_{\lambda i\infty}$에 내린 垂線과 C_1圓과의 交點P_m에서 OA_1에 내린垂線의 $OP_{\lambda i\infty}$間의 길이, P_mH_m이다.

P_m는 OP_m를 連結한 線과 λ_i의 交點 E와 이것을 通過하는 슬립線에 의해 決定된다. 이 以外의 周波數에 對한 最大 토오크値는 $\angle OFC_1=\angle 90°$이므로, 圓周 $\widehat{OFC_1}$과 周波數에 따르는 $OP_{\lambda\infty}$의 交點을 C_1에서 通過하는 直線의 電流圓線上의 値가 各周波數에 따르는 最大토오크의 動作點이 되고, 이들의 슬립를 λ_i의 경우와 같이 求할수 있다. 그러므로 여기서 OC_1을 直徑으로 하는 圓周 $\widehat{OFC_1}$이 最大 토오크를 決定하는 圓이 된다.

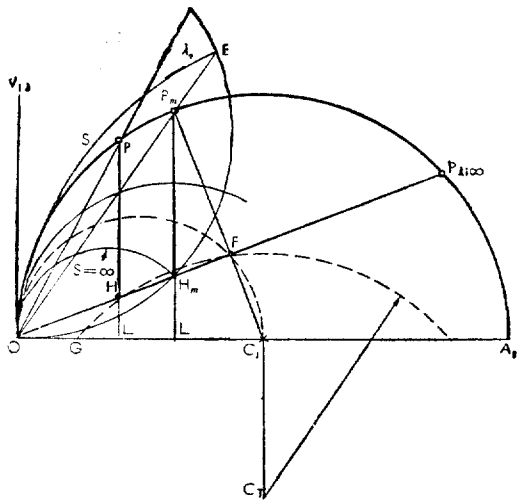


Fig. 5. Constant & maximum torque values on the circle diagram of the rotor side

Ⅲ—3. 固定子 側의 電壓, 電流의 位相 線圖

無負 荷電流는 前에 說明한 바와 같이 圖表에서 $x_a+x_b=x_1+x_m$, $r_a+r_b=r_1+r_m$, $s=1$의 曲線과 λ圓과의 交點을 第(6)圖와 같이 表示하고, $O_1, O_2\cdots$, 이라고 하면,

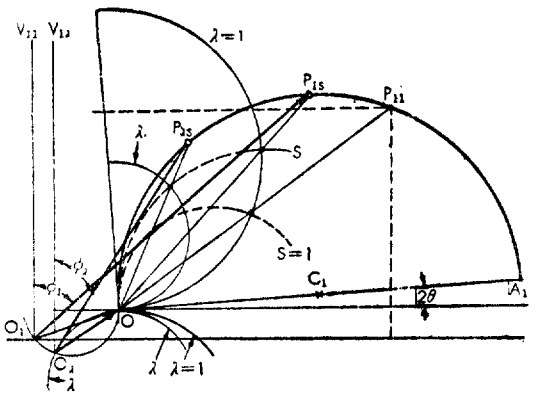


Fig. 6 Voltage and current diagran witl.λ and s.

$O_\lambda P_{1s}$ 벡터는 $(I_{1\lambda})_s$ 를 表示하고 $(I_{1\lambda})_s=\vec{O_\lambda O}+\vec{OP}_{1s}$ 가 된다. 또 O_1, O_λ 에서의 座標軸 V_{11}, $V_{1\lambda}$와 $(I_{11})_s$ 와의 角 ϕ_1, ϕ_λ 는 力率角이 된다. 이 位相 線圖에서 固定子 側의 特性 즉 固定子電流, 入力, 力率, 그리고 效率이 求해진다.

Ⅳ. 非對稱 2相 誘導電動機의 電流式

單相 誘導電動機, 즉 分相型 誘導電動機의 電流式은 이미 여러가지 文獻[7]에서 發表되었다. 本文에서는 이를再 整理하여 可變周波數에 利用할 수 있는 形態로 誘導한다.

第 (7)圖의 非對稱 2相 電動機回路를 正相, 逆相으로 分離하여 생각하면 다음과 같다. 分相卷線 A 및 回轉子 卷線을 主卷線 M에 換算하고, 卷線比를

$$\frac{N_A K_{wA}}{N_M K_{wM}}=a \tag{14}$$

라 하면, A 卷線 回路의 電壓, 電流, 임피이던스의 主卷線 換算値는 $V_A/a, Z_A/a^2$, 및 aI_A 가 된다.

主卷線 側에서본 回路 電壓方程式은

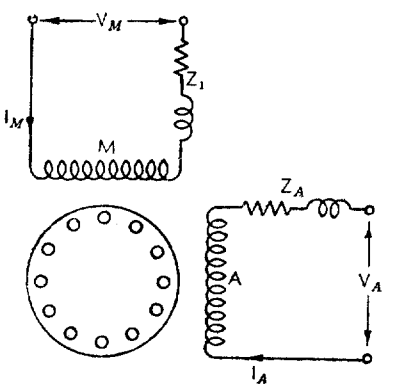


Fig 7. Two-phase induction motor with unbalanced stator circuits.

$$\left.\begin{aligned} V_M&=I_P(Z_1+Z_{rf})+I_N(Z_1+Z_{rb})\\ -j\frac{V_A}{a}&=I_P\left(\frac{Z_A}{a^2}+Z_{rf}\right)-I_N\left(\frac{Z_A}{a^2}+Z_{rb}\right)\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

이고, 여기서 正相, 逆相分 電流는 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned} I_P&=\frac{1}{2}(I_M-j_aI_A)\\ I_N&=\frac{1}{2}(I_M+j_aI_A)\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

第(15)式에서

$$\frac{1}{2}\left(V_M-j\frac{V_A}{a}\right)=I_P\left(\frac{Z_A/a^2-Z_1}{2}+Z_P\right)-I_N\left(\frac{Z_A/a^2-Z_1}{2}\right) \tag{17}$$

$$\frac{1}{2}\left(V_M+j\frac{V_A}{a}\right)=-I_P\left(\frac{Z_A/a^2-Z_1}{2}\right)+I_N\left(\frac{Z_A/a^2-Z_1}{2}+Z_N\right) \tag{18}$$

가 얻어지고, 第(17)式, 第(18)式로부터 正相分, 逆相分 電壓은 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned} V_P&=\frac{1}{2}\left(V_M-j\frac{V_A}{a}\right)\\ V_N&=\frac{1}{2}\left(V_M+j\frac{V_A}{a}\right)\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

正相, 逆相分 임피이던스는

$$\left.\begin{aligned} Z_P&=Z_1+Z_{rf}\\ Z_N&=Z_1+Z_{rb}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

이고, Z_{rf}, Z_{rb} 는 回轉子 回路의 正方向 및 逆方向 回轉時의 固定子 換算 임피이던스이다.

$$Z_d=\left(\frac{Z_A}{a^2}-Z_1\right) \tag{21}$$

이라 놓으면, 第(17)式, 第(18)式은

$$V_P=I_P\left(\frac{Z_d}{2}+Z_P\right)-I_N\frac{Z_d}{2} \tag{22}$$

$$V_N=-I_P\frac{Z_d}{2}+I_N\left(\frac{Z_d}{2}+Z_N\right) \tag{23}$$

第(22)式, 第(23)式에서 다음 式이 얻어진다.

$$I_P=\frac{V_P(Z_d+2Z_N)+V_NZ_d}{Z_d(Z_P+Z_N)+2Z_PZ_N} \tag{24}$$

$$I_N=\frac{V_N(Z_d+2Z_P)+V_PZ_d}{Z_d(Z_P+Z_N)+2Z_PZ_N} \tag{25}$$

第(24)式, 第(25)式은 非對稱 2相 電動機의 正相逆相分의 電流式이고, Z_d에 의해 電動機의 名稱이 決定된다.

Ⅴ. 純單相 誘導電動機

V-1 特性圖式算定의 理論的 考察[8]

純單相 誘導電動機라 함은 起動時는 分相型으로 되고 運轉時에는 主卷線 M만으로 運轉되는 電動機를 意味하며, 運轉時의 條件은 $V_M=V_1$, $V_A=0$, $Z_d\to\infty$ 이므로 第(19)式에서

$$V_P=V_N=\frac{1}{2}V_1 \tag{26}$$

과 第(24)式 第(25)式에서

$$I_P=I_N=\frac{V_1}{Z_P+Z_N} \tag{27}$$

의 關係가 成立하므로, 可變周波數에 따르는 線電流 $I_{1\lambda}$는 第(16)式에 의하여,

$$I_{1\lambda}=I_{P\lambda}+I_{N\lambda}=2\frac{V_1}{\lambda Z_{P\lambda}+Z_{N\lambda}} \tag{28}$$

와 같이 表示된다. 따라서, $I_{P\lambda}=I_{N\lambda}=I_{1\lambda}/2$이고, 添字 λ는 λ倍 周波數 時의 값을 意味한다. 이 式에서 $V_{1\lambda}/Z_{P\lambda}Z_{N\lambda}$로 分母, 分子를 각각 나누면,

$$I_{1\lambda}=2\frac{(V_{1\lambda}/Z_{P\lambda})(V_{1\lambda}/Z_{N\lambda})}{(V_{1\lambda}/Z_{N\lambda})+(V_{1\lambda}/Z_{P\lambda})} \tag{29}$$

固定子電流 $I_{1\lambda}$는 $V_{1\lambda}/Z_{P\lambda}$, $V_{1\lambda}/Z_{N\lambda}$의 値에서 計算되고, $V_{1\lambda}/\lambda f_1$ = 一定의 電源을 使用하면은 이것은 第(6)式, 第(7)[3]式에서 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{V_{1\lambda}}{Z_{P\lambda}}=\frac{A_\lambda+sB_\lambda}{C_\lambda+sD_\lambda}V_{1\lambda} \tag{30}$$

$$\frac{V_{1\lambda}}{Z_{N\lambda}}=\frac{A_\lambda+(2-s)B_\lambda}{C_\lambda+(2-s)D_\lambda}V_{1\lambda} \tag{31}$$

여기서, $A_\lambda, B_\lambda, C_\lambda, D_\lambda$는 第(8)圖 (a), (b)의 그것과 同一値이고, 이 값들은 第(2·8) 式에 表示하였다. 따라서, 第(31)式, 第(32)式의 벡터 軌跡는 同一圓이 되고, 圓周上에서 슬립 $s=1$을 境界로 $s<1$이면 第(31)式의 軌跡이고, $s>1$이면 第(32)式이 된다.

$V_{1\lambda}/Z_{P\lambda}$의 값은 基準周波數 時의 V_{11}/Z_{P1}의 電流圓線圖에서 電流係數 圖表를 使用하면 얻어진다. 本 方法에서 求해진 λ倍 周波數 時의 圓線圖를 第(9)圖와 같다고 하면, 이때 $P_{\lambda s}$와 $P_{\lambda(2-s)}$로 運轉하고 있을 때의 特性은 아래와 같은 節次로 求해진다.

(1) 固定子 側 特性 : 第(9)圖에서 $O_\lambda, P_{\lambda s}, P_\lambda(2-s)$를 通過하는 圓弧를 그리고, $P_{\lambda s}, P_\lambda(2-s)$를 連結하는 直線 2等分點 B를 지나는 OB의 延長이 $P_{\lambda s}\overset{\frown}{P_{\lambda(2-s)}}$와 만나는 點을 $D, DP\overset{\frown}{_{\lambda(2-s)}}=P_{\lambda s}\overset{\frown}{E}$이 되도록 E를 決定하면,

$$\vec{O_\lambda E}=I_{1\lambda}$$

$$O_\lambda B=\frac{1}{2}\left|\vec{O_\lambda P_{\lambda s}}+\vec{O_\lambda P_{\lambda(2-s)}}\right|=\frac{1}{2}\left|\left(\frac{V_{1\lambda}}{Z_{P\lambda}}+\frac{V_{1\lambda}}{Z_{N\lambda}}\right)\right| \tag{32}$$

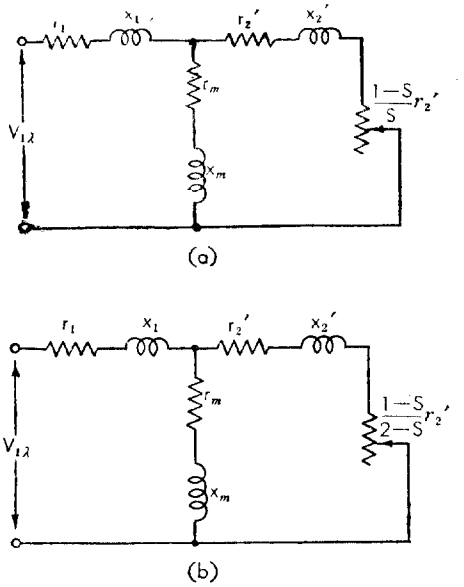


Fig. 8. Equivalent circuits representing the reaction of (a) the forward and (b) the backward fields.

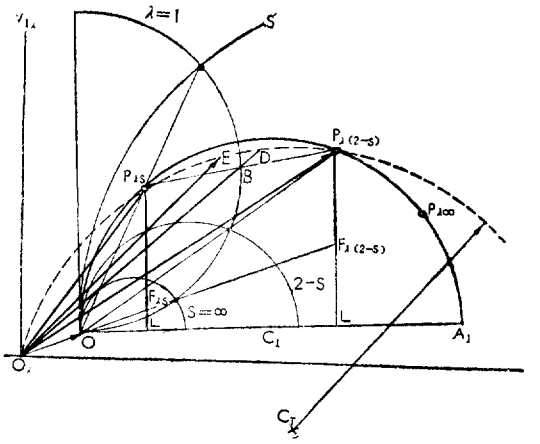


Fig. 9. Voltage and current diagram of the single phase induction motor

이 되므로, $I_{1\lambda}$의 絶對値는 第(29)式으로부터, 다음과 같이 된다.

$$|I_{1\lambda}|=\frac{(\overline{O_\lambda P_{\lambda s}})(\overline{O_\lambda P_{\lambda(2-s)}})}{\overline{O_\lambda B}}$$

$$=\frac{|(\vec{O_\lambda O}+\vec{O_\lambda P_s})(\vec{O_\lambda O}+\vec{OP_{\lambda(2-s)}})|}{|(\vec{O_\lambda O}+\vec{OB})|} \tag{33}$$

(2) 回轉子側 特性 : 電動機에 平衡電壓 V_λ를 걸었을 때 正相 토오크를 $T_{P\lambda}$라고 하면, 正方向토오크 $T_{f\lambda}$는

$$T_{f\lambda}=T_{P\lambda}\left|\frac{I_{P\lambda}Z_{P\lambda}}{V_{1\lambda}}\right|^2$$

$$=T_{P\lambda}\left|\frac{I_{1\lambda}/2}{V_{1\lambda}/Z_{P\lambda}}\right|^2 \tag{34}$$

이고, 逆方向 토오크는

$$T_{b\lambda}=T_{N\lambda}\left|\frac{I_{1\lambda}/2}{V_{1\lambda}/Z_{N^2}}\right|^\lambda \tag{35}$$

이다. 그런데, 第(9)圖에있어 $P_{\lambda s}$, $P_{\lambda(2-s)}$에서 OA_1에 내린 垂線과 슬립 $s\to\infty$ 線과의 交點을 各各 $F_{\lambda s}, F_{\lambda(2-)}$라 하면,

$$\left.\begin{aligned}T_{P\lambda}&=\frac{2V_{11}}{\omega_1}\overline{P_\lambda F_{\lambda s}}(N.m)\\ T_{N\lambda}&=\frac{2V_{11}}{\omega_1}\overline{P_{\lambda(2-s)}F_{\lambda(2-s)}}(N.m)\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

이 된다. 따라서 第(34), (35)式의 圖式은 다음과 같다.

$$T_{f\lambda}=\frac{1}{2}\cdot\frac{V_{11}}{\omega}\overline{P_{\lambda s}F_{\lambda s}}\left[\frac{\overline{O_\lambda P_{\lambda(2-s)}}}{O_\lambda B}\right] \tag{37}$$

$$T_{b\lambda}=\frac{1}{2}\cdot\frac{V_{11}}{\omega_1}\overline{P_{\lambda(2-s)}F_{\lambda(2-s)}}\left[\frac{\overline{O_\lambda P_{\lambda s}}}{O_\lambda B}\right]^2 \tag{38}$$

따라서 有效 토오크 T_λ는 다음과 같다.

$$T_\lambda=T_{f\lambda}-T_{b\lambda} \tag{39}$$

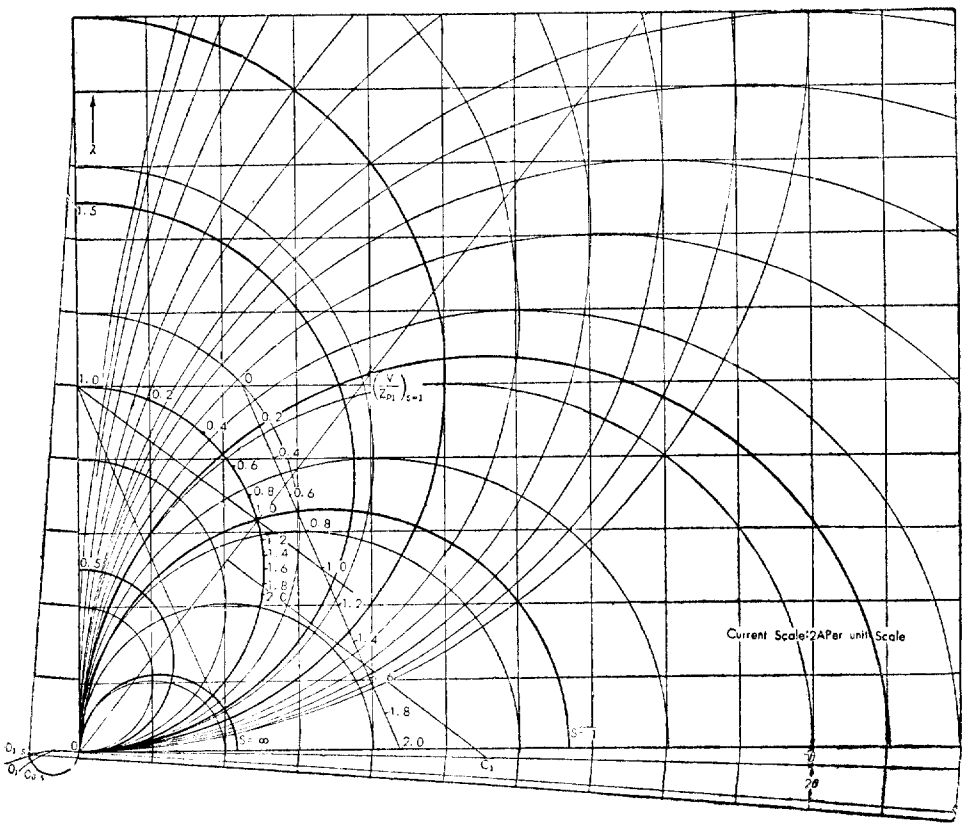


Fig. 10. Circle diagram with adjustable frequency for 4 pole, 60c/s, 1/4hp single phase induction motor.

이상과 같이 λ倍 周波數 時의 正相, 逆相分 電流圓線圖에 의해 固定子電流, 토오크를 求하는 式을 세웠다.

V—2 圖式 算定値와 等式 計算値와의 比較

純單相 誘導電動機의 圖式算定法의 可能性을 뒷 받침하기 위하여, 1/4hp 60c/s, 4 極[GH, 5KH 37KC 102]의 單相 誘導電動機를 供試機로 사용하여, 基準 周波數(60 c/s)에서 拘束試驗과 無負荷試驗을 實施한 結果

$$(I_{11})_{s=1}=(V_{11}/Z_{P1})_{s=1}$$
$$=10.24-j8.52(A)$$
$$(I_{11})_{s=0}=0.61-j2.40\ (A)$$

를 얻고, 正相, 逆相分 電流圓線圖를 그리기 위하야 第(3・16)式으로부터

$$0.61-j2.40\fallingdotseq 2\cdot\frac{(V_{11}/Z_{P1})_{s=0}(V_{11}/Z_{P1})_{s=1}}{(V_{11}/Z_{P1})_{s=0}+(V_{11}/Z_{P1})_{s=1}}$$

$$(V_{11}/Z_{P1})_{s=0}=0.42-j1.17$$

이 된다. 따라서, $(V_{11}/Z_{P1})_{s=1}$, $(V_{11}/Z_{P1})_{s=0}$에서 第(10)圖의 定數는 다음과 같다.

$r_1=2.02$　　$r_2'=4.12$

$x_1=2.32$　　$x_2'=2.32$

$r_m=13.25$　　$x_m=66.8$

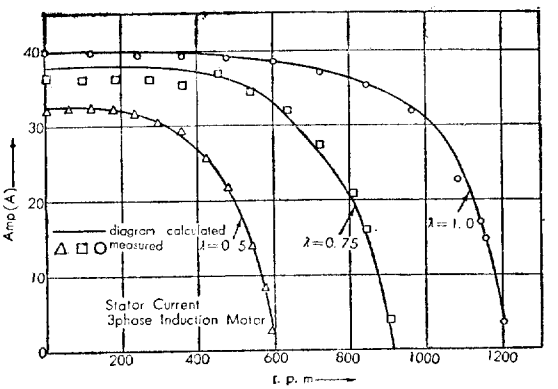


Fig. 11. Comparison of speed-current values caculated fro m each method (from Fig. 3—8).

傾斜角은 2°24′이다. 이상의 數値에 의하여 基準周波數에 대한 正相, 逆相 電流線圖를 構成한 後, 이 위에

電流係數 圖表를 重疊한 것을 第(10)圖에 表示하였다.

圖表의 슬립線의 決定 方法은 (Ⅱ)에서 이미 說明하였다.

이때 必要한 슬립線値는

$$y]_{s=1}=\frac{2.02}{4.64}+\frac{4.12}{4.64}\cdot\frac{1}{s}=1.325$$

$$y]_{s\to\infty}=\frac{2.02}{4.64}+\frac{4.12}{4.64}\cdot\frac{1}{2-s}=0.437$$

$$y]_{s=2}=0.881$$

이 되고, 이를 第(10)圖에 表示하였다.

電流圓線圖에서 얻은 電流値 및 速度—토오크 値와 單相 誘導電機 等式 및 實驗에 의해 얻은 該當値를 曲線으로 表示하면, 第(11),(12)圖와 같다.

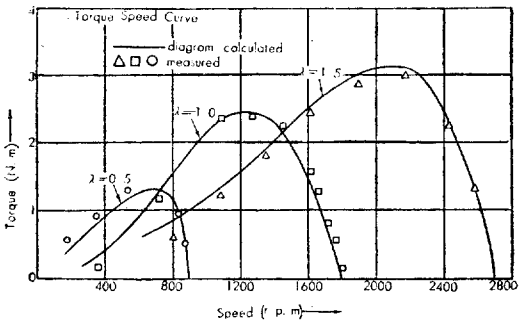


Fig. 12. Comparison of speed-torque values calsulated from euch method(fromFig. 10).

Ⅵ. 結　論

以上의 理論展開와 實驗結果, 本 方法은

(1) 電流比式을 利用하였기 때문에 簡易하면서 諸特性이 高精度로 求해진다.

(2) 單位圖表에 의해 圓線圖가 構成되므로, 作圖가 簡便하고, 使用過程에 있어서의 誤差가 생기는 機會가 거의 없다.

(3) 3相, 單相, 또 容量에 關係없이 이 圖表가 適用될 수 있다(미리 圖表를 作成하여둠).

(4) 可變周波數 圓線圖上에서 어떠한 周波數, 어떠한 슬립에서도 그 特性을 얻을 수 있다.

(5) 回轉子 側의 特性은 定量的 定性的인 解析이 可能하다.

(6) 單相 誘導電動機의 경우에는 等式 計算法에 依한 것에 比해 圖式算定에 必要한 計算過程이 훨씬簡易하다.

本方法은 以上列擧한여러 利點을 가지고 있으므로 앞으로 問題가 될 可變周波數 電動機의 適用性 決定, 電動力 應用, 電動機 速度制御系統 및 電動機設計 條件의 決定에 有效하게 活用된다고 하면 筆者로서는 大端히 滿足하는 바이다.

끝으로 本硏究에 많은 協力을 하여주신 本大學 電氣工學科 敎授諸位 및 實驗과 數値計算을 도와준 韓松燁 專任講師, 李炳武 助敎에게 感謝를 表하며, 特別히 많은 助言, 協助를 하여주신 朴永文 助敎授 李承院 敎授에게 深甚한 謝意를 표시하는 바이다.

(1969년 6월 15일 받음)

參 考 文 獻

(1) Bradley, 'D. A.; *Adjustable-frequency invertors and Their application to variable-speed drive*' Proc. IEE, Vol. III, No. 11, pp.1883—1846, 1964.

(2) 竹內 : 3相 Bridge 型 SCR invertor로 制御하는 3相誘導電動機의 特性, 日本電氣學會誌 Vol. 88—2, No. 953 2月 1968.
Jones *R.W*; *Electric control systems*, Book pp. 74—75 John Wiley & Sons, Inc.

(3) 朴斐鎬 : 可變周波에 있어서 誘導電動機特性의 圖式算定法에 關한硏究, 大韓電氣學會誌 1968. 9 Vol, 17, No. 3 pp. 29~38

(4) Michael, L.G; '*The Exact circle diagram of the Polyphase Indution Motor*' Electric Machine Vol. II, pp. 509—519, van nostrand Inc. Book

(5) Michael, L.G; *Alternating current Machine*, Book pp. 443—449. van nostrand Inc.

(6) KS. C. 4201; 3相誘導電動機의 特性算定法, 社團法人 韓國規格協會

(7) Fitzgerald & Kingsley; *Electric Machinery*, Book pp. 483—488.

(8) 林清嗣; 單相誘導電動機의 等價回路와 圖式特性, 算定法, 日本電氣學會雜誌 Vol. 80, 1960, pp. 1244—1251, 1960.

(9) 7)의 文獻 pp. 489—490.